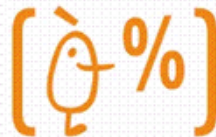


MATERIAL DOCENT: TEORIA DE LA INVERSIÓ (35805) (MÒDUL TEÒRIC)

Professor: Dr. Alfredo J. Grau Grau[®]

VNIVERSITAT
E VALÈNCIA



Facultat d' Economia

Grau en Administració i Direcció d'Empreses



PART I. INVERSIÓ PRODUCTIVA

Tema 1. La direcció financera de l'empresa.

Tema 2. La decisió d'invertir.

Tema 3. Valor Actual Net (VAN).

Tema 4. Altres criteris de valoració.

Tema 5. Selecció d'inversions productives amb risc.

PART II. GESTIÓ DE CARTERES I VALORACIÓ D'ACTIUS FINANCERS

Tema 6. Rendibilitat i risc de les carteres d'inversió.

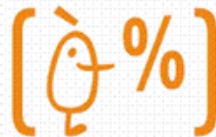
Tema 7. Selecció de carteres i valoració d'actius.

TEMA 1

LA DIRECCIÓ FINANCERA DE L'EMPRESA (TEORIA)

Professor: Dr. Alfredo J. Grau Grau[®]

VNIVERSITAT
DE VALÈNCIA



Facultat d' Economia

Grau en Administració i Direcció d'Empreses



Material protegido por "CREATIVE COMMONS ESPAÑA"



Alfredo Grau©

® Alfredo J. Grau Grau

Alfredo Grau©



Reconocimiento (Attribution): En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.



No Comercial (Non commercial): La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.



Sin obras derivadas (No Derivate Works): La autorización para explotar la obra no incluye la transformación para crear una obra derivada.



Compartir Igual (Share alike): La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.



Reconocimiento - NoComercial - SinObrasDerivadas (by-nc-nd): No se permite un uso comercial de la obra original ni la generación de obras derivadas.



<http://es.creativecommons.org/licencia/>

Bibliografia bàsica recomanada



- BLANCO, F.; FERRANDO, M.; MARTÍNEZ, L. (2015): *Teoría de la inversión*. Ed. Madrid: Pirámide.

→ CAPÍTULO 1.



1. Naturalesa i abast de la Funció Financera en l'empresa

1.1. L'empresa com a sistema

1.2. La funció financera de l'empresa

2. Estructura econòmica i estructura financera de l'empresa: Equilibri financer

2.1. Estructura econòmica i financera

2.2. Cicles interns de l'empresa

2.3. Equilibri financer de l'empresa

2.4. Fons de maniobra

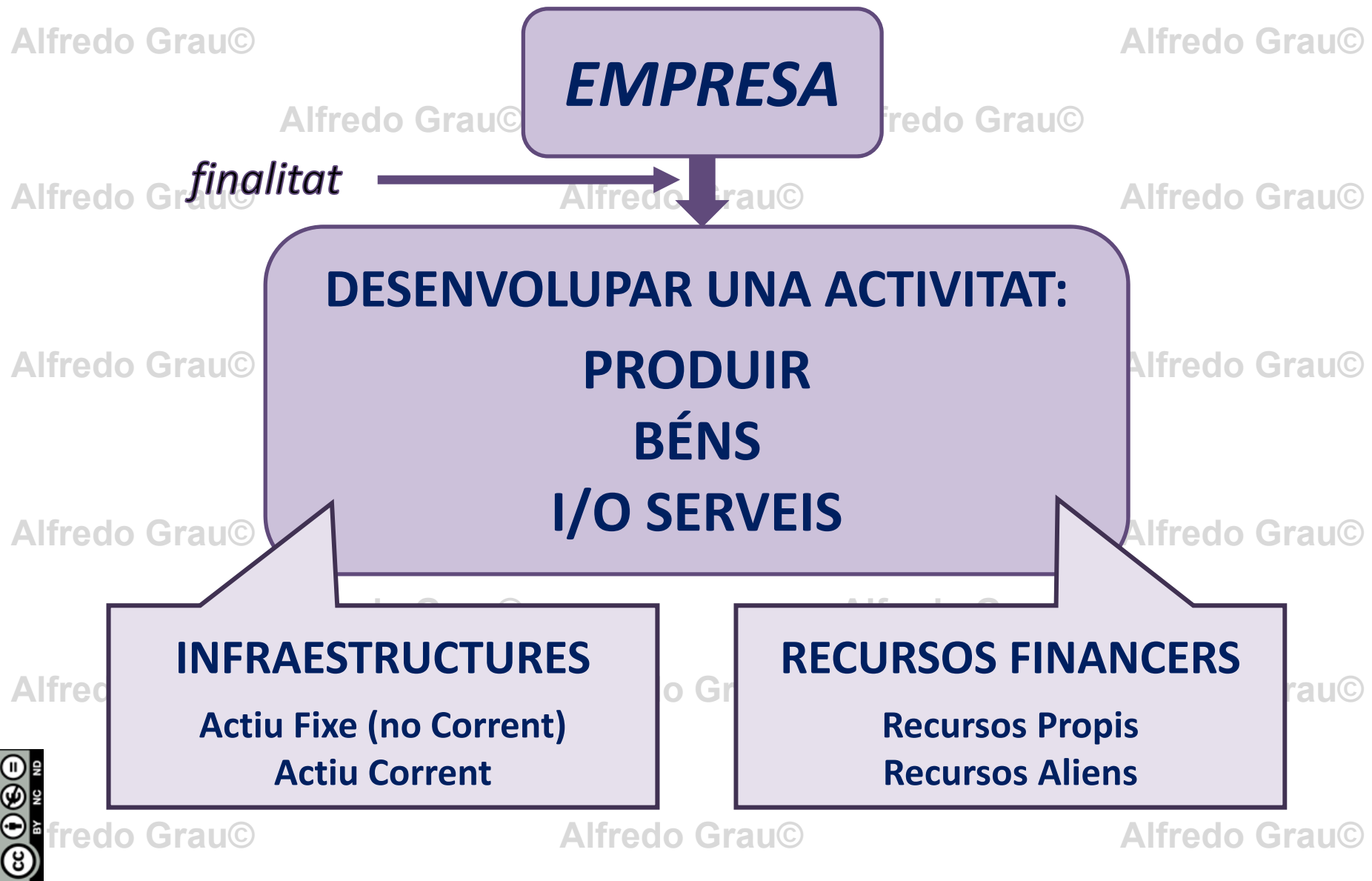
3. Objectius de la Direcció Financera de l'empresa



1. Naturalesa i abast de la Funció Financera en l'empresa



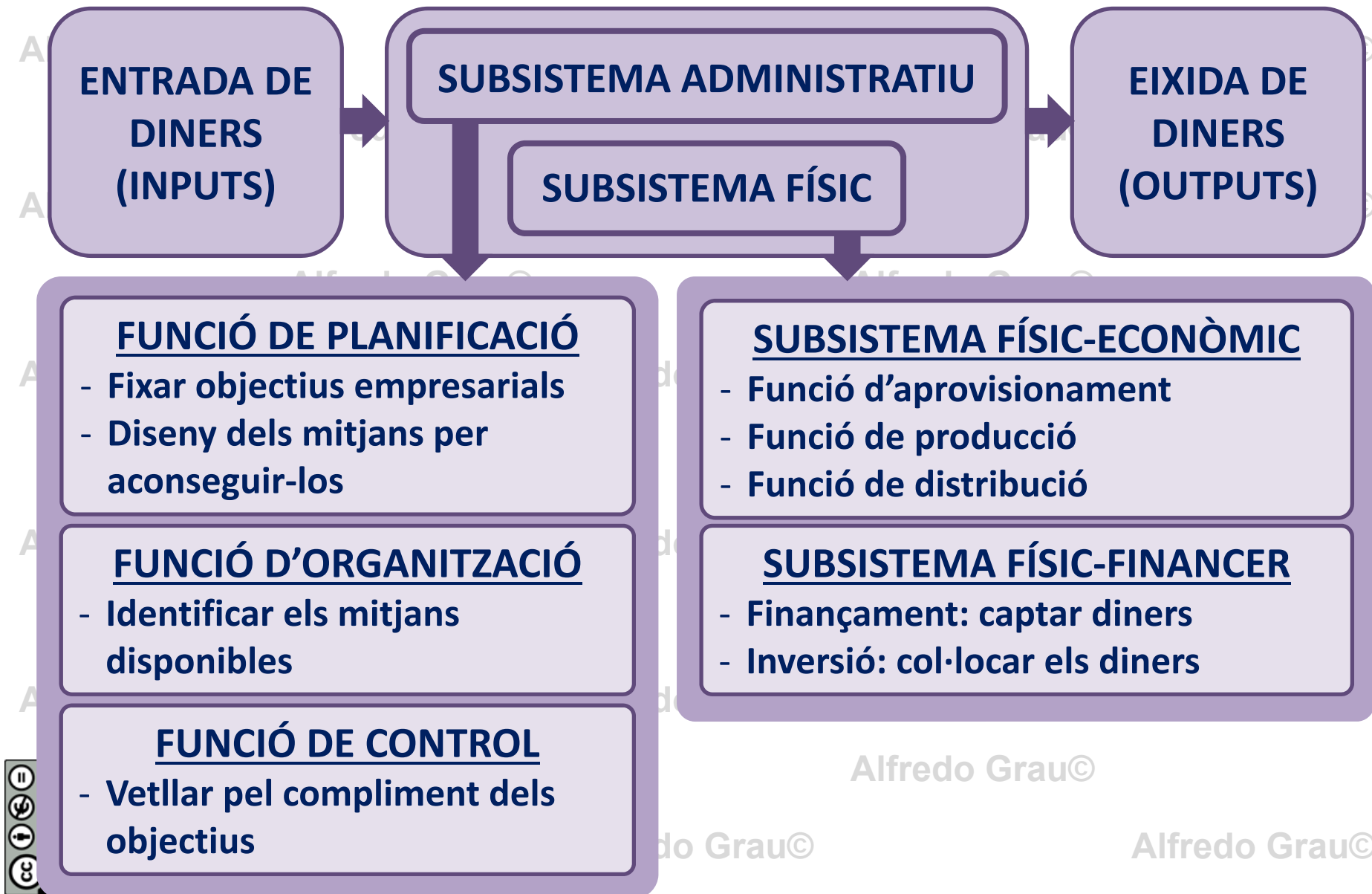
1.1. L'empresa com a sistema (I)



1. Naturalesa i abast de la Funció Financera en l'empresa



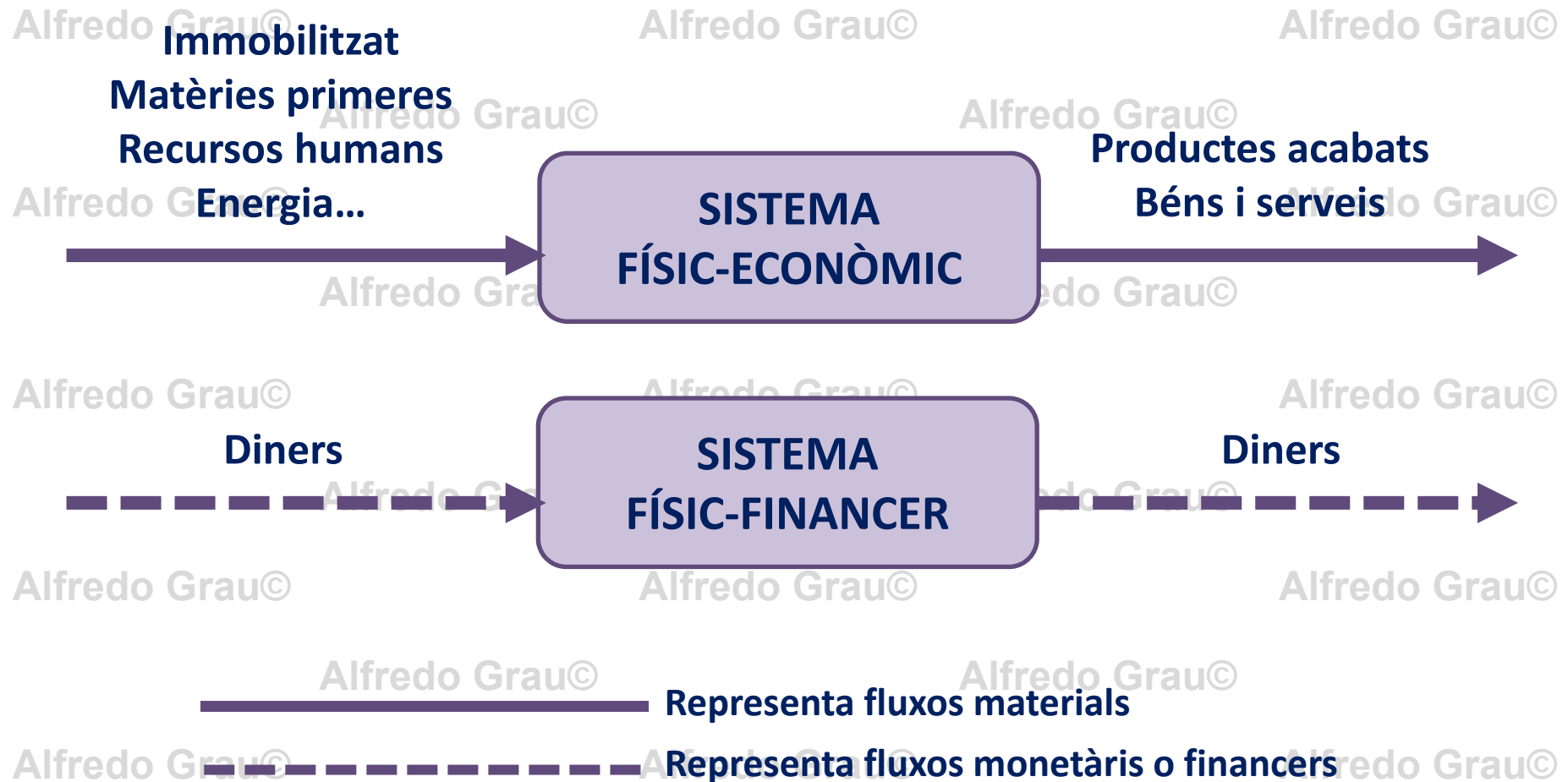
1.1. L'empresa com a sistema (II)



1. Naturalesa i abast de la Funció Financera en l'empresa



1.1. L'empresa com a sistema (III)



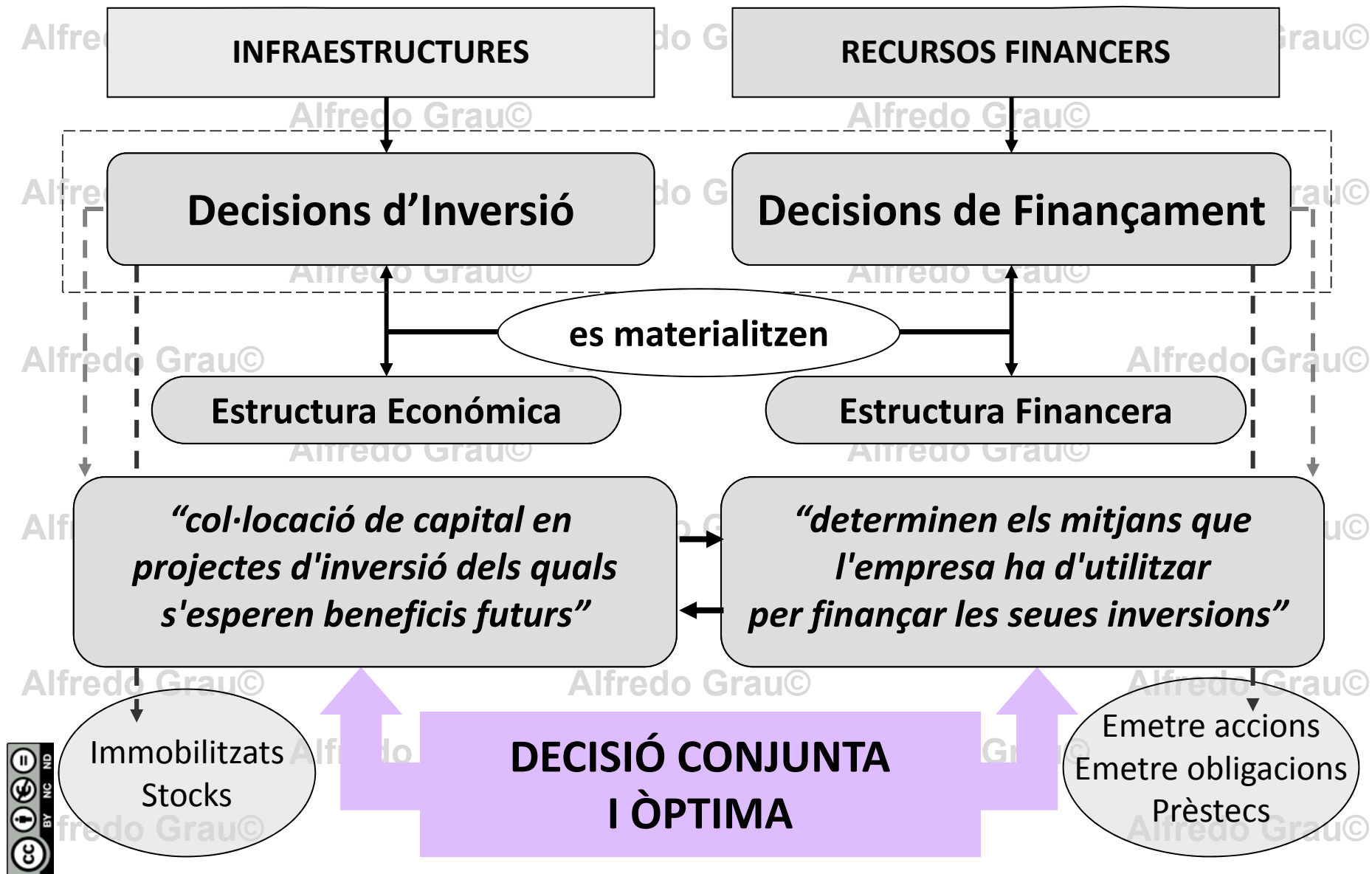
Font: Blanco, Ferrando y Martínez (2015).



1. Naturalesa i abast de la Funció Financera en l'empresa



1.2. La funció financera de l'empresa



2. Estructura econòmica i financera de l'empresa: Equilibri financer



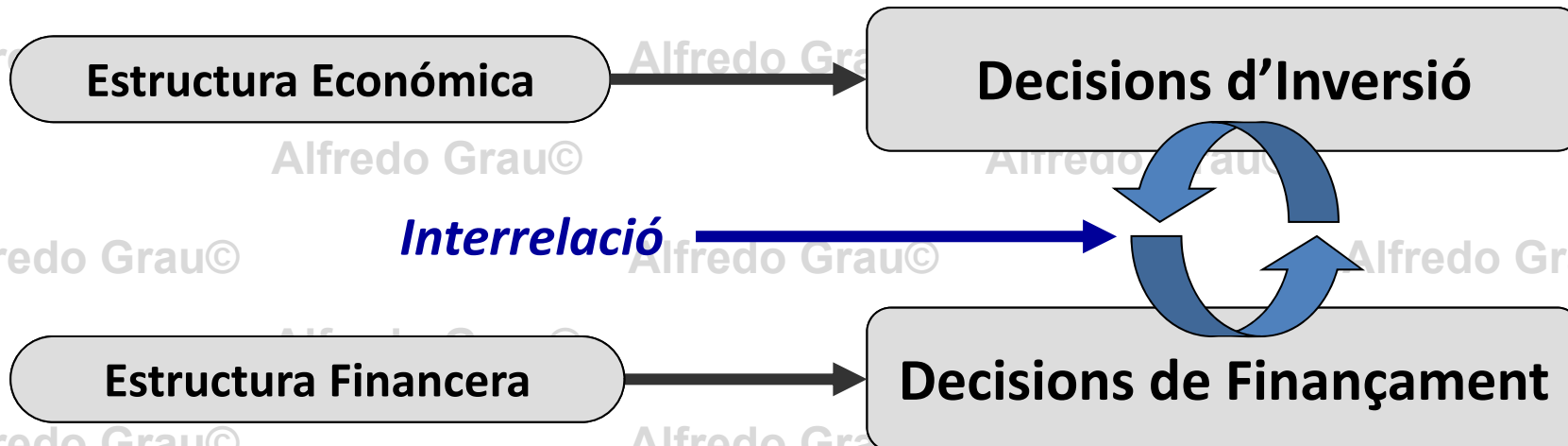
2.1. Estructura econòmica i financera (I)

– ESTRUCTURA ECONÒMICA de l'empresa:

- Es materialitza en l'ACTIU del balanç.
- Representa la INVERSIÓ (APLICACIÓ) dels recursos financers en béns i drets.

– ESTRUCTURA FINANCERA de l'empresa:

- Es materialitza en el NET PATRIMONIAL+PASIU del balanç.
- Representa l'ORIGEN dels recursos financers.



2. Estructura econòmica i financera de l'empresa: Equilibri financer

2.1. Estructura econòmica i financera (II)

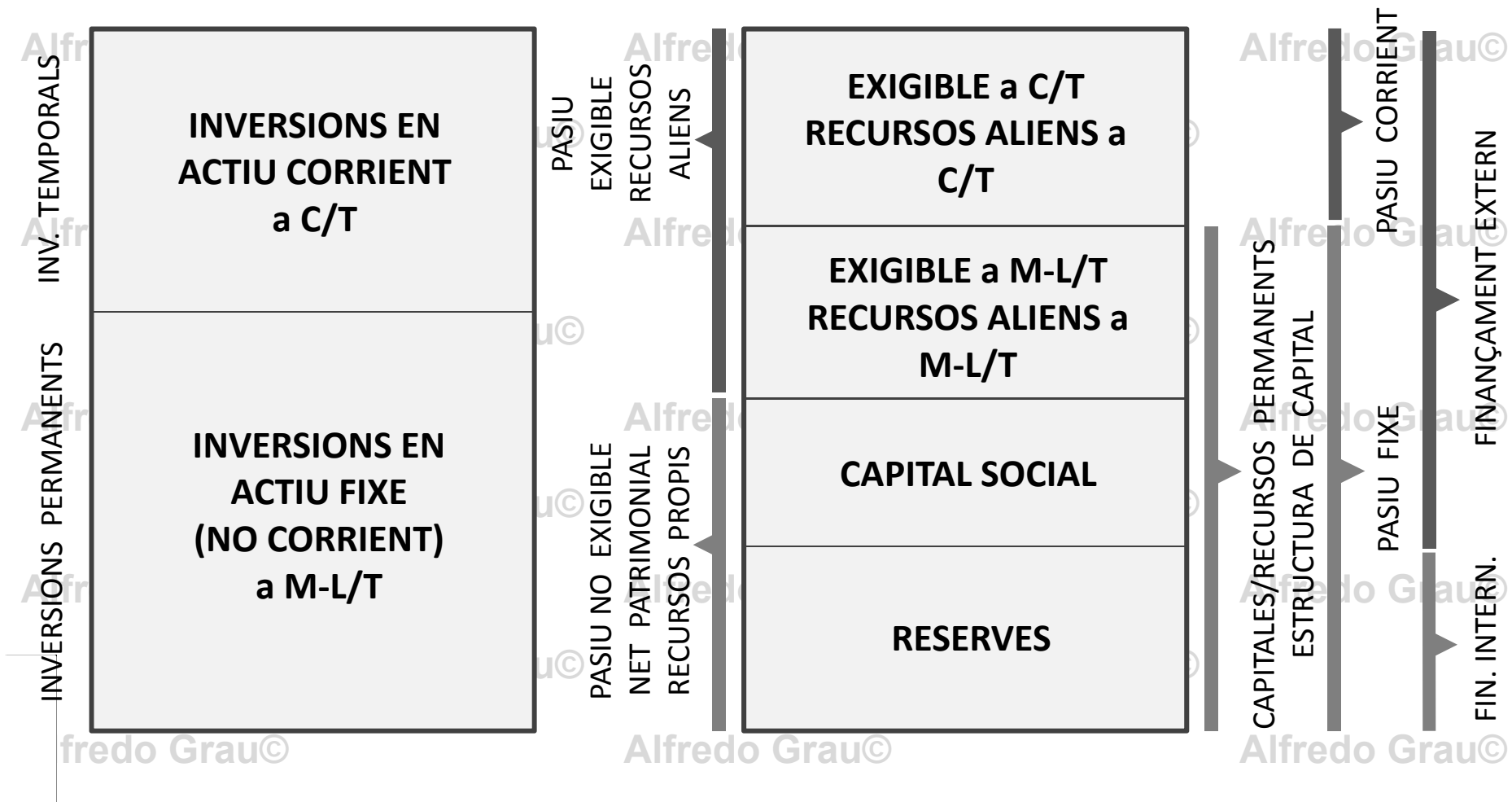


ACTIU $\equiv$ INVERSIÓ

ESTRUCTURA ECONÓMICA

NP+PASIU $\equiv$ FINANÇAMENT

ESTRUCTURA FINANCERA



2. Estructura econòmica i financera de l'empresa: Equilibri financer



2.2. Cicles interns de l'empresa (I)

— El **CICLE D'EXPLOTACIÓ** (a curt termini):

- Associat a la immobilització i liquidació de l'Actiu Corrent (AC).
- La seua durada s'anomena *Període Mitjà de Maduració* (PMM).
 - Temps mitjà que transcorre des que ix una u.m. per adquirir un factor productiu fins que es recupera mitjançant el cobrament de les vendes/serveis.
 - Es subdivideix en cinc subperíodes:
 - Període mitjà d'emmagatzematge de matèries primeres (P1).
 - Període mitjà de fabricació (P2).
 - Període mitjà de venda (P3).
 - Període mitjà de cobrament a clients (P4).
 - Període mitjà de pagament a proveïdors (P5).

$$PMM = P1 + P2 + P3 + P4 - P5$$

(1.1)



2. Estructura econòmica i financera de l'empresa: Equilibri financer



2.2. Cicles interns de l'empresa (II)

— Quina informació ens proporciona el Cicle d'Explotació?

- Cada empresa tindrà el seu PMM.
- És un indicador de la eficiència de la gestió de l'empresa.
- Revela a quina velocitat circula els diners en l'empresa.
- A major velocitat $\rightarrow \nabla$ PMM $\rightarrow$ més operacions es finançaran amb les mateixes u.m. $\rightarrow$ major benefici.



2. Estructura econòmica i financera de l'empresa: Equilibri financer



2.2. Cicles interns de l'empresa (III)

— El **CICLE DE CAPITAL** (a llarg termini):

- Associat a la immobilització i liquidació de l'Actiu No Corrent (Fixe).
- La seua durada s'anomena *Període Mitjà d'Amortització* (PMA).
 - Temps mitjà que transcorre des que es paga un actiu fixe fins que el seu cost es transforma en diners mitjançant el procés d'amortització.



2. Estructura econòmica i financera de l'empresa: Equilibri financer



2.3. Equilibri financer

— Ha d'existir correspondència entre la naturalesa dels recursos financers i la de les inversions:

- Actiu No Corrent (Fixe) (inversions a L/T) han de finançar-se amb recursos financers a L/T o capitals permanents.
- Actiu Corrent (inversions a C/T) han de finançar-se amb crèdits a C/T.

— Ha d'existir solvència financera, per això:

- Els capitals permanents han de ser suficients per finançar tot l'actiu fixe i part de l'actiu circulant, això és:



2. Estructura econòmica i financera de l'empresa: Equilibri financer

2.4. Fons de maniobra (I)

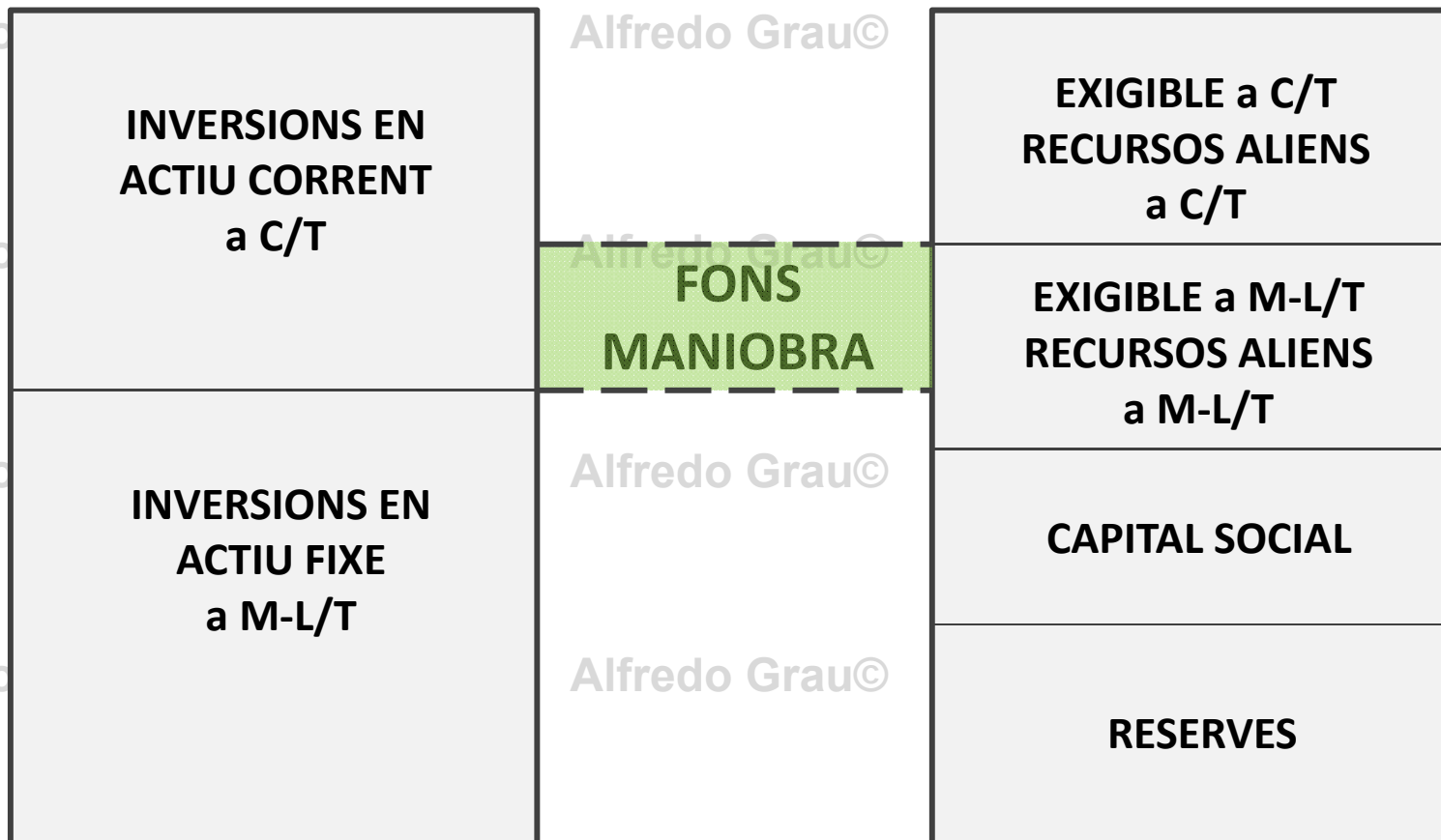


ACTIU $\equiv$ INVERSIÓ

ESTRUCTURA ECONÓMICA

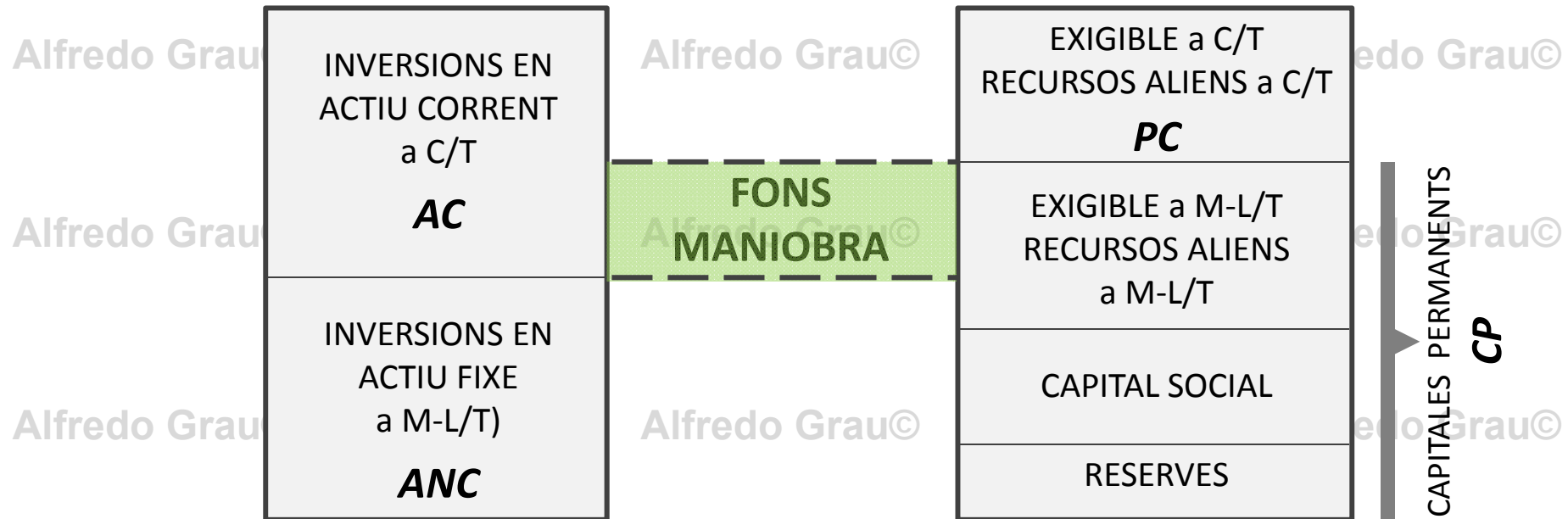
NP+PASIU $\equiv$ FINANÇAMENT

ESTRUCTURA FINANCERA



2. Estructura econòmica i financera de l'empresa: Equilibri financer

2.4. Fons de maniobra (II)



– El FM és aquella part de l'AC finançat per capitals permanents:

$$FM = AC - PC$$

(1.2)

– El FM és l'excés de capitals permanents sobre l'actiu fixe:

$$FM = CP - ANC$$

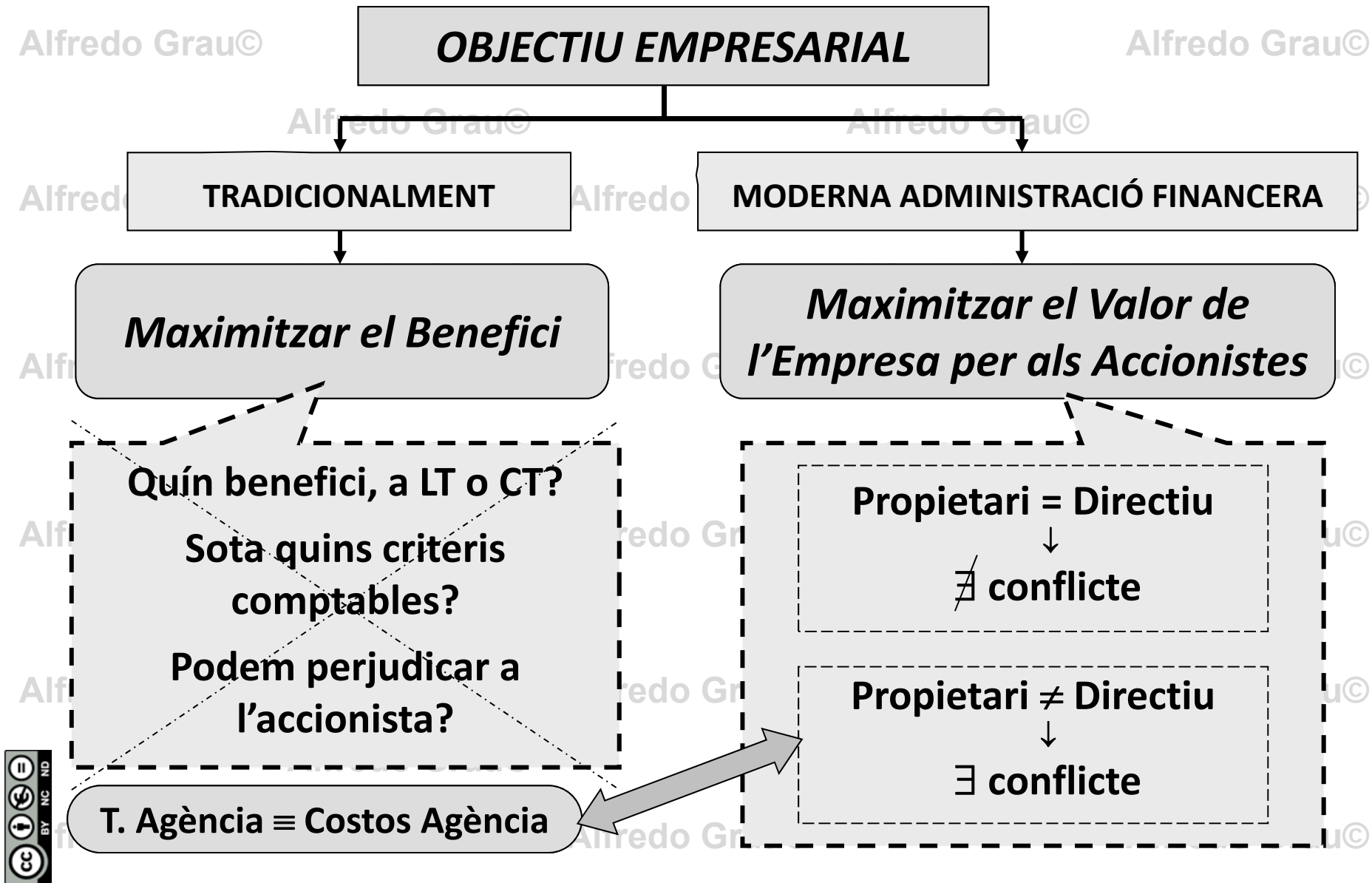
(1.3)

∃ equilibri financer quan hi ha una adequada correspondència entre la exigibilitat dels recursos financers obtinguts i la liquidabilitat dels actius adquirits amb tals recursos.



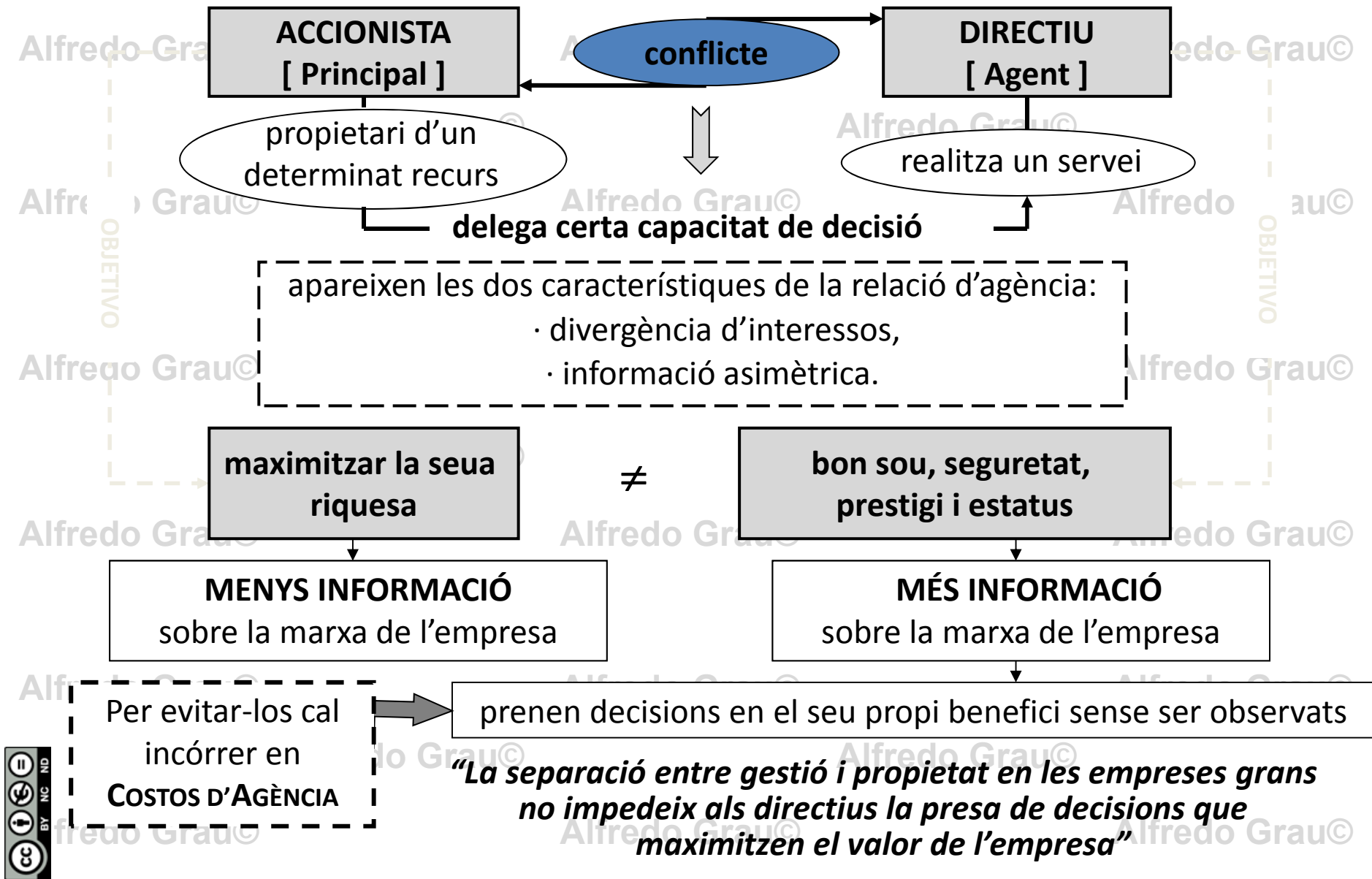
3. Objectius de la Direcció Financera de l'empresa (I)

[0%]



3. Objectius de la Direcció Financera de l'empresa (II)

[0%]



TEMA 2

LA DECISIÓ D'INVERTIR (TEORIA)

Professor: Dr. Alfredo J. Grau Grau[®]



Grau en Administració i Direcció d'Empreses



Material protegit per "CREATIVE COMMONS ESPANYA"



® Alfredo J. Grau Grau

Alfredo G

lo Grau©



Reconeixement (Attribution): En qualsevol explotació de l'obra autoritzada per la llicència caldrà reconèixer l'autoria.

Alfredo G

lo Grau©



No Comercial (Non commercial): L'explotació de l'obra queda limitada a usos no comercials.



Sense Obres Derivades (No Derivate Works): L'autorització per explotar l'obra no inclou la transformació per crear una obra derivada.

Alfredo G

lo Grau©



Compartir Igual (Share alike): L'explotació autoritzada inclou la creació d'obres derivades sempre que mantinguin la mateixa llicència en ser divulgades.

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

fredo Grau©



Alfredo Grau©

fredo Grau©

Reconeixement - NoComercial - SenseObraDerivada (by-nc-nd): No es permet un ús comercial de l'obra original ni la generació d'obres derivades.



fredo Grau©

<http://cat.creativecommons.org/licencia/>

Alfredo Grau©



Bibliografia bàsica recomanada

- BERK, J. i DeMARZO, P. (2008): *Finanzas corporativas*. Pearson.

→ CAPÍTOL 7.

- BLANCO, F.; FERRANDO, M. i MARTÍNEZ, M.F. (2015): *Teoría de la inversión*. Madrid: Pirámide.

→CAPÍTOL 3.

- BREALEY, R.; MYERS, S. i ALLEN, F. (2010): *Principios de finanzas corporativas*. McGrawHill.

→CAPÍTOL 7.



1. Concepte d'inversió

2. Característiques financeres que defineixen una inversió. Classificació de les inversions

2.1. Elements fonamentals

2.2. Esquema temporal dels projectes d'inversió

2.3. Fluxos incrementals

2.4. Classificació de les inversions

3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)

3.1. FNC vs. beneficis

3.2. Definició dels FNC

3.3. Criteris d'estimació dels FNC

3.3.1. Mètode directe o criteri de caixa

3.3.2. Mètode indirecte o criteri de meritació ('devengo')

3.4. Què influeix en els FNC incrementals



1. Concepte d'inversió



—Segons Massé (1963): *La inversió és un acte mitjançant el qual es produeix el canvi d'una satisfacció immediata i certa, a la qual es renuncia en favor d'una esperança futura de la qual el bé invertit és el suport.*

—Es dedueix:

- Persona física o jurídica, que realitza la inversió.
- Renúncia a una satisfacció immediata i certa.
- Objecte mitjançant el qual es materialitza la inversió → projecte d'inversió.
- El cost que implica la decisió d'invertir $\approx$ cost d'oportunitat:
 - Allò a què es renuncia en prendre la decisió d'invertir en un determinat actiu i no en una alternativa d'inversió comparable.
- L'esperança d'obtenir un rendiment futur superior al cost.



2. Característiques financeres defineixen inversió. Classificació

(%)

2.1. Elements fonamentals (I)

— Cost d'adquisició (P_0):

- Pagament efectuat per la compra de l'actiu fix.
- Pagaments realitzats pels elements de l'actiu corrent necessaris per al bon funcionament de la inversió principal.

— Durada temporal o vida econòmica (n):

- Es considerarà durada temporal la menor de:
 - Vida física: temps durant el qual els elements fonamentals del projecte produeixen a ple rendiment.
 - Vida comercial: temps durant el qual es demanen els productes.
 - Vida tecnològica: temps durant el qual els actius fixos són tecnològicament competitius.



2. Característiques financeres defineixen inversió. Classificació

[0%]

2.1. Elements fonamentals (II)

— Cobraments (C_j) i pagaments (P_j):

- Els cobraments i pagaments s'efectuen al final del període (31/12): rendes postpagables.
- Els pagaments no inclouen les eixides de caixa com a conseqüència de les despeses financeres (pagament d'interessos) produïts pels capitals invertits.

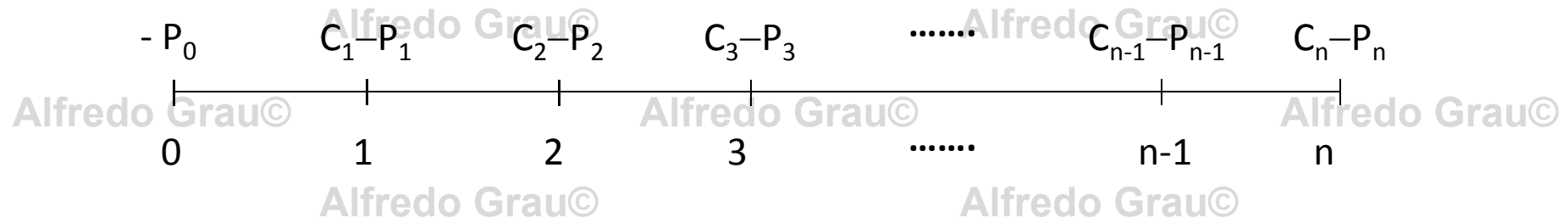


2. Característiques financeres defineixen inversió. Classificació

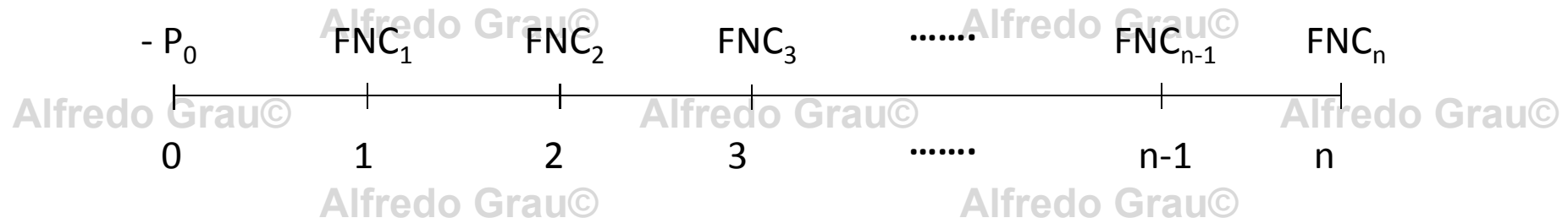
(%)

2.2. Esquema temporal dels projectes d'inversió

— Esquema temporal dels cobraments i pagaments:



— La diferència entre cobraments i pagaments s'anomena fluxos nets de caixa (FNC):



— Es computen aquests fluxos de tresoreria com a postpagables ja que es generen a final d'any.



2. Característiques financeres defineixen inversió. Classificació

(%)

2.3. Fluxos incrementals

- Són tots els fluxos que es generen per la participació del NOU projecte en l'empresa.
- Hem de comparar el flux net de caixa de l'empresa amb el nou projecte amb el flux net de caixa que generaria aquesta sense el nou projecte, per tant:

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{FLUX NET DE} \\ \text{CAIXA} \\ \hline \text{INCREMENTAL} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{FNC DE} \\ \text{L'EMPRESA AMB} \\ \text{EL NOU} \\ \text{PROJECTE} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \text{FNC DE} \\ \text{L'EMPRESA} \\ \text{SENSE EL NOU} \\ \text{PROJECTE} \\ \hline \end{array}$$

2. Característiques financeres defineixen inversió. Classificació



2.4. Classificació d'inversions (I)

—Segons el suport de la inversió:

- *Inversions físiques*: actius immobilitzats.
- *Inversions immaterials*: actius no físics, per exemple, patents.
- *Inversions financeres*: actius financers, per exemple, accions, obligacions, fons d'inversió, etc.

—Segons la relació establerta:

- *Inversions complementàries*: una facilita la realització d'una altra.
- *Inversions substitutives*: és indiferent invertir en una o en l'altra perquè proporcionen les mateixes prestacions.
- *Inversions excloents*: la realització d'una impedeix la realització de l'altra.
- *Inversions independents*: no mantenen cap relació.



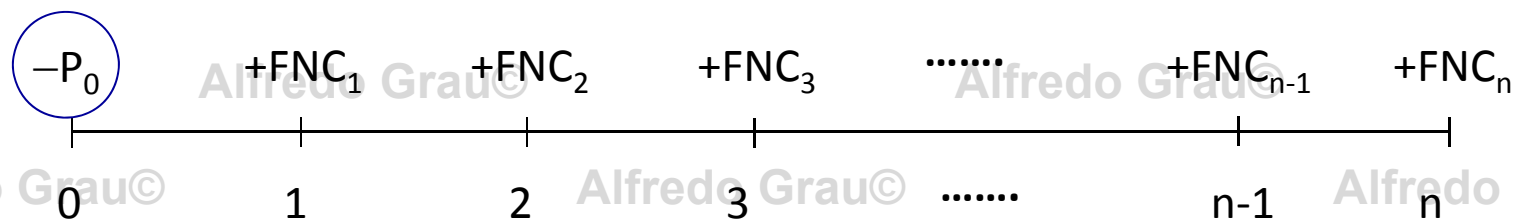
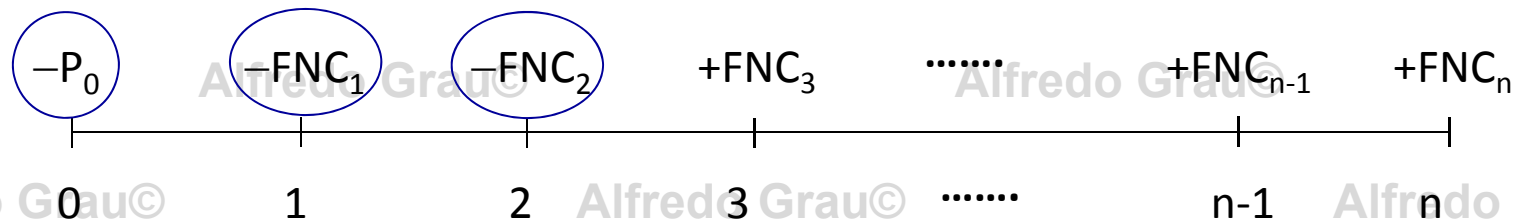
2. Característiques financeres defineixen inversió. Classificació

(%)

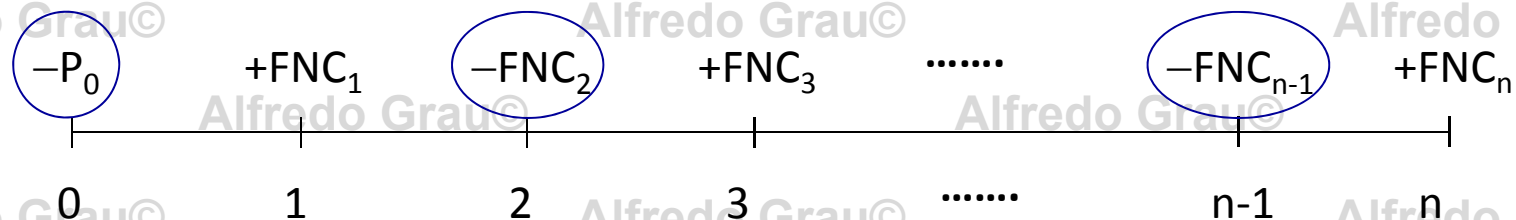
2.4. Classificació d'inversions (II)

—Segons el signe dels FNC:

- *Inversions simples*: són aquelles en l'esquema temporal de les quals sols hi ha un canvi de signe en els FNC.



- *Inversions no simples*: aquelles que presenten més d'un canvi de signe.



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.1. FNC vs. beneficis

- BENEFICI = ingressos – despeses → corrent econòmic.
- FNC = cobraments – pagaments → corrent monetari o financer.
- El criteri adequat és el de FNC, per què?
 - El flux net de caixa és una variable objectiva.
 - Els projectes d'inversió són atractius per la tresoreria que generen.
 - Diners que poden ser repartits entre els accionistes en forma de dividends o reinvertint-los en l'empresa.
 - Les decisions d'inversió i finançament són dues cares d'una mateixa moneda. El finançament es dissenya perquè hi haja diners en el moment en el qual el projecte ho necessita.
- La consideració dels beneficis en lloc dels fluxos nets de caixa podria conduir a acceptar projectes que financerament no foren rendibles, i conseqüentment produirien una reducció del valor de l'empresa.



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.2. Definició de FNC (I)

- El flux net de caixa (FNC) es genera a través de les inversions materialitzades en els actius de l'empresa (estructura econòmica),
 - $\equiv$ *Cash Flow* de l'Actiu (CF_A).
- Representa els diners, generat pel projecte en un període, per a ser repartit entre aquells que han aportat els fons (estructura financera):
 - Propietaris ($\equiv$ accionistes): recursos propis (net patrimonial),
 - Riquesa produïda per les decisions d'inversió.
 - Creditors ($\equiv$ prestadors, $\equiv$ obligacionistes): recursos aliens (deute),
 - Riquesa produïda per les decisions de finançament.
- Aleshores, els FNC seran els diners disponibles després de pagar els impostos (hisenda) però abans de pagar interessos (creditors),



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.2. Definició de FNC (II)

— Si dividim l'estructura financera en net patrimonial (N) i deutes (D), el FNC o *Cash Flow* de l'actiu, es podrà dividir:

- *Cash Flow dels propietaris o accionistes* (CF_N): representa la renda dels accionistes, fonamentalment, els dividends,

- $\equiv$ *Free Cash Flow* (FCF: fluxos de caixa lliures).

- *Cash Flow del Deute* (CF_D): representa la renda dels creditors ($\equiv$ obligacionistes), fonamentalment, els interessos del deute,

- $\equiv$ Estalvis fiscals produïts pel deute (EF):

$$\text{Deute} * \text{tipus interès} * \text{tipus gravamen IS} \quad (2.1.)$$

$$\text{Interessos} * \text{tipus gravamen IS} \quad (2.2.)$$

$$\text{FNC } (\equiv CF_A) = CF_D + CF_N = \text{FCF} + \text{EF} \quad (2.3.)$$



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.3.1. Criteris d'estimació FNC: mètode directe

— El **MÈTODE DIRECTE** calcula els fluxos d'efectiu a través de les activitats productives de l'empresa:

$$C_j - P_j; \quad \forall j=1, \dots, n. \quad (2.4.)$$

- Cobraments:

- Clients: venda de béns i prestació de serveis.
- Deutors: venda d'immobilitzats (desinversió en n).

- Pagaments:

- Proveïdors: subministraments de béns (costos variables).
- Creditors: aigua i llum (costos variables).
- Creditors: lloguers i assegurances (costos fixos).
- Empleats: sous (costos variables/fixos).
- Hisenda: impost de societats.



3. Estimació dels Fluxos Nets de Caixa (FNC)



3.3.2. Criteris d'estimació FNC: mètode indirecte (I)

— El **MÈTODE INDIRECTE** calcula els fluxos d'efectiu mitjançant el compte de resultats (BAIT) i els ajusta per meritacions:

- Càlcul del **BAIT** (partim del compte de pèrdues i guanys).

(+) INGRESSOS PROCEDENTS DE LES VENDES

(−) DESPESES ACTIVITAT PRODUCTIVA (costos fixos + costos variables)

(−) Dotació per amortitzacions i provisions

(+/-) Variacions patrimonials (benefici o pèrdua per venda actiu en n)

(=) **BENEFICI ABANS D'INTERESSOS I IMPOSTOS (BAIT)**

- Càlcul del **BAIT(1-t)**: benefici abans d'interessos i després d'impostos:

(+) BENEFICI ABANS D'INTERESSOS I IMPOSTOS (BAIT)

(−) IMPOST DE SOCIETATS (BAIT*t)

(=) **BENEF. ABANS D'INTERESSOS I DESPRÉS D'IMPOSTOS: BAIT(1-t)**



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.3.2. Criteris d'estimació FNC: mètode indirecte (II)

■ Càlcul del **Free Cash Flow (FCF)** $\equiv$ FNC per a una empresa SENSE DEUTES.

(+) BENEF. ABANS D'INTERESSOS I DESPRÉS D'IMPOSTOS: $BAIT(1-t)$

(+) Dotació per amortitzacions anuals

(+) Δ Provisions

(-) Δ Necessitats operatives de fons (NOF)

(+) Δ Tresoreria operativa

(+) Δ Clients

(+) Δ Estocs

(-) Δ Proveïdors

(-) Δ Actiu fix brut (adquisicions)

(+) ∇ Actiu net (vendes)

(=) **FREE CASH FLOW (FCF)**



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.3.2. Criteris d'estimació FNC: mètode indirecte (III)

- Càlcul dels **fluxos nets de caixa (FNC)** → considera l'efecte dels DEUTES.

(+) *FREE CASH FLOW* (FCF)

(+) ESTALVIS FISCALS (interessos del deute*t)

(=) **FLUXOS NETS DE CAIXA (FNC)**

– Què succeiria si una empresa es finança exclusivament amb capitals propis, és a dir, no disposa de deute en el seu passiu?

- $FCF = FNC \rightarrow \text{estalvis fiscals} = 0$.

– Què succeiria si una empresa augmenta el seu volum de deute per a finançar un projecte?

- Estalvis fiscals >>>>> $\rightarrow FNC >>>>>$



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.3.2. Criteris d'estimació FNC: mètode indirecte (IV)

Exemple 2.1.: Calculeu les variacions de les NOF del cas següent:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6
Vendes	0	12.000.000	16.640.000	21.632.000	22.497.280	23.397.171	----
CLIENTS (10% ajornat)	0	1.200.000	1.664.000	2.163.200	2.249.728	2.339.717	0
Δ de clients = $= CL_t - CL_{t-1}$	----	1.200.000	464.000	499.200	86.528	89.989	-2.339.717

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6
Compres	0	6.000.000	8.240.000	10.609.000	10.927.270	11.255.088	----
PROVEÏDORS (20% ajornat)	0	1.200.000	1.648.000	2.121.800	2.185.454	2.251.018	0
Δ De proveïdors = $= PROV_t - PROV_{t-1}$	----	1.200.000	448.000	473.800	63.654	65.564	-2.251.018

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6
$\Delta NOF = \Delta TES_{oper} +$ $\Delta CL + \Delta ST - \Delta PROV$	----	0	16.000	25.400	22.874	24.426	-88.700



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.3.2. Criteris d'estimació FNC: mètode indirecte (V)

Exemple 2.2.: Una empresa escometrà un nou projecte d'inversió el cost del qual és 10.000.000€, i decideix finançar-ne la meitat amb recursos propis i la meitat mitjançant un préstec americà a 5 anys a un tipus d'interès del 8%. Calculeu els estalvis fiscals produïts si aquesta empresa està subjecta a un tipus de gravamen sobre l'impost de societats del 35%.

- Volum del deute: $10.000.000/2 = 5.000.000\text{€}$.
- Interessos $\forall t=1, \dots, 5: 5.000.000 \cdot 0,08 = 400.000\text{€/any}$
- Estalvis fiscals $\forall t=1, \dots, 5: 400.000 \cdot 0,35 = 140.000\text{€/any}$ (interessos $\cdot t$)
 - Els estalvis fiscals són sempre els mateixos perquè els interessos pagats són també els mateixos (en el préstec americà no es torna allò principal fins a n).
 - Açò no succeiria amb una altra tipologia de préstec: sistema francès, sistema de quotes constants, etc.



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.4. Què inclouen els FNC incrementals (I)

- Fluxos de tresoreria que s'han d'incloure en el seu càlcul:
 - Tenir en compte tots els efectes derivats de la realització del projecte, ja siguin aquests positius o negatius.
 - Incloure els costos d'oportunitat que puga suposar el projecte.
 - Sorgeix quan recursos existents en l'empresa són utilitzats en el nou projecte d'inversió. No es produeix eixida de tresoreria. El recurs en qüestió té un cost d'oportunitat, que és exactament igual als diners que podria ingressar l'empresa si fóra venut o dedicat a uns altres usos.



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.4. Què inclouen els FNC incrementals (II)

Exemple 2.3. (*exemple 7.3. extret de ROSS et al., 2008*): “Supose que la Weinstein Trading Company té una nau buida a Filadèlfia que pot utilitzar per a emmagatzemar una nova línia de màquines electròniques de jocs de col·locació de boles. La companyia espera vendre aquestes màquines a consumidors que vénen del nord-oest. El magatzem s’hauria de considerar un cost en la decisió de vendre les màquines?”.

- La resposta és sí. La companyia podria vendre el magatzem si l’empresa decideix no comercialitzar les màquines de joc. D’aquesta manera, el preu de venda del magatzem és un cost d’oportunitat en la decisió de comercialitzar les màquina de jocs de boles.



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.4. Què inclouen els FNC incrementals (III)

- Considerar els efectes laterals que implique el projecte.
 - Pot succeir que el nou producte que calga elaborar reduïska les vendes dels que té l'empresa ja en circulació (efecte negatiu: erosió), d'ra banda, la reducció de les vendes ocasiona reducció de costos (efecte positiu: sinergies).

Exemple 2.4.: Alguns consumidors habituals d'Apple, en cas de no haver adquirit l'iPhone possiblement haurien comprat l'iPod. Quan les vendes d'un producte nou desplacen les d'un producte ja existent, la situació sol denominar-se “canibalisme”. Com afectaria quant a ingressos i costos la substitució de l'iPod per l'iPhone?

- Apple haurà experimentat una baixada en al venda dels iPod i per tant deixa d'ingressar diners per la comercialització d'aquest (efecte negatiu: erosió); d'altra banda, la reducció en al fabricació d'iPods també fa que l'empresa estalvie en costos (efecte positiu: sinergies).



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.4. Què inclouen els FNC incrementals (IV)

- Fluxos de tresoreria que NO han d'incloure's en el seu càlcul:
 - Els pagaments ocasionats pels costos irre recuperables (costos enfonsats).
 - Són costos independents d'acceptar o rebutjar un projecte, per exemple, costos (desemborsaments) en recerca i desenvolupament de noves tecnologies o productes, llicències administratives per a posar en funcionament una activitat comercial o productiva, etc.
 - Els pagaments ocasionats per costos financers, si n'hi haguera.



3. Estimació dels fluxos nets de caixa (FNC)



3.4. Què inclouen els FNC incrementals (V)

Exemple 2.5 (*exemple 7.2. extret de ROSS et al., 2008*): “The General Milk Company està avaluant la viabilitat d’una línia de llet de xocolata. Com a part de l’avaluació, la companyia va pagar a una empresa de consultoria 100.000 \$ perquè duguera a terme un estudi de màrqueting. Aquesta despesa es va fer l’any passat. És aquest cost rellevant per a la decisió de pressupost de capital a la qual s’enfronta actualment l’administració de The General Milk Company?”.

- La resposta és no. Els 100.000 \$ no són recuperables, i per tant aquesta despesa és com un cost enfonsat (*‘hundido’*). Per descomptat, la decisió de gastar 100.000 \$ per a una anàlisi de comercialització va ser una decisió de pressupost de capital en si mateixa i fou perfectament rellevant abans que es considerara una decisió enfonsada. L’argument és que una vegada que la companyia va incórrer en la despesa, el cost es va tornar irrellevant per a qualsevol decisió futura.



TEMA 3

EL VALOR ACTUAL NET (VAN) (TEORIA)

Professor: Dr. Alfredo J. Grau Grau®



Grau en Administració i Direcció d'Empreses



Material protegit per "CREATIVE COMMONS ESPANYA"



® Alfredo J. Grau Grau

Alfredo G

lo Grau©



Reconeixement (Attribution): En qualsevol explotació de l'obra autoritzada per la llicència caldrà reconèixer l'autoria.

Alfredo G

lo Grau©



No Comercial (Non commercial): L'explotació de l'obra queda limitada a usos no comercials.



Sense Obres Derivades (No Derivate Works): L'autorització per explotar l'obra no inclou la transformació per crear una obra derivada.

Alfredo G

lo Grau©



Compartir Igual (Share alike): L'explotació autoritzada inclou la creació d'obres derivades sempre que mantinguin la mateixa llicència en ser divulgades.

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

fredo Grau©



Alfredo Grau©

fredo Grau©

Reconeixement - NoComercial - SenseObraDerivada (by-nc-nd): No es permet un ús comercial de l'obra original ni la generació d'obres derivades.



fredo Grau©

<http://cat.creativecommons.org/licencia/>

Alfredo Grau©



Bibliografia bàsica recomanada

- BERK, J. i DeMARZO, P. (2008): *Finanzas corporativas*. Pearson.

→ CAPÍTOLS 1 i 2.

- BLANCO, F.; FERRANDO, M. i MARTÍNEZ, M. F. (2015): *Teoría de la inversión*. Madrid: Pirámide.

→ CAPÍTOLS 2 i 4.

- BREALEY, R.; MYERS, S. i ALLEN, F. (2010): *Principios de finanzas corporativas*. McGraw-Hill.

→ CAPÍTOLS 2 i 3.



1. Introducció

2. Els mercats financers i l'ajust de les pautes de consum-inversió

2.1. Els mercats financers: introducció

2.2. Els mercats financers: hipòtesi

2.3. Valoració en absència de mercats financers

2.4. Valoració en presència de mercats financers

3. Existència d'oportunitats d'inversió productiva i increment de la riquesa de l'inversor: el teorema de la separació de Fisher

3.1. Aspectes generals

3.2. Teorema de separació de Fisher

4. El criteri del valor actual net (VAN)

4.1. VAN: definició

4.2. VAN: regla de decisió

4.3. Reinversió dels FNC intermedis

5. El cost d'oportunitat: primeres consideracions

1. Introducció (I)



—Maximitzar el valor de l'empresa (valor de les seues accions) per als seus accionistes $\equiv \Delta$ la riquesa de l'empresa per als seus propietaris.

- Valor de les accions en el mercat ($\equiv$ capitalització borsària).

- Crear riquesa?

 - Projecte d'inversió rendible $\rightarrow$ beneficis empresarials.

 - Expectatives que tinguen els inversors $\rightarrow$ repartiment de dividends.

 - Es trasllada al mercat en Δ cotització de les seues accions.

—És necessari valorar prèviament la inversió que es vol realitzar. Pot haver-hi:

- Restriccions tècniques: inversions excloents.

- Restriccions financeres: comparar i seleccionar la millor inversió.

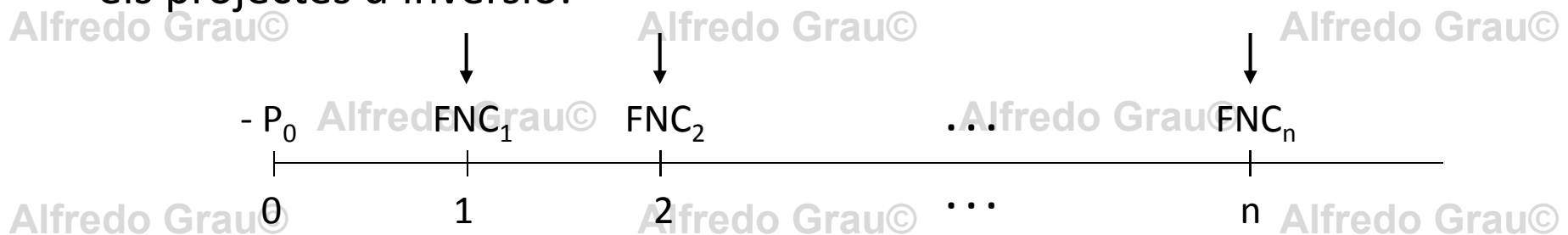


1. Introducció (II)

$(\frac{\cdot}{t}\%)$

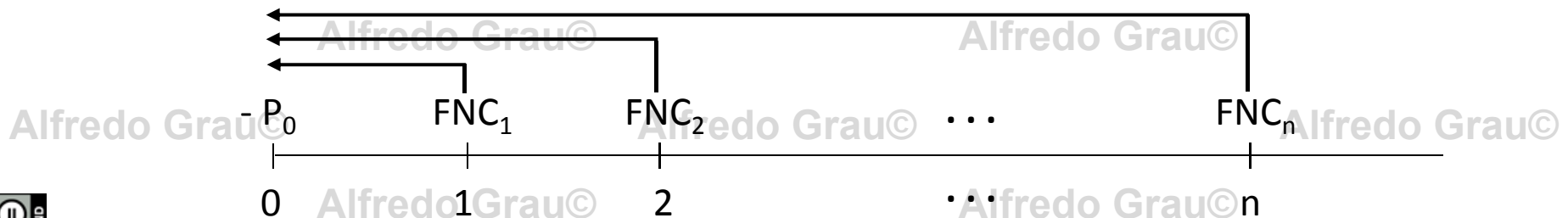
— Models de valoració:

- *Models estàtics*: no adjudiquen valor temporal a les rendes que generen els projectes d'inversió:



→ manquen d'interès.

- *Models dinàmics*: totes les rendes futures que es generen en els projectes han de ser actualitzades en el moment de valoració:



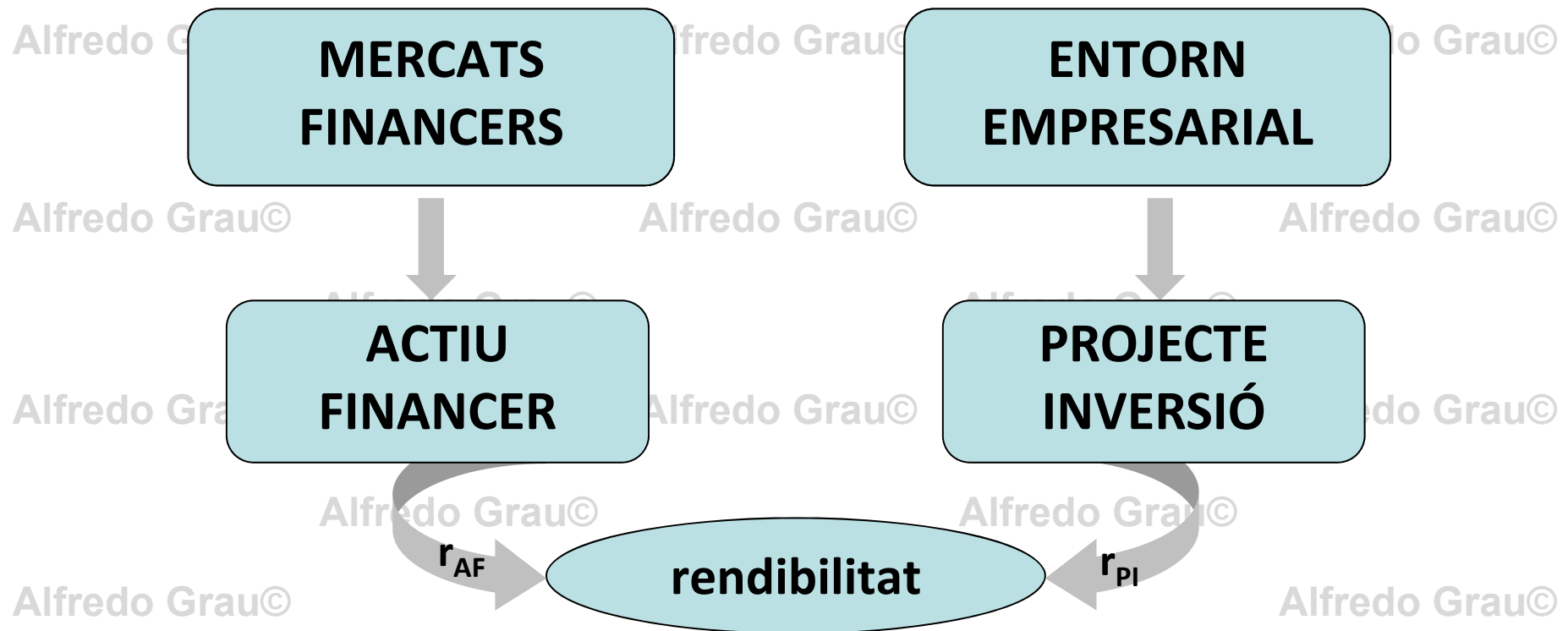
→ permet comparar diferents corrents monetaris en diferents moments del temps.



2. Els mercats financers i l'ajust de les pautes de consum-inversió

[0%]

2.1. Els mercats financers: introducció



— Si $r_{AF} > r_{PI}$ → convé invertir en l'actiu lliure de risc del mercat.

— Si $r_{AF} < r_{PI}$ → interessa dur a terme el projecte d'inversió.

— En resum, l'empresa durà a terme projectes d'inversió si i la rendibilitat que obté amb ells està per damunt de la rendibilitat mitjana del mercat.

2. Els mercats financers i l'ajust de les pautes de consum-inversió

($\theta\%$)

2.2. Els mercats financers: hipòtesi (I)

— Hipòtesi de partida:

- Les rendes que generen els projectes (FNC_j) es coneixen amb certesa.
- Mercats de capitals perfectes i competitius, açò implica:
 - Tots els actius financers tenen idèntiques característiques.
 - Es pot prestar i demanar prestat.
 - Tots els inversors es consideren prenedors ('tomadores') de preus → no tenen capacitat suficient per influir en la formació dels preus dels actius financers ni en els tipus d'interès.
 - La informació és transparent → $\nexists$ informació privilegiada.
 - $\nexists$ costos financers, ni impostos, ni inflació.
 - Tots els inversors poden accedir lliurement al mercat de capitals, açò és, no hi ha barreres d'entrada.



2. Els mercats financers i l'ajust de les pautes de consum-inversió

[$\theta\%$]

2.2. Els mercats financers: hipòtesi (II)

- Es tenen en compte les oportunitats d'inversió presents.
- Tots els projectes d'inversió es financen amb els recursos permanents de què disposa l'empresa (capital social i reserves).
- La durada del projecte se subdivideix en períodes anuals que generen rendes postpagables.

— Esquema temporal que relaciona la renda que es percep (M_t) i les pautes de consum (C_t):



— Es presenten dues possibilitats:

- Consumir tot el pressupost (renda disponible) en cada període.
- Consumir part del pressupost i estalviar la resta per a consum futur.

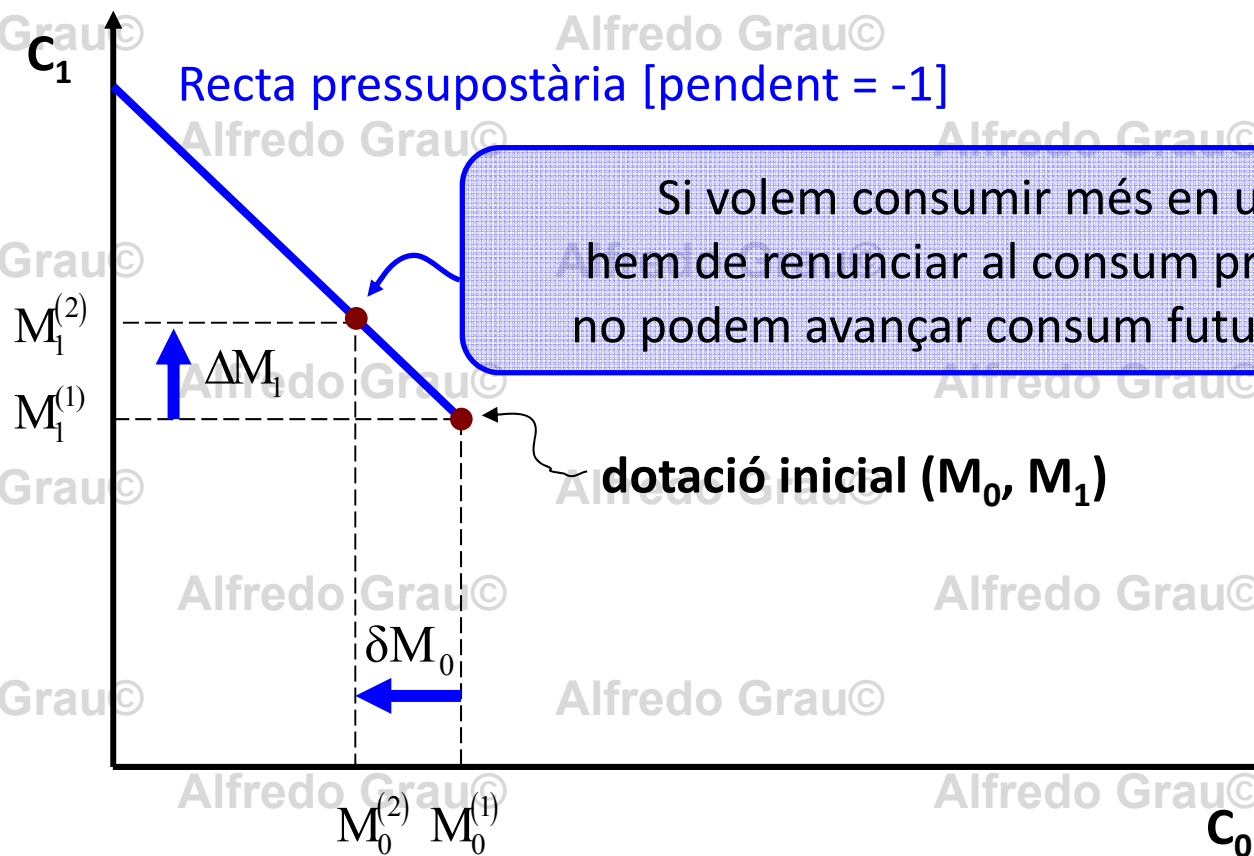


2. Els mercats financers i l'ajust de les pautes de consum-inversió

[0%]

2.3. Valoració en absència de mercats financers

- La restricció pressupostària tindrà l'expressió següent (considerant que el preu dels béns és constant i igual a 1):



2. Els mercats financers i l'ajust de les pautes de consum-inversió

(%)

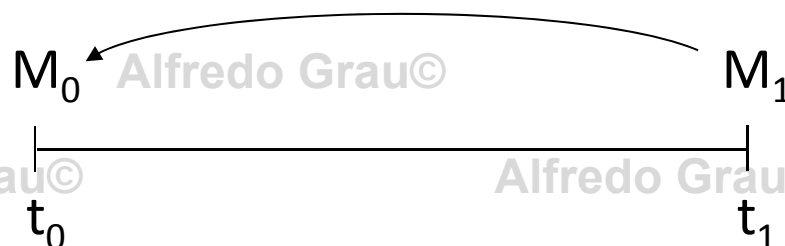
2.4. Valoració en presència de mercats financers (I)

— L'existència dels mercats financers possibilita:

- Els mitjans per a posar en contacte prestataris i prestadors.
- L'existència d'un tipus d'interès al qual es pot prestar o demanar prestat.
- Ajustar les pautes de consum al llarg del temps.

— Aquesta situació fa possible poder anticipar les rendes futures al moment actual, per tant:

- **Suposat 1** → Anticipar els cobraments futurs per al seu consum actual:


$$\Rightarrow \bar{C}_0 = M_0 + \frac{M_1}{(1+i)} \quad (3.1)$$

on $\bar{C}_j$ es el consum màxim per al període j .

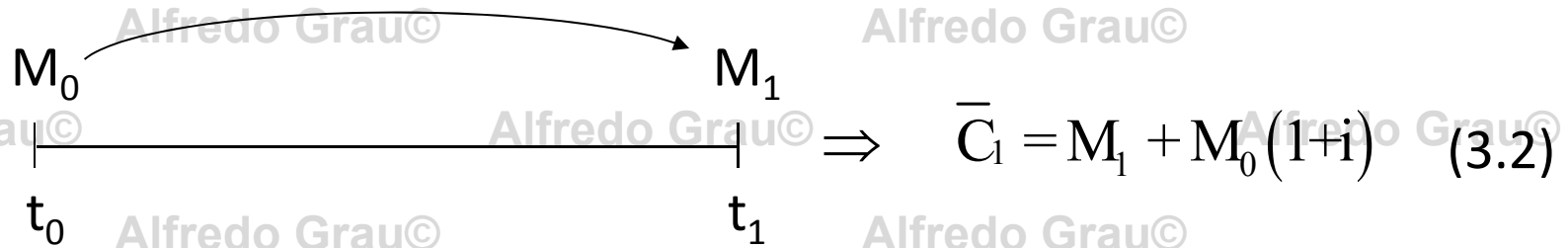


2. Els mercats financers i l'ajust de les pautes de consum-inversió

(%)

2.4. Valoració en presència de mercats financers (II)

■ **Suposat 2** → No consumir res avui per ser consumit en el futur:


$$\bar{C}_1 = M_1 + M_0(1+i) \quad (3.2)$$

- Si generalitzem i ens situem en qualsevol punt situat sobre la recta pressupostària, podem establir la seua equació general:

$$C_1 = M_1 + \underbrace{(M_0 - C_0)}_{\text{renda a la qual es renuncia avui per a ser consumida demà (riquesa actual menys consum actual)}}(1+i) \quad (3.3.)$$

renda a la qual es renuncia avui per a ser consumida demà
(riquesa actual menys consum actual)

- La pendent de la qual és definida per:

$$\frac{dC_1}{dC_0} = -(1+i) \quad (3.4.)$$

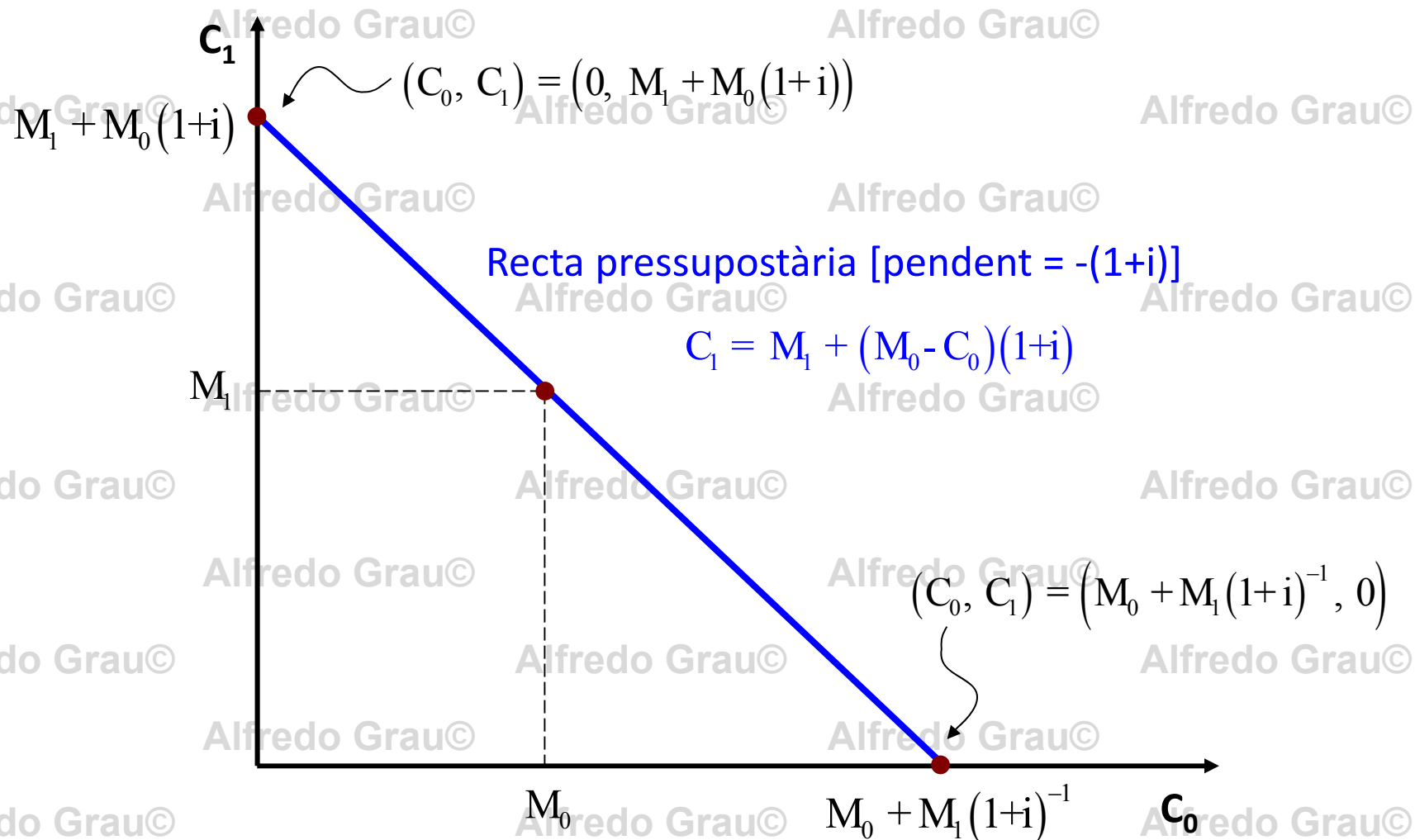


2. Els mercats financers i l'ajust de les pautes de consum-inversió

$(\%)$

2.4. Valoració en presència de mercats financers (III)

— Per tant, la restricció pressupostària quan hi ha mercats financers serà:



3. $\exists$ oport. inversió productiva i Δ riquesa inversor: T. S. Fisher

$(\frac{r}{100}\%)$

3.1. Aspectes generals (I)

— Els individus poden invertir en (recordem):

- Títols del mercat de capitals.
- Projectes d'inversió productius (maquinàries, edificis, instal·lacions...)

— El subjecte invertirà en la segona opció *si i* obté una rendibilitat superior a la primera.

— **Exemple 3.1.:** Considerem una persona que només pensa en el present any i en el posterior (t_0 , t_1). Els ingressos de diners dels quals disposa són: $M_0 = M_1 = 100.000$ €, per tant:



El tipus d'interès és 10 %. Suposem que aquest individu vol invertir en un terreny i que estarà acabat l'any pròxim. Aquest terreny costa 70.000 € i amb certesa l'any següent costarà 75.000€, amb la qual cosa guanyaria 5.000 €. Convé dur a terme la inversió?



3. $\exists$ oport. inversió productiva i Δ riquesa inversor: T. S. Fisher

$(\frac{\%}{t})$

3.1. Aspectes generals (II)

- Renda disponible en t_0 de 100.000 €.

- Dues opcions d'inversió:

- Prestar els seus diners al tipus de mercat del 10%:

$70.000 \cdot 0,10 = 7.000 \text{ €}$ / rebria en concepte d'interessos.

- Comprar el terreny per 70.000 € (en t_0) i vendre'l per 75.000 € (en t_1):

$75.000 - 70.000 = 5.000 \text{ €}$ / plusvàlua per la venda del terreny.

→ En aquest cas ***interessa invertir en el mercat de capitals*** abans que en el projecte d'inversió, ja que l'operació de préstec ofereix 2.000 € addicionals de renda.

→ Llavors ***l'opció de dur a terme el projecte d'inversió redueix les possibilitats de consum tant presents com futures.***



3. $\exists$ oport. inversió productiva i Δ riquesa inversor: T. S. Fisher

$(\theta\%)$

3.1. Aspectes generals (III)

—Anem a comprovar-ho mitjançant un exemple:

- Vegem quines són les diferents possibilitats de consum per a cada període (punts extrems), açò és, dedicar tota la renda disponible per a consum $\forall t$:

$$\bar{C}_0 = M_0 + \frac{M_1}{(1+i)} = 100.000 + \frac{100.000}{(1+0,1)} = 190.909,09 \text{ €}$$

$$\bar{C}_1 = M_1 + M_0(1+i) = 100.000 + 100.000(1+0,1) = 210.000 \text{ €}$$

- L'individu podrà situar-se en qualsevol punt intermedi dels dos extrems anteriors mitjançant l'equació (3.3):

$$C_1 = 100.000 + (100.000 - C_0)(1+0,1)$$

- En funció de les preferències de consum del binomi present-futur, què succeiria si realitza la inversió en el terreny?



3. ∃ oport. inversió productiva i Δ riquesa inversor: T. S. Fisher

$(\frac{r}{100}\%)$

3.1. Aspectes generals (IV)

- Ara el consum màxim possible seria:

$$\bar{C}_0 = M_0 + \frac{M_1}{(1+i)} = (100.000 - 70.000) + \frac{175.000}{(1+0,1)} = 189.090,91 \text{ €}$$

$$\bar{C}_1 = M_1 + M_0(1+i) = 175.000 + (100.000 - 70.000)(1+0,1) = 208.000 \text{ €}$$

- Si comparem amb els resultats anteriors, s'han ressentit les possibilitats de consum tant presents com futures.
- Ara l'equació de la recta pressupostària seria:

$$C_1 = 175.000 + (30.000 - C_0)(1+0,1)$$

- Fixem-nos que aquesta situació desplaçarà la recta pressupostària i ha de coincidir necessàriament amb el valor en t_0 de la pèrdua que pateix aquest individu en t_1 , açò és:

$$190.909,09 - 189.090,91 = 1.818,18 = \frac{2.000}{(1+0,1)}$$

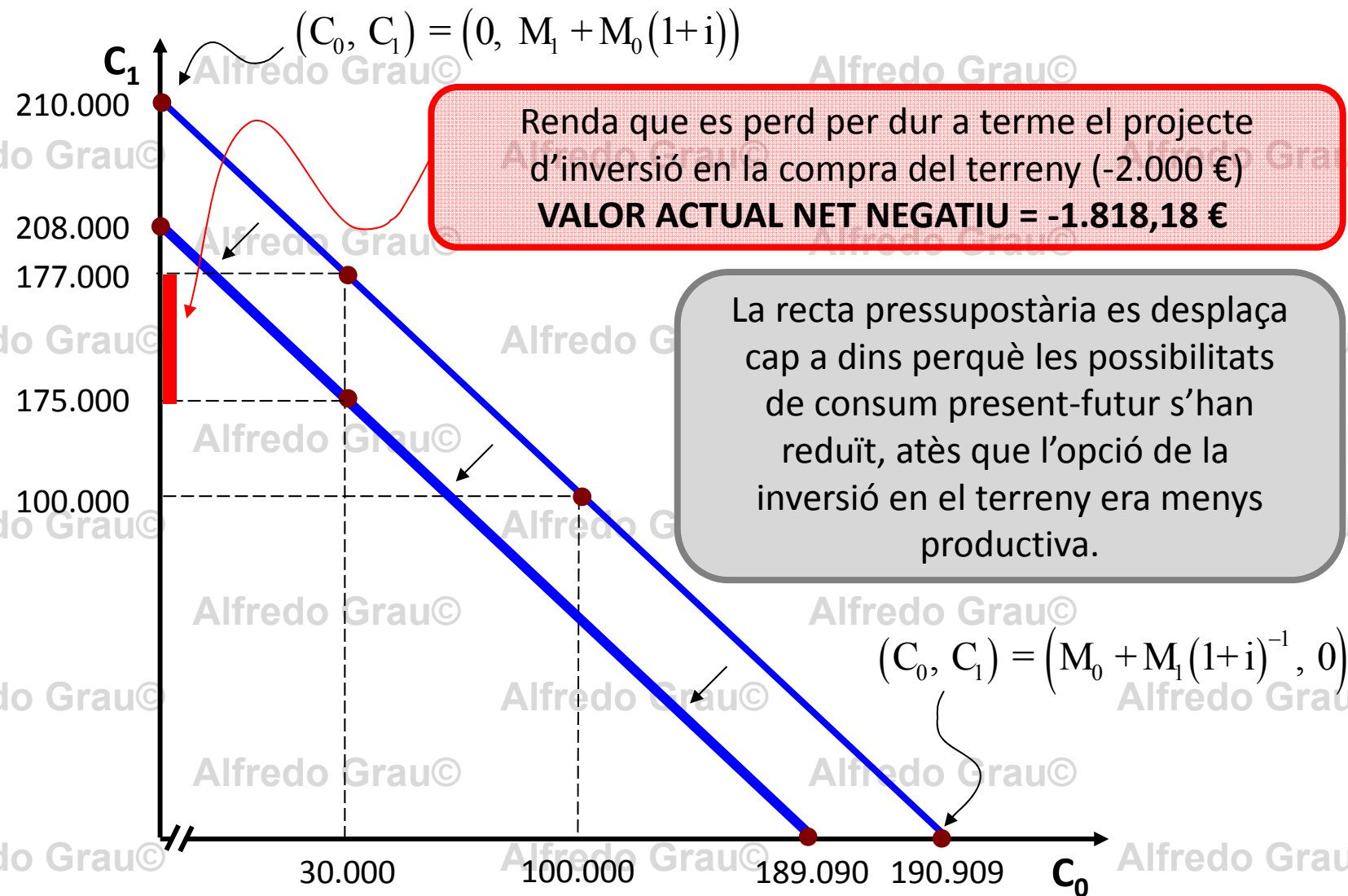


3. ∃ oport. inversió productiva i Δ riquesa inversor: T. S. Fisher

[$\hat{r}\%$]

3.1. Aspectes generals (V)

— Gràficament:



3. $\exists$ oport. inversió productiva i Δ riquesa inversor: T. S. Fisher

$\left[\frac{\Delta}{\%} \right]$

3.1. Aspectes generals (VI)

— Finalment definim **VALOR ACTUAL NET** d'una inversió com aquella quantia en la qual l'inversor veu augmentada/disminuïda la seua riquesa (consum màxim possible avui) si realitza la compra del terreny, per tant:

VALOR ACTUAL NET $< 0 \rightarrow -1.818,18 \text{ €} \rightarrow \nabla$ RIQUESA



3. $\exists$ oport. inversió productiva i Δ riquesa inversor: T. S. Fisher



3.1. Aspectes generals (VII)

— En definitiva, en la presa de decisions d'inversió productiva:

- No es necessita conèixer la riquesa inicial de l'inversor ni les seues preferències sobre el consum actual i futur.
- Només es requereix comparar la inversió productiva amb una alternativa en el mercat financer d'igual risc.

▪ Inversions:

- **VAN > 0** → augmentarà la riquesa de l'inversor la quantia del qual serà la que el VAN proporcione.

→ Desplaçament de recta pressupostària cap a la dreta (fora).

- **VAN < 0** → disminuirà la riquesa de l'inversor per la mateixa quantia que el VAN indique.

→ Desplaçament de recta pressupostària cap a l'esquerra (dins).



3. $\exists$ oport. inversió productiva i Δ riquesa inversor: T. S. Fisher

$(\theta\%)$

3.2. Teorema de separació de Fisher (I)

— El procés de la presa de decisions d'inversió i consum d'un individu es realitza en dues fases, totalment independents:

- **Decisió òptima d'inversió productiva**

- L'inversor haurà d'escometre tots aquells projectes d'inversió amb $VAN > 0$ fins que el rendiment marginal de l'última inversió siga igual al tipus d'interès del mercat.

- **Decisió òptima de consum**

- L'inversor selecciona el seu patró òptim de consum prestant o endeutant-se (demanant prestat) en el mercat financer. D'aquesta manera es desplaçarà al llarg de la recta pressupostària.



3. $\exists$ oport. inversió productiva i Δ riquesa inversor: T. S. Fisher

$(\dot{Q}\%)$

3.2. Teorema de separació de Fisher (II)

— La separació de la decisió d'inversió (primera fase) i de la decisió de consum (segona fase) és coneguda com: **TEOREMA DE SEPARACIÓ DE FISHER:**

■ Amb presència de mercats financers perfectes:

- La decisió d'inversió $\rightarrow$ criteri objectiu: VAN,
 $\rightarrow$ sense tenir en compte les preferències subjectives dels individus, vinculades a les seues decisions de consum.
- Maximitzar la riquesa de l'agent $\rightarrow$ maximitzar les possibilitats de consum al llarg del seu horitzó de planificació.

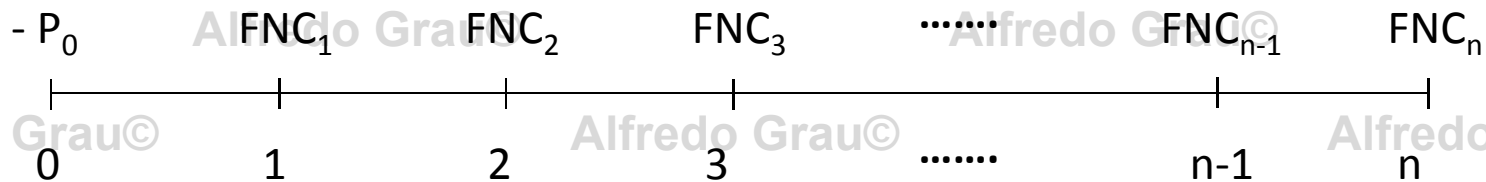


4. El criteri del valor actual net (VAN)

$(\%)$

4.1. VAN: definició (I)

— Siga un projecte d'inversió amb les característiques financeres següents:



- Els fluxos nets de caixa (FNC_j) → es coneixen amb certesa.

- Mercats de capitals perfectes.

— **Valor actual net (VAN)** → diferència en t_0 , entre el desemborsament inicial (P_0) i els corresponents FNC_j que ha generat el projecte, descomptats a la taxa ajustada al risc (k_j), açò és:

$$VAN = -P_0 + \frac{FNC_1}{(1+k_1)} + \frac{FNC_2}{(1+k_2)} + \dots + \frac{FNC_{n-1}}{(1+k_{n-1})^{n-1}} + \frac{FNC_n}{(1+k_n)^n} \quad (3.5)$$

mesura absoluta
de la rendibilitat
(en u. m.)



4. El criteri del valor actual net (VAN)

[0%]

4.1. VAN: definició (II)

— Una forma alternativa d'expressar l'equació matemàtica (3.5) seria:

$$\text{VAN} = -P_0 + \sum_{j=1}^n \frac{\text{FNC}_j}{(1+k_j)^j} ; \forall j = 1, 2, \dots, n-1, n \quad (3.6.)$$

$$\forall k_1 \neq k_2 \neq \dots \neq k_{n-1} \neq k_n$$

$$\forall \text{FNC}_1 \neq \text{FNC}_2 \neq \dots \neq \text{FNC}_{n-1} \neq \text{FNC}_n$$

— Si l'ETI és constant al llarg del projecte d'inversió $k_1 = k_2 = k_3 = \dots = k_{n-1} = k_n$, l'equació (3.6) adoptarà l'expressió següent:

$$\text{VAN} = -P_0 + \frac{\text{FNC}_1}{(1+k)} + \frac{\text{FNC}_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{\text{FNC}_{n-1}}{(1+k)^{n-1}} + \frac{\text{FNC}_n}{(1+k)^n} \quad (3.7.)$$



4. El criteri del valor actual net (VAN)



4.1. VAN: definició (III)

— Finalment, l'equació (3.7) adoptarà l'expressió formal següent:

$$VAN = -P_0 + \sum_{j=1}^n \frac{FNC_j}{(1+k)^j} ; \forall j = 1, 2, \dots, n-1, n \quad (3.8.)$$

$$\forall k_1 = k_2 = \dots = k_{n-1} = k$$

$$\forall FNC_1 \neq FNC_2 \neq \dots \neq FNC_{n-1} \neq FNC_n$$

— Si el cost d'oportunitat (k) és constant al llarg del temps i també els FNC , l'equació (3.8), passarà a ser:

$$VAN = -P_0 + \frac{FNC}{(1+k)} + \frac{FNC}{(1+k)^2} + \dots + \frac{FNC}{(1+k)^{n-1}} + \frac{FNC}{(1+k)^n} \quad (3.9.)$$



4. El criteri del valor actual net (VAN)



4.1. VAN: definició (IV)

— Una forma alternativa d'expressar l'equació (3.9) del nou VAN seria:

$$VAN = -P_0 + \sum_{j=1}^n \frac{FNC}{(1+k)^j} ; \forall j = 1, 2, \dots, n-1, n \quad (3.10.)$$

$$\forall k_1 = k_2 = \dots = k_{n-1} = k$$

$$\forall FNC_1 = FNC_2 = \dots = FNC_{n-1} = FNC_n = FNC$$

— Els FNC , en ser constants, a l'hora de descomptar-los a $t=0$, podem considerar-los una renda constant i postpagable:

$$VAN = -P_0 + FNC \cdot a_{\overline{n}|k} ; \forall j = 1, 2, \dots, n-1, n \quad (3.11.)$$



on: $a_{\overline{n}|k} = \frac{1 - (1+k)^{-n}}{k}$

4. El criteri del valor actual net (VAN)

$\left[\frac{r}{100} \% \right]$

4.1. VAN: definició (V)

— Si els FNC que pot generar un projecte d'inversió són perpetus, caldrà modificar les equacions (3.10) i (3.11):

$$VAN = -P_0 + \frac{FNC}{(1+k)} + \frac{FNC}{(1+k)^2} + \frac{FNC}{(1+k)^3} + \dots + \infty \quad (3.12.)$$

— Llavors, els FNC , a l'hora de descomptar-los a $t=0$, podem considerar-los una renda constant, perpètua i postpagable:

$$VAN = -P_0 + FNC \cdot a_{\infty|k} ; \forall j = 1, 2, \dots, +\infty$$

$$\forall k_1 = k_2 = \dots = k_{\infty} = k$$

$$\forall FNC_1 = FNC_2 = \dots = FNC_{\infty} = FNC \quad (3.13.)$$



4. El criteri del valor actual net (VAN)

$\left[\frac{1}{1+k} \right]$

4.1. VAN: definició (VI)

- Operant tindrem:

$$VAN = -P_0 + \lim_{n \rightarrow \infty} FNC \cdot a_{\overline{n}|k}$$

$$VAN = -P_0 + \lim_{n \rightarrow \infty} FNC \cdot \left[\frac{1 - (1+k)^{-n}}{k} \right]$$

$$\text{si } a_{\overline{\infty}|k} = \frac{1}{k}$$

$\Rightarrow$

$$VAN = -P_0 + \frac{FNC}{k}$$

(3.14.)

$$\forall k_1 = k_2 = \dots = k_{\infty} = k$$

$$\forall FNC_1 = FNC_2 = \dots = FNC_{\infty} = FNC$$



4. El criteri del valor actual net (VAN)

$(\hat{r}\%)$

4.2. VAN: regla de decisió (I)

— Si el **VAN** > 0 , indica:

- Que amb els *FNC* (descomptats a la taxa k) que es reben de la inversió realitzada superen en el seu conjunt (Σ) la inversió inicial requerida (P_0).
- S'obté una rendibilitat anual sobre el cost de la inversió.
- Es genera un excedent financer la quantia del qual és especificada pel VAN mateix.
 - La riquesa dels accionistes serà incrementada per un valor equivalent al VAN obtingut.



4. El criteri del valor actual net (VAN)

(%)

4.2. VAN: regla de decisió (II)

Valor	Concepte	Acceptació vs. rebuig
VAN > 0	Excedent financer net positiu	Acceptem el projecte
<i>Compleix amb l'objectiu marcat per la teoria financera moderna. <u>Aporta valor a l'empresa.</u></i>		
VAN = 0	Excedent financer net indiferent	Indiferent realitzar el projecte
<i>La conveniència o no de dur-ho a terme dependrà de l'agent que haja de prendre la decisió. No mereix la pena dedicar esforços i mobilitzar recursos per a un projecte que no aportarà riquesa.</i>		
VAN < 0	Excedent financer net negatiu	Rebutgem el projecte
<i>Mai no s'ha de dur a terme aquest projecte. No es rendibilitza la inversió realitzada i a més incompleix l'objectiu de la teoria financera. <u>No aporta valor a l'empresa.</u></i>		

4. El criteri del valor actual net (VAN)

$(\frac{r}{100})\%$

4.3. Reinversió dels FNC intermedis (I)

— L'empresa té dues opcions:

- Gastar els *FNC* en l'activitat habitual d'aquesta.
- Reinvertir els *FNC* obtinguts perquè n'augmente el valor.
 - Els nous *FNC* → es capitalitzaran $\{FNC \cdot (1+t_r)^j\}$ on j es el nombre de períodes fins al venciment.

— Reinvertir implica no tenir recursos ociosos i així obtenir una rendibilitat addicional en el futur.

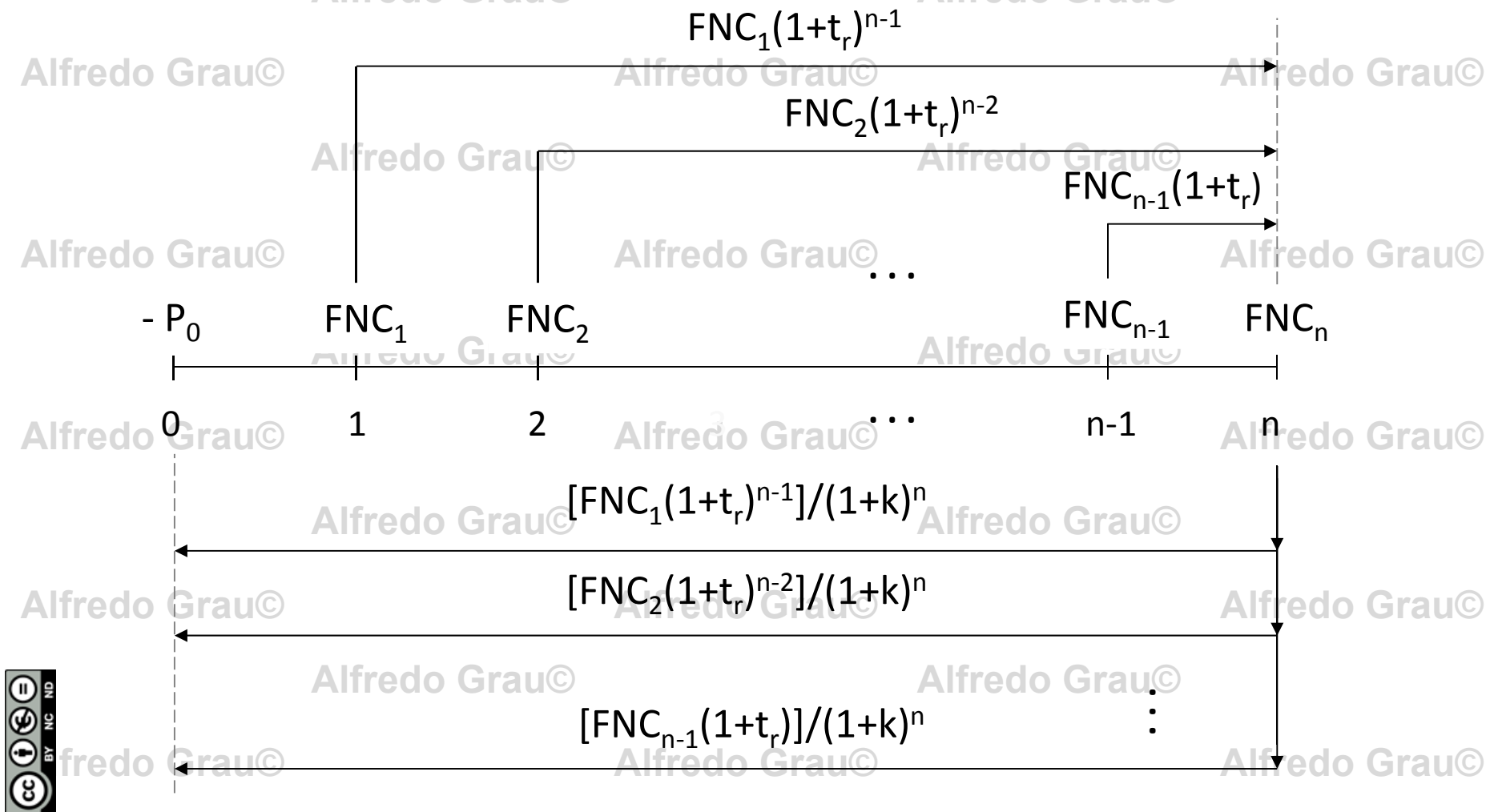


4. El criteri del valor actual net (VAN)

$\left[\frac{1}{1+r} \right]^n$

4.3. Reinversió dels FNC intermedis (II)

— L'esquema temporal del nou VAN calculat amb els *FNC* reinvertits a la taxa t_r , VAN^R , serà:



4. El criteri del valor actual net (VAN)

[0%]

4.3. Reinversió dels FNC intermedis (III)

— Finalment l'expressió matemàtica del VAN^R serà:

$$VAN^R = -P_0 + \frac{FNC_1(1+t_r)^{n-1}}{(1+k)^n} + \frac{FNC_2(1+t_r)^{n-2}}{(1+k)^n} + \dots + \frac{FNC_{n-1}(1+t_r)}{(1+k)^n} + \frac{FNC_n}{(1+k)^n}$$

$$\forall k_1 = k_2 = \dots = k_{n-1} = k$$

— Si la taxa de reinversió (t_r) és la mateixa que la taxa de descompte aplicada (k), tindrem:

$$VAN^R = -P_0 + \frac{FNC_1(1+k)^{n-1}}{(1+k)^n} + \frac{FNC_2(1+k)^{n-2}}{(1+k)^n} + \dots + \frac{FNC_{n-1}(1+k)}{(1+k)^n} + \frac{FNC_n}{(1+k)^n}$$

$$\forall k_1 = k_2 = \dots = k_{n-1} = k$$

$$t_r = k \quad \forall t$$



4. El criteri del valor actual net (VAN)

(%)

4.3. Reinversió dels FNC intermedis (IV)

— Eliminant termes del numerador amb el denominador, arribarem a l'expressió final:

$$VAN^R = -P_0 + \frac{FNC_1}{(1+k)} + \frac{FNC_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{FNC_{n-1}}{(1+k)^{n-1}} + \frac{FNC_n}{(1+k)^n} \quad (3.15.)$$

$$\forall k_1 = k_2 = \dots = k_{n-1} = k$$



5. El cost d'oportunitat: primeres consideracions (I)



— La utilització de la taxa de descompte (k) pretén:

- Homogeneïtzar els *FNC*.
- Exigir una rendibilitat mínima a la inversió per a incrementar el valor de mercat de l'empresa.
- Considerar el cost d'oportunitat que se suporta en renunciar a la rendibilitat que ofereix el mercat financer amb una altra inversió de risc similar.

— El cost d'oportunitat (k) serà la suma de:

- Tipus d'interès lliure de risc (per exemple, un bo de l'Estat).
- Una prima per risc (en funció del risc assumit en el mercat).



5. El cost d'oportunitat: primeres consideracions (II)

$\left[\frac{C}{P} \% \right]$

— Descomptant els FNC_j al cost d'oportunitat ha d'assegurar que:

- Obligacionistes → recuperen els capitals invertits més els interessos acordats.
- Accionistes → han de ser remunerats en funció del risc econòmic i financer que suporten en invertir en l'empresa.

— **Exemple 3.2.:** Una empresa té l'estructura financera següent:

Préstecs..... 5.000

Obligacions..... 1.000

Capital social..... 10.000

Reserves..... 4.000

Total..... 20.000

Els préstecs i les obligacions es retribueixen en terme mitjà al 6% i la rendibilitat exigida pels capitals permanents al 18%, amb la qual cosa el cost d'oportunitat del capital d'aquesta empresa serà:



5. El cost d'oportunitat: primeres consideracions (III)



- Càlcul de la proporció entre recursos propis i aliens:

$$\text{Recursos propis} = (10.000 + 4.000) / 20.000 = 0,70 \rightarrow 70\%$$

$$\text{Recursos aliens} = (5.000 + 1.000) / 20.000 = 0,30 \rightarrow 30\%$$

- Càlcul del cost d'oportunitat, k :

$$k = (0,70 \cdot 0,18) + (0,30 \cdot 0,06) =$$

$$= (0,126) + (0,018) = 0,144$$

$$k = 14,4\%$$



Annex I (II)

- L'esquema temporal seria:



Es compra el terreny pagant per ell 70.000 €, queden disponibles 30.000 € per al consum actual.

Es ven el terreny per 80.000 € més els 100.000 €, que és la renda assignada en el moment futur.

- Donada la nova situació, el consum màxim possible seria:

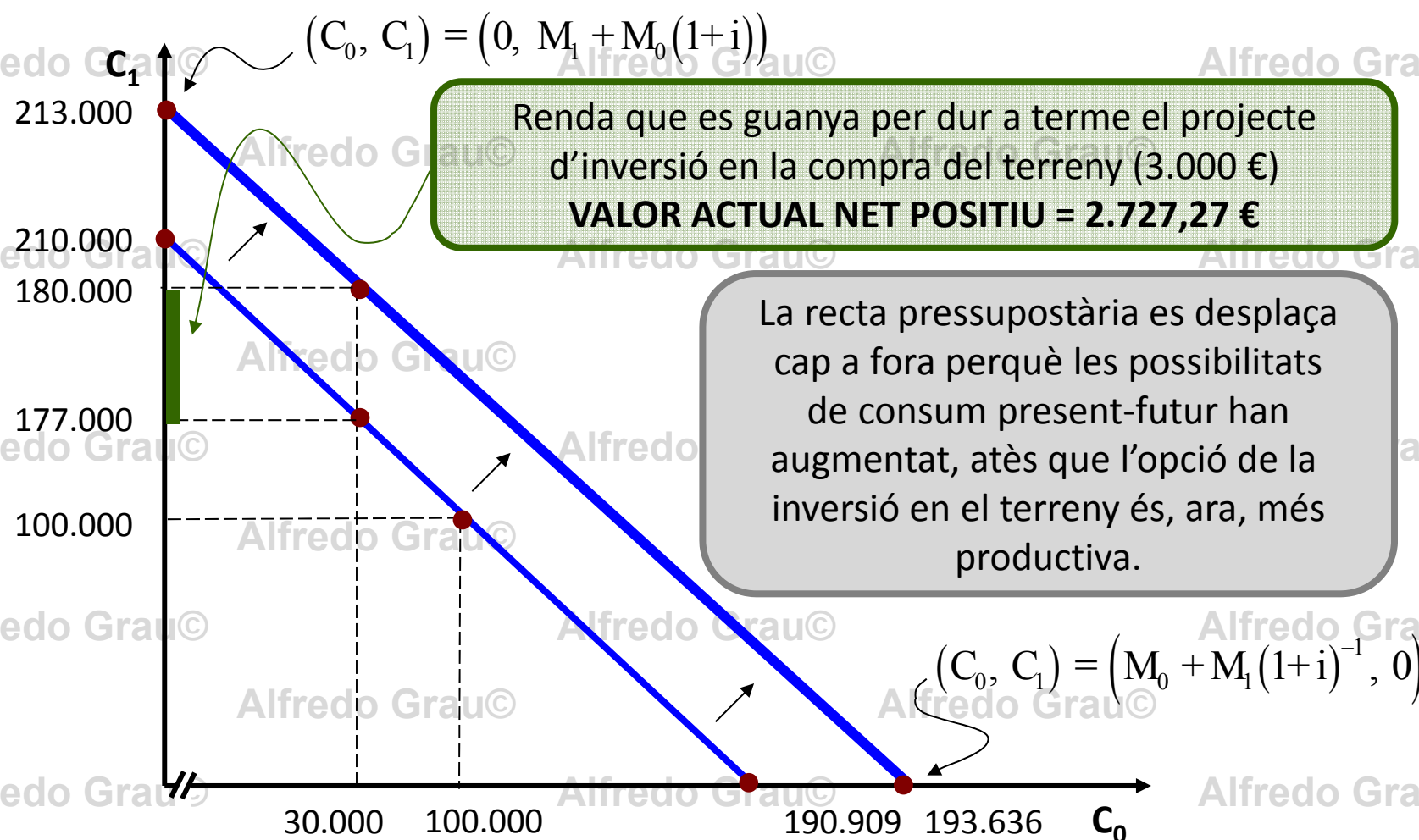
$$\bar{C}_0 = M_0 + \frac{M_1}{(1+i)} = (100.000 - 70.000) + \frac{180.000}{(1+0,1)} = 193.636,36 \text{ €}$$

$$\bar{C}_1 = M_1 + M_0(1+i) = 180.000 + (100.000 - 70.000)(1+0,1) = 213.000 \text{ €}$$

Annex I (III)

- Ara l'equació de la recta pressupostària seria:

$$C_1 = 180.000 + (30.000 - C_0)(1 + 0,1)$$



Annex I (IV)



— Finalment, el VALOR ACTUAL NET d'aquesta inversió serà:

VALOR ACTUAL NET > 0 → 2.727,27 € → Δ RIQUESA

TEMA 4

UNS ALTRES CRITERIS DE VALORACIÓ (TEORIA)

Professor: Dr. Alfredo J. Grau Grau[®]



Grau en Administració i Direcció d'Empreses



Material protegit per "CREATIVE COMMONS EXPANYA"

[0%]

® Alfredo J. Grau Grau

Alfredo G

lo Grau©



Reconeixement (Attribution): En qualsevol explotació de l'obra autoritzada per la llicència caldrà reconèixer l'autoria.

Alfredo G

lo Grau©



No Comercial (Non commercial): L'explotació de l'obra queda limitada a usos no comercials.



Sense Obres Derivades (No Derivate Works): L'autorització per explotar l'obra no inclou la transformació per crear una obra derivada.

Alfredo G

lo Grau©



Compartir Igual (Share alike): L'explotació autoritzada inclou la creació d'obres derivades sempre que mantinguin la mateixa llicència en ser divulgades.

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

fredo Grau©



Alfredo Grau©

fredo Grau©

Reconeixement - NoComercial - SenseObraDerivada (by-nc-nd): No es permet un ús comercial de l'obra original ni la generació d'obres derivades.



fredo Grau©

<http://cat.creativecommons.org/licencia/>

Alfredo Grau©

Bibliografia bàsica recomanada

- BERK, J. i DeMARZO, P. (2008): *Finanzas corporativas*. Pearson.

→ CAPÍTOL 4.

- BLANCO, F.; FERRANDO, M. i MARTÍNEZ, M. F. (2015): *Teoría de la inversión*. Madrid: Pirámide.

→ CAPÍTOLS 5 i 6 (6.1., 6.2. i 6.3.)

- BREALEY, R.; MYERS, S. i ALLEN, F. (2010): *Principios de finanzas corporativas*. McGraw-Hill.

→ CAPÍTOL 7.

1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

1.1. TIR: concepte

1.2. TIR: regla de decisió

1.3. TIR: inconvenients i inconsistències

2. Uns altres criteri de valoració

2.1. El termini de recuperació (*pay-back*)

2.2. L'índex de rendibilitat

3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

3.1. Projectes simples: valoració

3.2. Projectes simples: ordenació jeràrquica

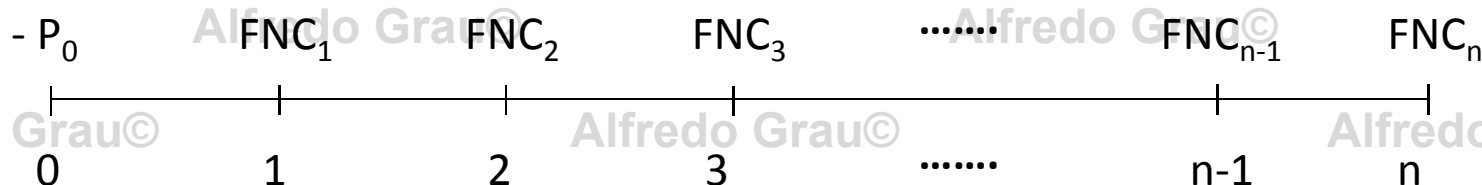
3.3. Discrepàncies en l'ordenació: taxa de Fisher

1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

(%)

1.1. TIR: concepte (I)

— Un projecte d'inversió amb les característiques financeres següents:



— **Taxa interna de rendibilitat (TIR)** → taxa d'actualització (r) que fa que el $VAN=0$ ($\sum$ pagaments = $\sum$ cobraments). Indica el nivell de rendibilitat a partir del qual el projecte comença a produir rendes > 0 :

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \frac{FNC_1}{(1+r)} + \frac{FNC_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{FNC_{n-1}}{(1+r)^{n-1}} + \frac{FNC_n}{(1+r)^n} = 0 \quad (4.1.)$$

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \sum_{j=1}^n \frac{FNC_j}{(1+r)^j} = 0 ; \forall j = 1, 2, \dots, n-1, n$$

**Mesura relativa
de la rendibilitat
(en %)**

1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

(%)

1.1. TIR: concepte (II)

— Si els FNC_j són iguals per a tota la vida del projecte, podem calcular la TIR com una renda financera:

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \frac{FNC}{(1+r)} + \frac{FNC}{(1+r)^2} + \dots + \frac{FNC}{(1+r)^{n-1}} + \frac{FNC}{(1+r)^n} = 0$$

Aquest mètode
facilita una
única taxa $r \forall t$

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \sum_{j=1}^n \frac{FNC}{(1+r)^j} = 0 ; \forall j = 1, 2, \dots, n-1, n$$

(4.2.)

— Els FNC , en ser constants, a l'hora de descomptar-los a $t=0$, podem considerar-los una renda constant i postpagable:

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + FNC \cdot a_{\overline{n}|r} = 0 ; \forall j = 1, 2, \dots, n-1, n$$

(4.3.)

on: $a_{\overline{n}|r} = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$



1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

[0%]

1.1. TIR: concepte (III)

— Si els *FNC* que poden generar un projecte d'inversió són perpetus, s'hauran de modificar les equacions (4.2.) i (4.3.):

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \frac{\text{FNC}}{(1+r)} + \frac{\text{FNC}}{(1+r)^2} + \frac{\text{FNC}}{(1+r)^3} + \dots + \infty = 0 \quad (4.4.)$$

— Per tant, els *FNC*, a l'hora de descomptar-los a $t=0$, els podrem considerar una renda constant, perpètua i postpagable:

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \text{FNC} \cdot a_{\infty|r} = 0 ; \forall j = 1, 2, \dots, +\infty \quad (4.5.)$$



1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

$\left[\hat{r} \% \right]$

1.1. TIR: concepte (IV)

■ Operant tindrem:

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \lim_{n \rightarrow \infty} \text{FNC} \cdot a_{\overline{n}|r} = 0$$

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \lim_{n \rightarrow \infty} \text{FNC} \cdot \left[\frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \right] = 0$$

$$\text{si } a_{\overline{\infty}|r} = \frac{1}{r}$$

$\Rightarrow$

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \frac{\text{FNC}}{r} = 0$$

(4.6.)



1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

(%)

1.2. TIR: regla de decisió (I)

A	Valor	Acceptar vs. rebutjar	©
	$r > k$	Acceptem el projecte	
A	<i>La rendibilitat interna del projecte supera el cost d'oportunitat de capital utilitzat per a finançar-lo.</i>		©
A	$r = k$	Projecte indiferent	©
	<i>És indiferent portar a terme el projecte</i>		
A	$r < k$	Rebutgem el projecte	©
A	<i>La rendibilitat interna del projecte és inferior el cost d'oportunitat de capital utilitzat per a finançar-lo. Dur-ho a terme implica abordar un projecte que no resulta rendible. El cost de finançar-ho no es recupera amb els corrents monetaris que s'obtenen a canvi.</i>		©



1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)



1.2. TIR: regla de decisió (II)

- La TIR que obtenim està en termes bruts, és a dir, és la rendibilitat obtinguda sense tenir en compte el cost de finançar el projecte (k).
- La TIR en termes nets és la diferència entre la TIR bruta i el cost d'oportunitat de capital, k :

$$TIR_{NETA} = TIR_{BRUTA} - k$$

(4.7.)



1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)



1.3. TIR: inconvenients i inconsistències (I)

— Dificultat en el seu càlcul i interpretació:

- Des del punt de vista matemàtic, la TIR és una equació de grau n .
- Les equacions de grau n tenen tantes solucions positives com a canvis de signe tinga l'equació (regla de Descartes).
- Amb projectes no simples es produeixen inconsistències.

— **Exemple 4.1. (dues TIR):** Calculeu la TIR de l'esquema temporal següent:

-1.800	20.000	-20.000
0	1	2
Fluxos de caixa (u. m.)		
Desemb. inicial	FNC ₁	FNC ₂
-1.800	20.000	-20.000



1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

(%)

1.3. TIR: inconvenients i inconsistències (II)

- El càlcul de la TIR serà:

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \frac{\text{FNC}}{(1+r)} + \frac{\text{FNC}}{(1+r)^2} = 0$$

$$\text{TIR} \Rightarrow -1.800 + \frac{20.000}{(1+r)} - \frac{20.000}{(1+r)^2} = 0$$

- Per facilitar els càlculs fem el canvi de variable, $t=(1+r)$:

$$\text{TIR} \Rightarrow -1.800t_2 + 20.000t - 20.000 = 0$$

- Resolem l'equació de 2n grau i desfem el canvi:

$$\text{TIR} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t_1 = 10 \rightarrow r_1 = (t_1 - 1) \cdot 100 = 900\% \\ t_2 = 1,1 \rightarrow r_2 = (t_2 - 1) \cdot 100 = 11\% \end{array} \right\} \Rightarrow \text{dues solucions}$$



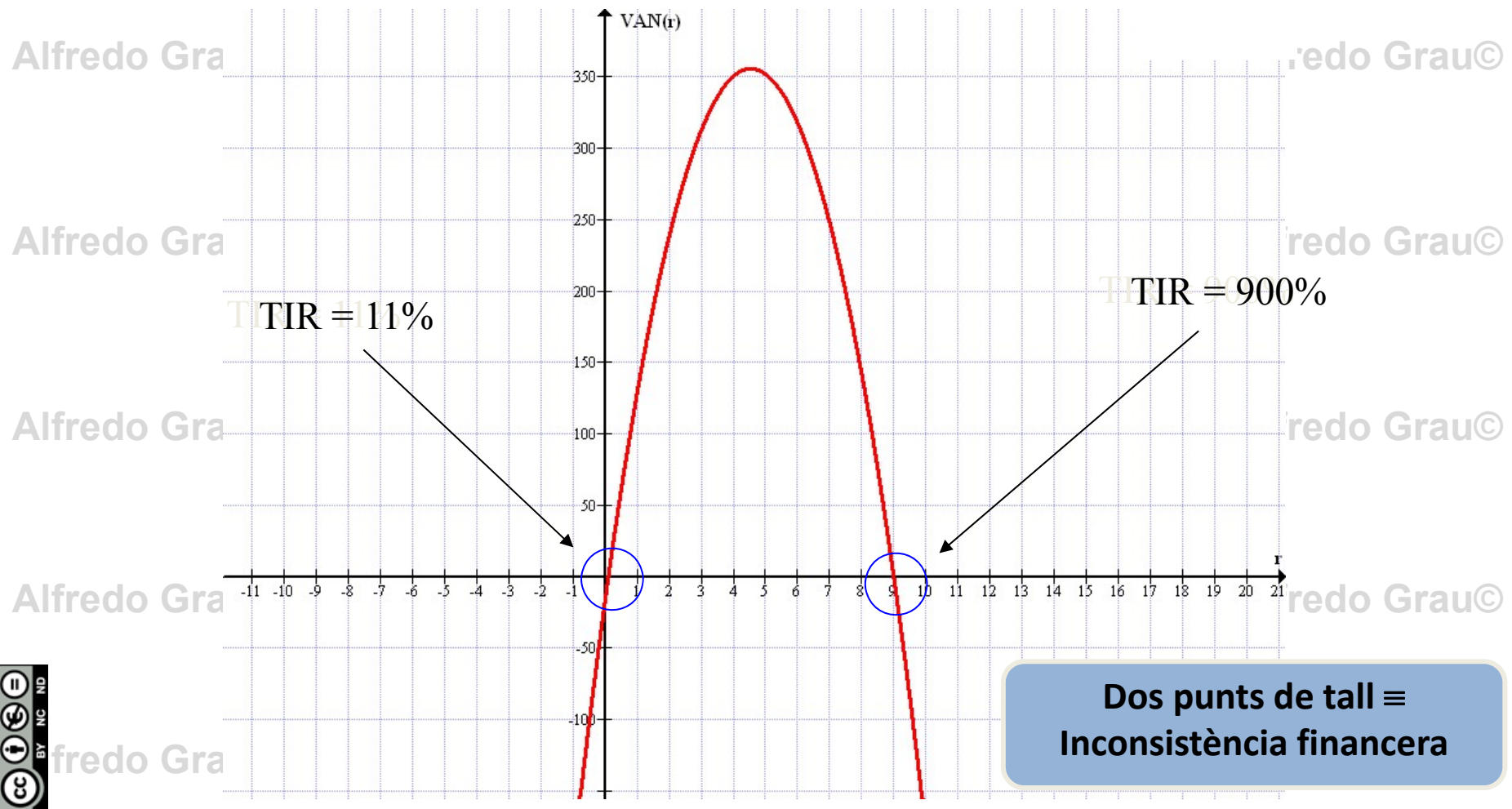
1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

$\left[\frac{\%}{\%} \right]$

1.3. TIR: inconvenients i inconsistències (III)

■ Hem obtingut dues $TIR > 0$ (no té sentit) $\rightarrow$ inconsistència.

■ Gràficament:

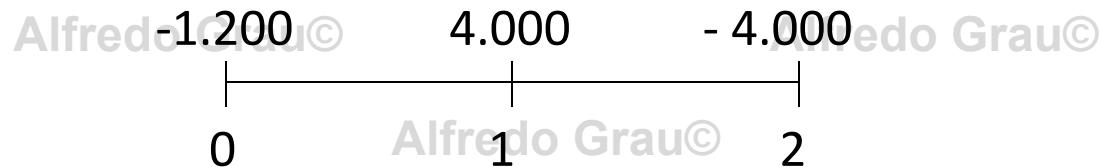


1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

(%)

1.3. TIR: inconvenients i inconsistències (IV)

— **Exemple 4.2. (cap TIR):** calculeu la TIR de l'esquema temporal següent:



Fluxos de caixa (u. m.)		
Desemb. inicial	FNC ₁	FNC ₂
-1.200	4.000	-4.000

- El càlcul de la TIR es resol mitjançant l'equació:

$$\text{TIR} \Rightarrow -1.200t_2 + 4.000t - 4.000 = 0$$

- Aquesta equació no ofereix cap solució ja que el radicand de l'equació de segon grau és negatiu.



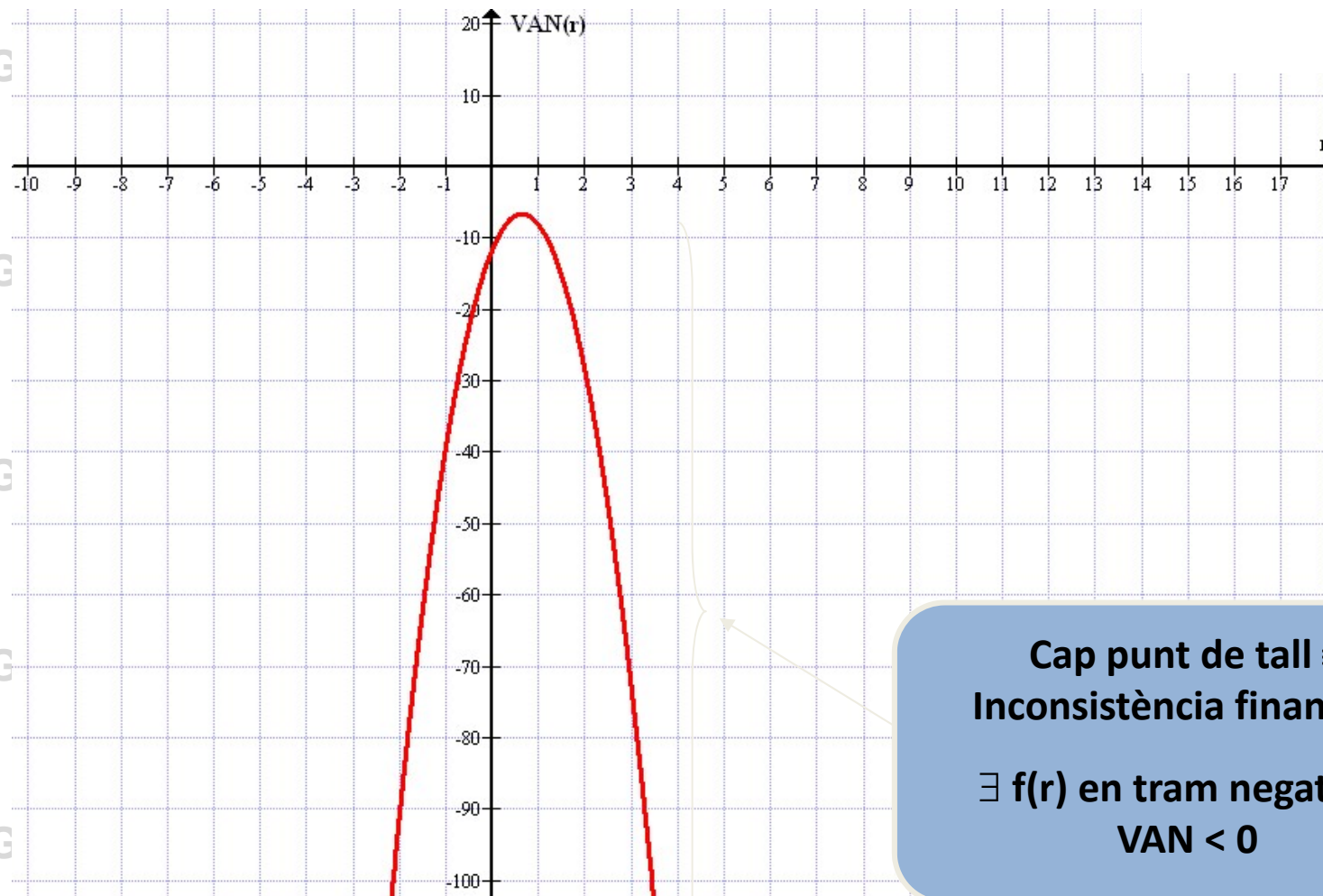
1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

$\left[\frac{\%}{\%} \right]$

1.3. TIR: inconvenients i inconsistències (V)

■ No hi ha solució per a la TIR (no té sentit) → inconsistència. Alfredo Grau©

■ Gràficament: Alfredo Grau©



Cap punt de tall ≡
Inconsistència financera

∃ f(r) en tram negatiu ≡
VAN < 0

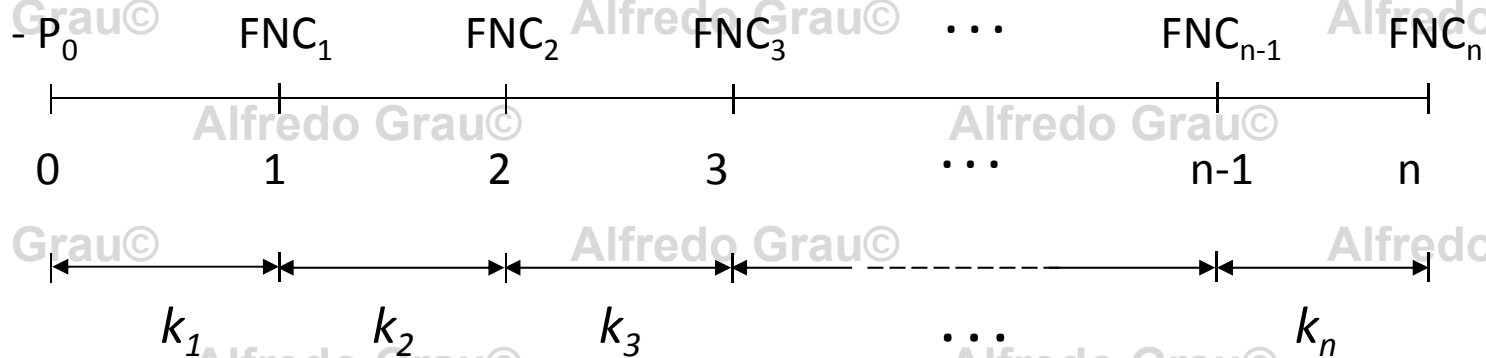
1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)

$\left[\frac{1}{t} \% \right]$

1.3. TIR: inconvenients i inconsistències (VI)

— Problemes quan l'ETRI no és plana:

- Ara la k ja no serà constant $\forall t$.



- Abans: comparàvem r amb k .

- Ara: no podem comparar r amb $k_j \rightarrow$ tenim diverses k .



1. La taxa interna de rendibilitat (TIR)



1.3. TIR: inconvenients i inconsistències (VII)

— Incompliment del principi d'additivitat del valor:

- Si sumem el valor de totes les inversions escomeses per l'empresa, obtindrem el valor d'aquesta.

- Aquest principi el compleix el VAN, però no, la TIR.

— **Exemple 4.3.:** comproveu que es compleix el principi d'additivitat de valor:

Projecte	Fluxos de caixa (u. m.)			VAN (k=10%)	TIR (en %)
	P_0	FNC_1	FNC_2		
E	-100	100	100	73,55	61,80
F	-200	150	150	60,33	31,87
E+F	-300	250	250	133,88	42,01

- Per al VAN es compleix $\rightarrow VAN_{E+F} = VAN_E + VAN_F$ {73,55 + 60,33 = 133,88}

- Per a la TIR no es compleix $\rightarrow TIR_{E+F} \neq TIR_E + TIR_F$ {61,80 + 31,87 $\neq$ 42,01}



2. Uns altres criteris de valoració



2.1. El termini de recuperació (*pay-back*) (I)

– Període que transcorre (PR) fins que les rendes generades pel projecte (FNC_j) permeten recuperar el cost de la inversió (P_0):

- Aquest criteri mesura la liquiditat del projecte (punt de vista econòmic).

- A menor $PR \Rightarrow \Delta$ liquiditat.

– Mètode de càlcul: es van acumulant període després de període els FNC fins al moment T en el qual es recupera el cost de la inversió (P_0), distingim dos procediments:

- **Procediment estàtic (PR^E):**

$$-P_0 + \sum_{j=1}^T FNC_j = 0$$



2. Uns altres criteris de valoració

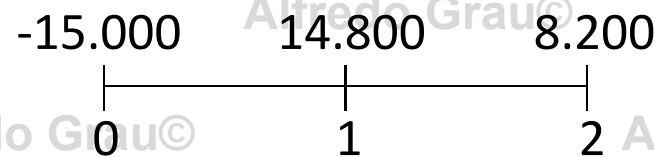
(%)

2.1. El termini de recuperació (*pay-back*) (II)

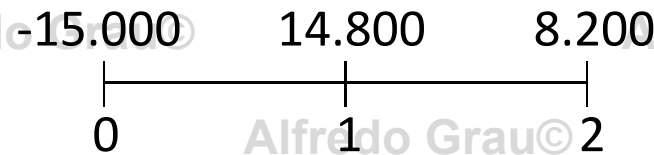
■ Procediment dinàmic (PR^D):

$$-P_0 + \sum_{j=1}^T \frac{FNC_j}{(1+k)^j} = 0$$

– **Exemple 4.4.:** Calculeu el *pay-back* dinàmic de l'esquema temporal següent:



■ En primer lloc haurem de descomptar totes les partides a $t=0$:



$$14.800/(1,12) = 13.214,29$$

$$8.200/(1,12)^2 = 6.536,99$$



2. Uns altres criteris de valoració

(%)

2.1. El termini de recuperació (*pay-back*) (III)

- Després, anem acumulant els FNC fins a aconseguir P_0 :

Període j	FNC _j	FNC _j en t=0	Σ de FNC _j	P ₀
0				15.000
1	14.800	13.214,29	13.214,29	15.000
2	8.200	6.536,99	19.751,28	15.000

Desemborsament inicial..... 15.000

- FNC acumulat en t=1..... 13.214,29

Queden per recuperar en t=1..... 1.785,71

$$\left. \begin{array}{l} 6.536,99 \rightarrow 12 \text{ mesos} \\ 1.785,71 \rightarrow X \end{array} \right\} X = 3,27 \text{ mesos}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ mes} \rightarrow 30 \text{ dies} \\ 0,27 \text{ mesos} \rightarrow Y \end{array} \right\} Y = 8,1 \text{ dies} \approx 8 \text{ dies} \Rightarrow PR^D = 1 \text{ any, } 3 \text{ mesos i } 8 \text{ dies}$$



2. Uns altres criteris de valoració

[0%]

2.2. Índex de rendibilitat (I)

— Mesura el valor actualitzat dels cobraments generats per cada unitat monetària invertida en el projecte d'inversió:

▪ **Índex de rendibilitat estàtic (IR^E):**

$$IR^E = \frac{\sum_{j=1}^T FNC_j}{P_0}$$

▪ **Índex de rendibilitat dinàmic (IR^D):**

$$IR^D = \frac{\sum_{j=1}^T \frac{FNC_j}{(1+k)^j}}{P_0}$$



2. Uns altres criteris de valoració

$\left[\frac{r}{1+r} \right]$

2.2. Índex de rendibilitat (II)

— La inversió resultarà rendible si $IR^{E,D} > 1$, per la qual cosa:

▪ Perquè $IR^E > 1 \Rightarrow \sum_{j=1}^T FNC_j > P_0$

▪ Perquè $IR^D > 1 \Rightarrow \sum_{j=1}^T \frac{FNC_j}{(1+k)^j} > P_0$

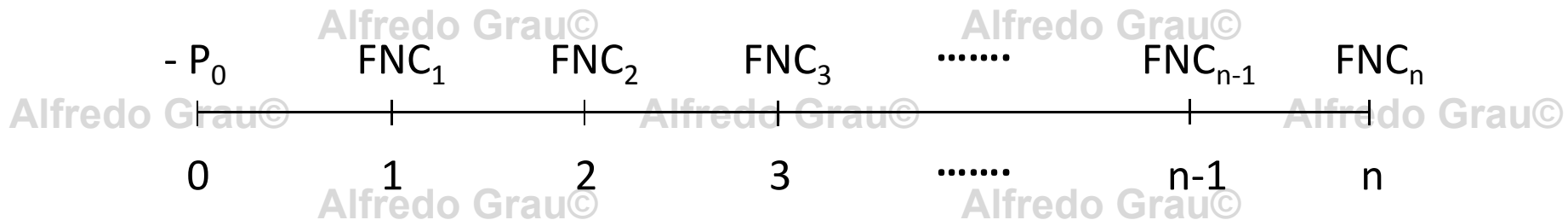


3. L'ordenació de projectes d'inversió simples



3.1. Projectes simples: valoració (I)

— Un projecte d'inversió amb les característiques financeres següents:



— Suposant un cost d'oportunitat del capital, k , constant $\forall t$, el VAN seria:

$$VAN = -P_0 + \frac{FNC_1}{(1+k_1)} + \frac{FNC_2}{(1+k_2)^2} + \dots + \frac{FNC_{n-1}}{(1+k_{n-1})^{n-1}} + \frac{FNC_n}{(1+k_n)^n}$$

■ A mesura que $\Delta k \rightarrow \delta VAN \rightarrow \Sigma FNC_j \lllll$

■ El VAN és una funció decreixent de k .



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples



3.1. Projectes simples: valoració (II)

— Comprovem les afirmacions anteriors:

- Si $k = 0$ (cost d'oportunitat nul), el VAN serà:

$$VAN(k = 0) = -P_0 + FNC_1 + FNC_2 + \dots + FNC_{n-1} + FNC_n$$

$$VAN(k = 0) = -P_0 + \sum_{j=1}^n FNC_j$$

- Si $k = \infty$ (cost d'oportunitat infinit), el VAN serà:

$$VAN(k = \infty) = -P_0 + \left(\frac{FNC_1}{\infty} + \frac{FNC_2}{\infty} + \dots + \frac{FNC_{n-1}}{\infty} + \frac{FNC_n}{\infty} \right) \rightarrow 0$$

$$VAN(k = \infty) = -P_0$$



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples



3.1. Projectes simples: valoració (III)

— Amb la primera i segona derivada la funció del VAN tindrem:

$$\frac{dVAN(k)}{dk} = \sum_{j=1}^n -j \cdot FNC_j (1+k)^{-j-1} < 0$$

atés que $FNC_j > 0$ y $(1+k) > 0$

$$\frac{d^2VAN(k)}{dk^2} = \sum_{j=1}^n -j \cdot (-j-1) \cdot FNC_j (1+k)^{-j-2}$$

$$= \sum_{j=1}^n j \cdot (j+1) \cdot FNC_j (1+k)^{-j-2} > 0$$



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples



3.1. Projectes simples: valoració (IV)

— Com interpretem aquestes derivades?

$\frac{dVAN(k)}{dk} < 0 \Rightarrow$ el VAN és una funció decreixent de la seva k

$\frac{d^2VAN(k)}{dk^2} > 0 \Rightarrow$ el VAN és una funció convexa

— Es dedueix:

- Per a inversions simples el VAN és una funció **monòtona creixent**, és a dir, si $k_1 < k_2 < k_3 \dots$ / $VAN(k_1) > VAN(k_2) > VAN(k_3)$.

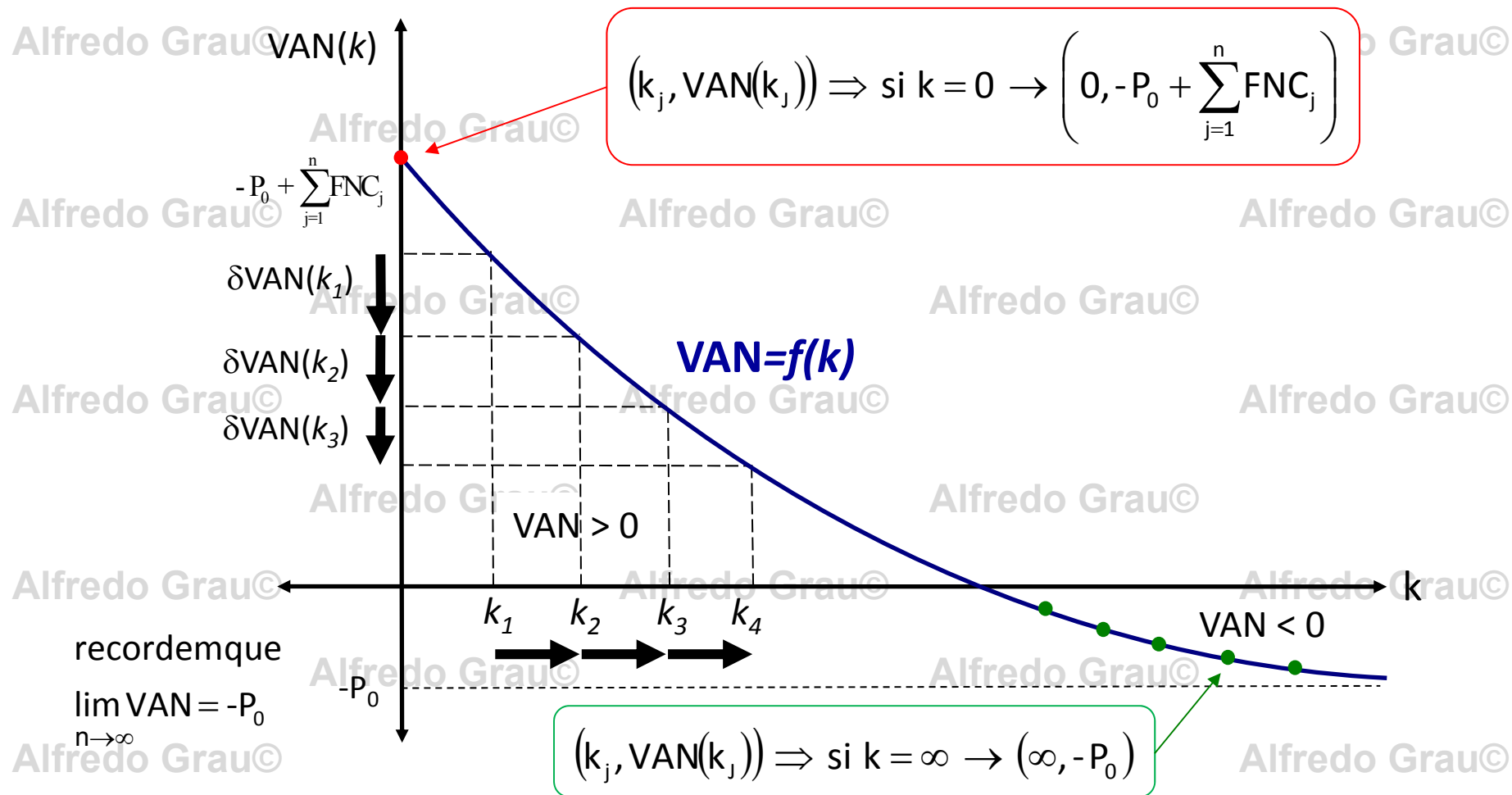
- És **asimptòtica** en l'eix d'abscisses a $(-P_0)$ i té un únic punt de tall amb l'eix d'abscisses.



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

[0%]

3.1. Projectes simples: valoració (V)



- S'accepta projecte si estem per sobre de l'eix d'abscisses ($VAN > 0$).
- Es rebutja el projecte si ens situem en el quart quadrant ($VAN < 0$).

3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

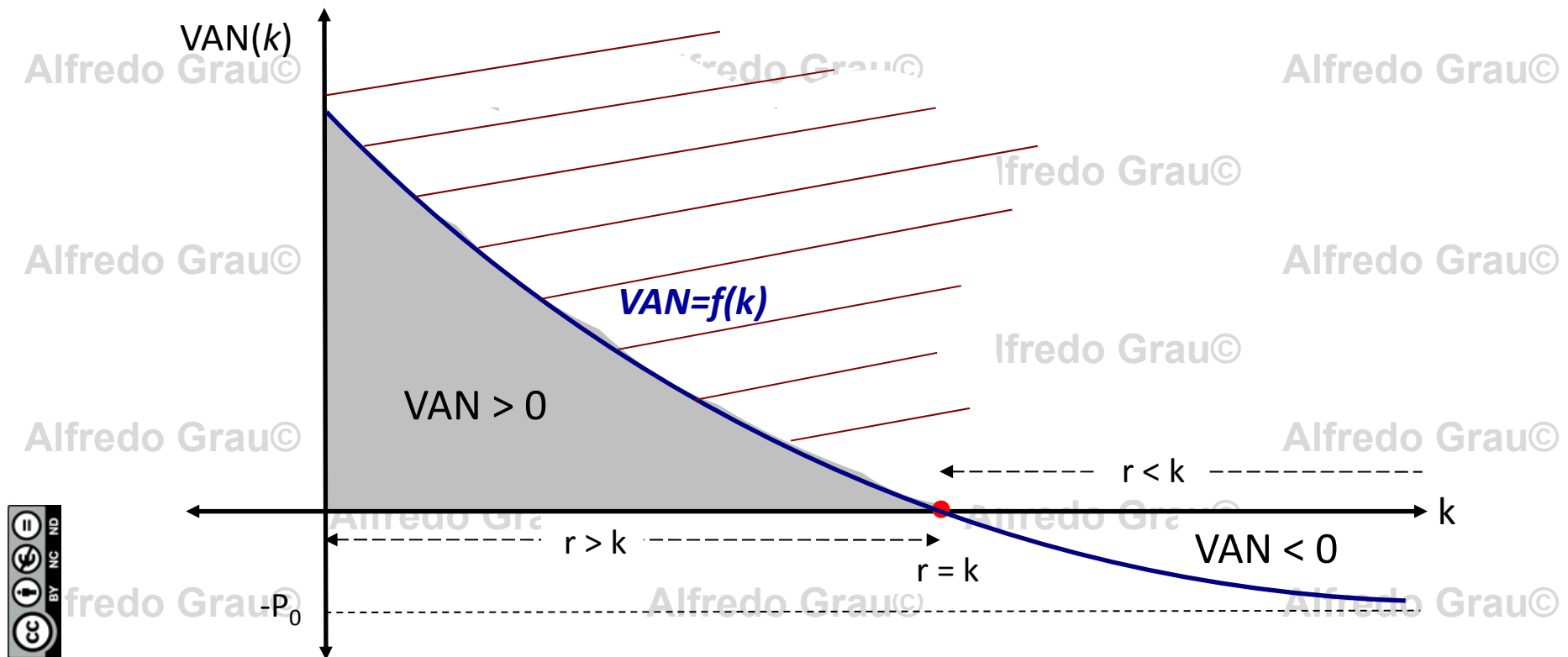


3.1. Projectes simples: valoració (VI)

— La TIR la definim de la manera següent:

$$\text{TIR} \Rightarrow -P_0 + \frac{\text{FNC}_1}{(1+r)} + \frac{\text{FNC}_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{\text{FNC}_{n-1}}{(1+r)^{n-1}} + \frac{\text{FNC}_n}{(1+r)^n} = 0$$

— Segons aquest criteri, acceptem un projecte si $r > k$:



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples



3.1. Projectes simples: valoració (VII)

— De l'estudi conjunt del VAN i la TIR, podem concloure:

relacions entre VAN i TIR	decisió final	tram
Si $VAN > 0 \rightarrow r > k$	Acceptem el projecte	
Si $VAN = 0 \rightarrow r = k$	Indiferent	
Si $VAN < 0 \rightarrow r < k$	Rebutgem el projecte	

→ *Conclusió final: els dos criteris (VAN i TIR) condueixen a la mateixa decisió quant al rebuig o acceptació d'una inversió.*



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples



3.2. Projectes simples: ordenació jeràrquica (I)

— Ens podem trobar amb diferents possibilitats d'inversió però totes no assolibles per moltes causes:

- Restriccions financeres.
- Restriccions tècniques.

— Quan tenim dos projectes o més, els criteris VAN i TIR continuen coincidint quant a la decisió d'acceptació o rebuig?

- Ordenació jeràrquica entre projectes simples i mútuament excloents entre si.

— Intuïtivament, si tenim dos projectes d'inversió, assumim que:

- Si $VAN_A > VAN_B \rightarrow$ és preferible dur a terme el Projecte A que el B.
- Assumim que $r_A > r_B \rightarrow$ és preferible també portar a terme el Projecte A.



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

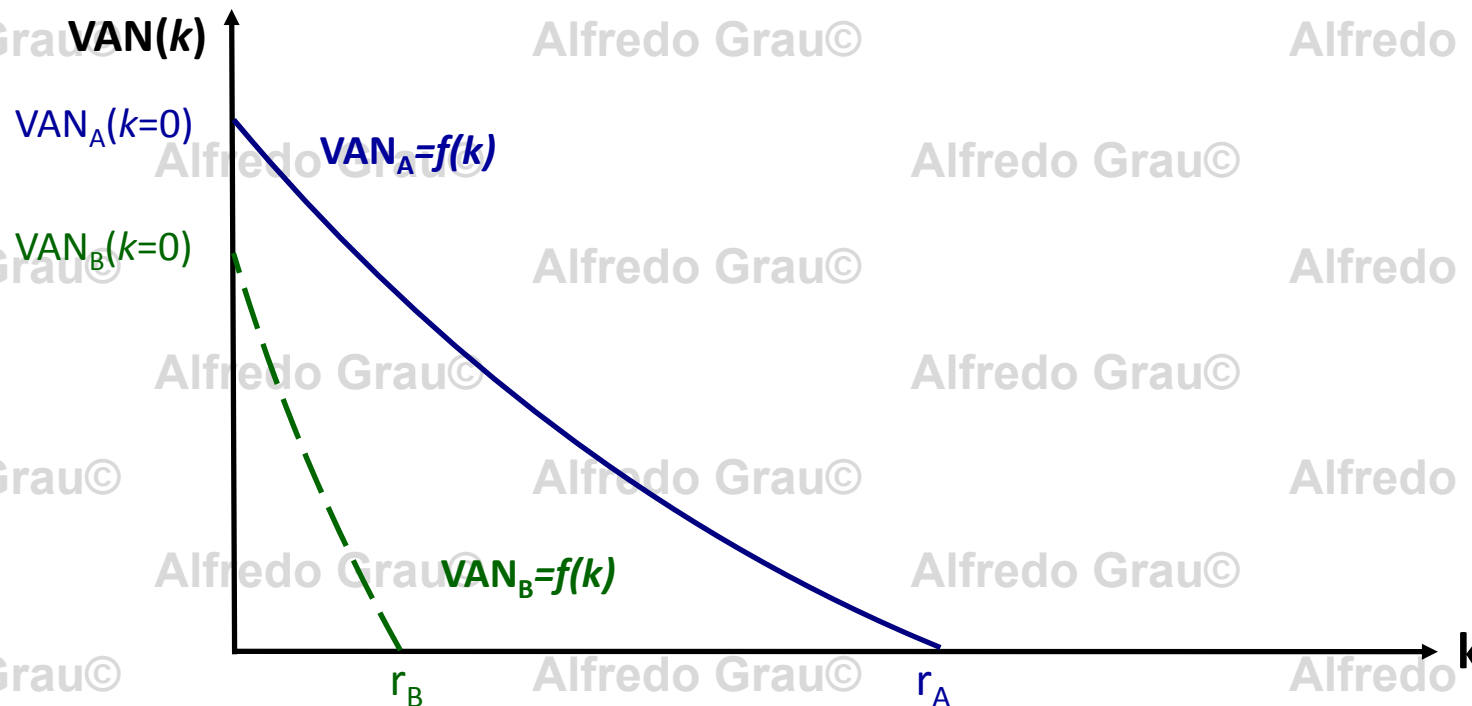
[0%]

3.2. Projectes simples: ordenació jeràrquica (II)

— Açò es complirà sempre que es complisquen conjuntament els postulats que s'enuncien a continuació:

▪ CAS 1

- El $VAN_A > VAN_B$, considerant una $k = 0$.
- Un Δ de $k \rightarrow \delta VAN_A$ però sempre **menor** que el produït en VAN_B .



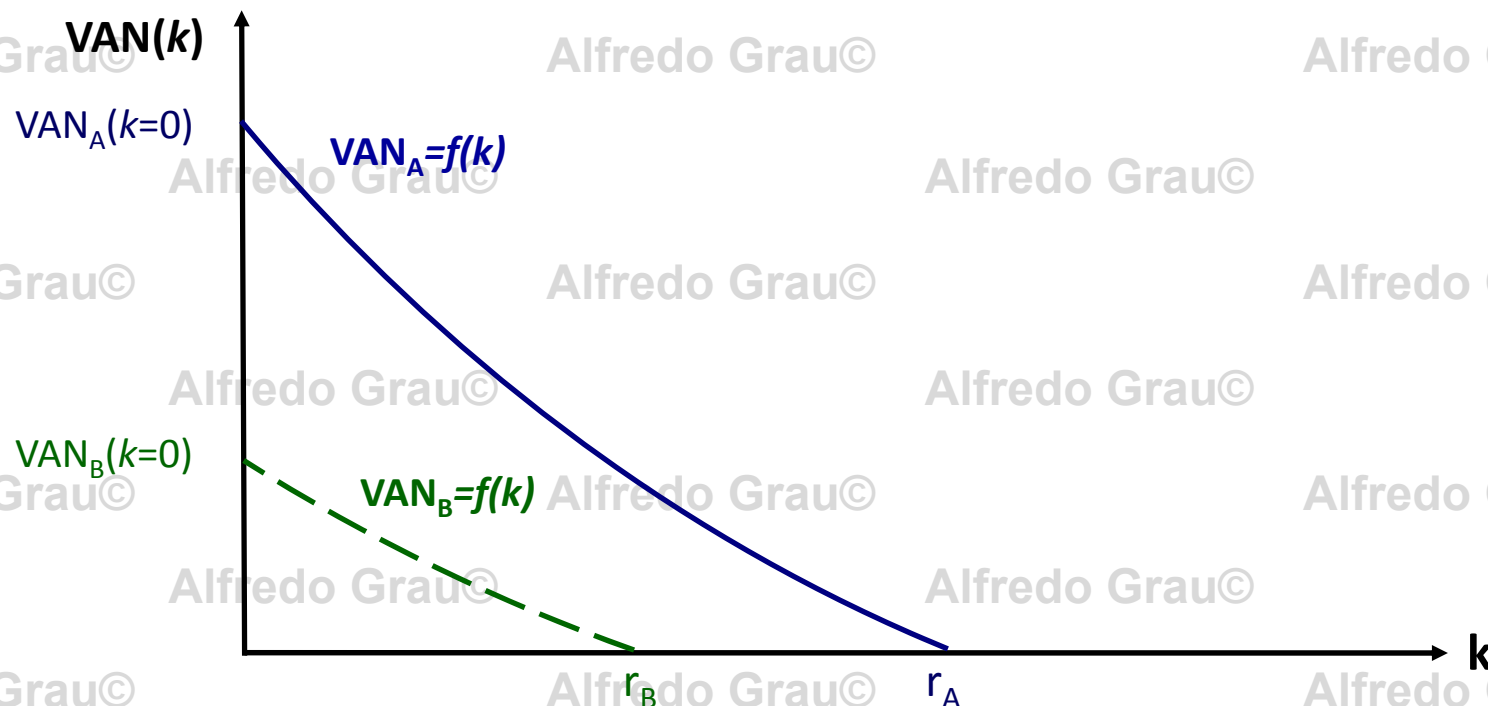
3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

$(\%)$

3.2. Projectes simples: ordenació jeràrquica (IV)

■ CAS 2

- El $VAN_A > VAN_B$, considerant una $k = 0$.
- Un Δ de $k \rightarrow \delta VAN_A$ però sempre **major** que el produït en VAN_B .
- La $TIR_A(r_A) > TIR_B(r_B)$.

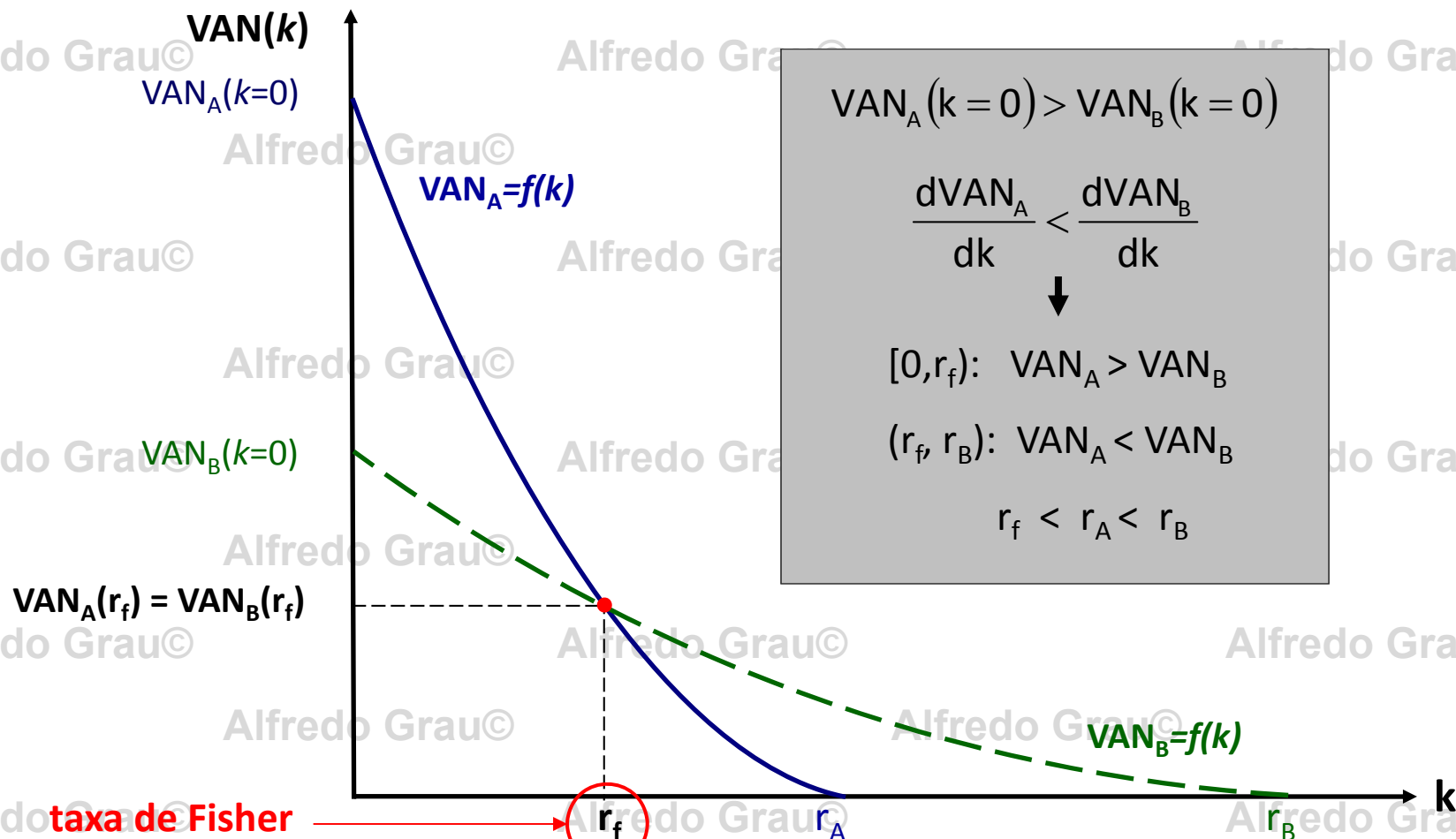


3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

(%)

3.3. Discrepàncies en l'ordenació jeràrquica: taxa de Fisher (I)

- No sempre coincideixen els criteris VAN i TIR pel que fa l'ordenació.
- Podem trobar-nos amb: $VAN_A > VAN_B \rightarrow r_A(TIR_A) < r_B(TIR_B)$.



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

(%)

3.3. Discrepàncies en l'ordenació jeràrquica: taxa de Fisher (II)

— **Taxa de Fisher** → aquella taxa d'actualització o descompte, r_f , que iguala els VAN de dos projectes d'inversió. Per tant:

$$VAN_A = -P_0^A + \frac{FNC_1^A}{(1+k_1)} + \frac{FNC_2^A}{(1+k_2)^2} + \dots + \frac{FNC_n^A}{(1+k_n)^n}$$

$$VAN_B = -P_0^B + \frac{FNC_1^B}{(1+k_1)} + \frac{FNC_2^B}{(1+k_2)^2} + \dots + \frac{FNC_n^B}{(1+k_n)^n}$$

$$VAN_A = VAN_B$$

$$-P_0^A + \frac{FNC_1^A}{(1+r_f)} + \frac{FNC_2^A}{(1+r_f)^2} + \dots + \frac{FNC_n^A}{(1+r_f)^n} = -P_0^B + \frac{FNC_1^B}{(1+r_f)} + \frac{FNC_2^B}{(1+r_f)^2} + \dots + \frac{FNC_n^B}{(1+r_f)^n}$$



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

3.3. Discrepàncies en l'ordenació jeràrquica: taxa de Fisher (III)



— D'aquesta manera obtenim la inversió diferència:

$$\begin{array}{ccccccc}
 (-P_0^A + P_0^B) & (FNC_1^A - FNC_1^B) & (FNC_2^A - FNC_2^B) & \cdots & (FNC_n^A - FNC_n^B) \\
 | & | & | & & | \\
 P_A - P_B & 0 & 1 & 2 & \cdots & n
 \end{array}$$

— El VAN resultant i equivalent als VAN restats dels dos projectes ens proporcionarà l'esmentada taxa de Fisher, r_f :

$$VAN_{A-B} = (-P_0^A + P_0^B) + \frac{(FNC_1^A - FNC_1^B)}{(1+r_f)} + \frac{(FNC_2^A - FNC_2^B)}{(1+r_f)^2} + \dots$$

$$\dots + \frac{(FNC_n^A - FNC_n^B)}{(1+r_f)^n} = 0$$



3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

3.3. Discrepàncies en l'ordenació jeràrquica: taxa de Fisher (IV)



relació entre VAN i TIR		decisió final
$0 \leq k < r_f$	$VAN_A > VAN_B$ $r_A < r_B$	Diferent ordenació jeràrquica
$k = r_f$	$VAN_A = VAN_B$ $r_A < r_B$	Diferent ordenació jeràrquica
$r_f < k < r_m$ on: $r_m = \min [r_A, r_B]$	$VAN_A < VAN_B$ $r_A < r_B$	Idèntica ordenació jeràrquica

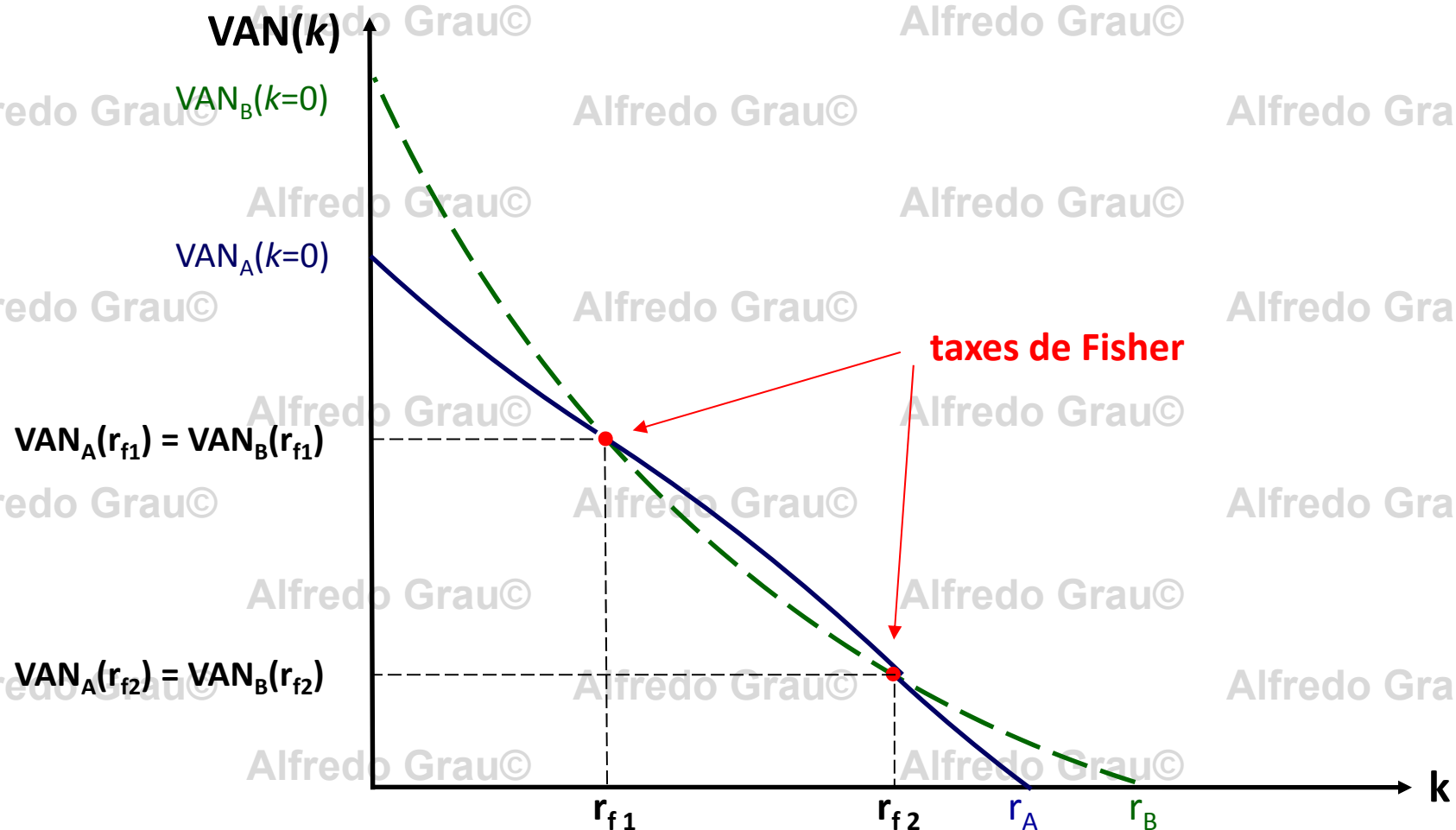


3. L'ordenació de projectes d'inversió simples

3.3. Discrepàncies en l'ordenació jeràrquica: taxa de Fisher (V)

(%)

— En casos especials podem trobar més d'una taxa de Fisher: Alfredo Grau©

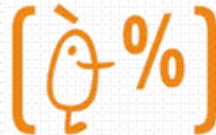


TEMA 5

SELECCIÓ D'INVERSIONS PRODUCTIVES AMB RISC (TEORIA)

Professor: Dr. Alfredo J. Grau Grau[®]

VNIVERSITAT
DE VALÈNCIA



Facultat d' Economia

Grau en Administració i Direcció d'Empreses



Material protegit per "CREATIVE COMMONS"

[0%]

® Alfredo J. Grau Grau

Alfredo G

lo Grau©



Reconeixement (Attribution): En qualsevol explotació de l'obra autoritzada per la llicència caldrà reconèixer l'autoria.

Alfredo G

lo Grau©



No Comercial (Non commercial): L'explotació de l'obra queda limitada a usos no comercials.



Sense Obres Derivades (No Derivate Works): L'autorització per explotar l'obra no inclou la transformació per crear una obra derivada.

Alfredo G

lo Grau©



Compartir Igual (Share alike): L'explotació autoritzada inclou la creació d'obres derivades sempre que mantinguin la mateixa llicència en ser divulgades.

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

fredo Grau©



Alfredo Grau©

fredo Grau©

Reconeixement - NoComercial - SenseObraDerivada (by-nc-nd): No es permet un ús comercial de l'obra original ni la generació d'obres derivades.



fredo Grau©

<http://cat.creativecommons.org/licencia/>

Alfredo Grau©

Bibliografia bàsica recomanada

- BLANCO, F.; FERRANDO, M. i MARTÍNEZ, L. (2007): *Dirección Financiera I: selección de inversiones*. Madrid: Pirámide.

→ CAPÍTOL 7.

1. La taxa de descompte ajustada al risc

1.1. Introducció del risc

1.2. Estimació de la taxa de descompte ajustada al risc

2. Anàlisi de sensibilitat

3. Punt d'equilibri

1. La taxa de descompte ajustada al risc

$[r\%]$

1.1. Introducció del risc

—Fins ara → Context de **CERTESA (SENSE RISC)**:

- Desemborsament inicial, P_0 , conegut.
- Rendes generades pel projecte, FNC_j , conegudes.
- Durada temporal, t , coneguda.
- L'únic cost que hi ha en el mercat és el cost d'oportunitat de capital, k .

—A partir d'ara → Context d'**INCERTESA (AMB RISC)**:

- Rendes generades pel projecte, FNC_j , són desconegudes i, per tant, són variables aleatòries.
- La rendibilitat cal estimar-la i, per tant, també es tracta d'una variable aleatòria.
- En el mercat podem trobar moltes combinacions de rendibilitat-risc.



1. La taxa de descompte ajustada al risc

(%)

1.2. Estimació de la taxa de descompte ajustada al risc (I)

- La taxa de descompte ajustada al risc és aquella rendibilitat que s'obtindria en el mercat financer amb una altra inversió d'igual risc.
- Qualsevol actiu financer proporcionarà una rendibilitat equivalent a l'actiu lliure de risc més una prima per risc.
- Definim aquesta taxa com la suma de dos components:

$$a = k + p$$

(5.1.)

on:

- k =taxa de descompte lliure de risc (Bons de l'Estat, p. ex.)
- p =prima per risc: rendibilitat addicional pel risc extra que se suporta.



1. La taxa de descompte ajustada al risc

$(\tilde{r}\%)$

1.2. Estimació de la taxa de descompte ajustada al risc (II)

— Ara la nostra nova taxa per a descomptar els FNC_j serà a i es compleix:

- Si $a > k \rightarrow$ assumim un risc addicional, p , atenent l'escenari d'incertesa que ara ens aborda.
- A major risc s'exigirà major rendibilitat i $p \gg \gg$.
- $p \rightarrow$ prima per risc: fa que la taxa de descompte utilitzada siga major (incertesa) i així totes les rendes que genere el projecte seran molt menors.

— Per tant, el **VAN ajustat al risc** s'expressarà en termes esperats:

$$E(\tilde{VAN}) = -E(\tilde{P}_0) + \frac{E(\tilde{FNC}_1)}{(1+a)} + \frac{E(\tilde{FNC}_2)}{(1+a)^2} + \dots + \frac{E(\tilde{FNC}_{n-1})}{(1+a)^{n-1}} + \frac{E(\tilde{FNC}_n)}{(1+a)^n}$$

$$E(\tilde{VAN}) = -E(\tilde{P}_0) + \sum_{j=1}^n \frac{E(\tilde{FNC}_j)}{(1+a)^j}$$

(5.2)



1. La taxa de descompte ajustada al risc



1.2. Estimació de la taxa de descompte ajustada al risc (III)

—Criteri d'acceptació o rebuig dels projectes:

- $VAN(a) > 0$,

- $TIR > a$.

—En incorporar el risc, la taxa de descompte és major i, per tant, el valor del projecte disminuirà igual que la seua rendibilitat, és a dir:

- $VAN(a) < VAN(\text{taxa sense risc})$,

- $TIR(a) < TIR(\text{taxa sense risc})$.



1. La taxa de descompte ajustada al risc

$(\hat{r} \%)$

1.2. Estimació de la taxa de descompte ajustada al risc (IV)

— **Exemple 1:** Una empresa vol valorar el projecte d'inversió productiu següent:

Desemborsament 2.000 €.

Durada 3 anys.

FNC després d'impostos constants els tres anys de 1.500 €.

Tenint en compte que:

- El projecte considerat és arriscat (ambient d'incertesa).
- El tipus d'interès sense risc és del 4%.

- Que, donat el nivell de risc del projecte, la taxa de descompte (cost d'oportunitat del capital) adequada és del 10%.

Contesteu les qüestions següents :

- a) Quina és la prima per risc que s'està exigint al projecte?
- b) El projecte serà rendible tant pel VAN com per la TIR?



1. La taxa de descompte ajustada al risc

$(\hat{r} \%)$

1.2. Estimació de la taxa de descompte ajustada al risc (V)

a) Quina és la prima per risc que s'està exigint al projecte?

Podem aïllar la prima per risc, p , a partir de l'equació (5.1.):

$$a = k + p$$

$$p = a - k$$

$$p = 0,10 - 0,04 = 0,06 \text{ (6\%)}$$

b) El projecte serà rendible tant pel VAN com per la TIR?

Comencem calculant el valor del VAN, prenent l'equació. (3.11.):

$$VAN = -P_0 + FNC \cdot a_{\overline{n}|k}$$

$$VAN = -2.000 + 1.500 \cdot a_{\overline{3}|0,10}$$



1. La taxa de descompte ajustada al risc

(%)

1.2. Estimació de la taxa de descompte ajustada al risc (VI)

$$VAN = -2.000 + 1.500 \cdot 2,48685199$$

$$VAN = \mathbf{1.730,28 \text{ €}}$$

Passem a calcular la TIR mitjançant l'equació (4.3.):

$$TIR \Rightarrow -P_0 + FNC \cdot a_{\overline{n}|r}$$

$$TIR \Rightarrow r = 0,55 (\mathbf{55\%})$$

El projecte és rendible?

o Segons el VAN, sí: $VAN > 0 \rightarrow VAN = 1.730,28 \text{ €}$.

o Segons la TIR, sí: $r > a \rightarrow 55\% > 10\%$.



2. Anàlisi de sensibilitat (I)



- Estem en un escenari d'incertesa que implica risc.
- No podem limitar-nos a valorar una inversió solament amb la seua VAN.
- El seu objectiu és identificar quin/s factor/s pot/poden provocar el fracàs del projecte i decidir com actuar:
 - Permet conèixer quines variables es poden considerar font de risc.
- Fases de càlcul de l'Anàlisi de Sensibilitat:
 - Estimar, en termes esperats, els valors de les variables que formen part del càlcul dels FNC_j , açò és, (FNC_j) , utilitzant la taxa a .
 - Els càlculs es fan per a dos escenaris (*ceteris paribus*):
 - Optimista → VAN optimista,
 - Pessimista → VAN pessimista.
 - Identificades les variables que poden ocasionar èxit o fracàs del projecte, s'estudia la possibilitat d'incórrer en despeses addicionals per a reduir o evitar el fracàs.



2. Anàlisi de sensibilitat (II)



— Avantatges:

- Permet un major coneixement del projecte enfront d'etapes d'incertesa (risc).
- Obliga a explicitar les variables que es consideren rellevants i, entre elles, les més perjudicials.

— Inconvenients:

- A l'hora de determinar els valors optimistes/pessimistes hi ha un elevat grau de subjectivitat.
- Suposa que les variables són independents entre si (*ceteris paribus*).



3. Punt d'equilibri (I)

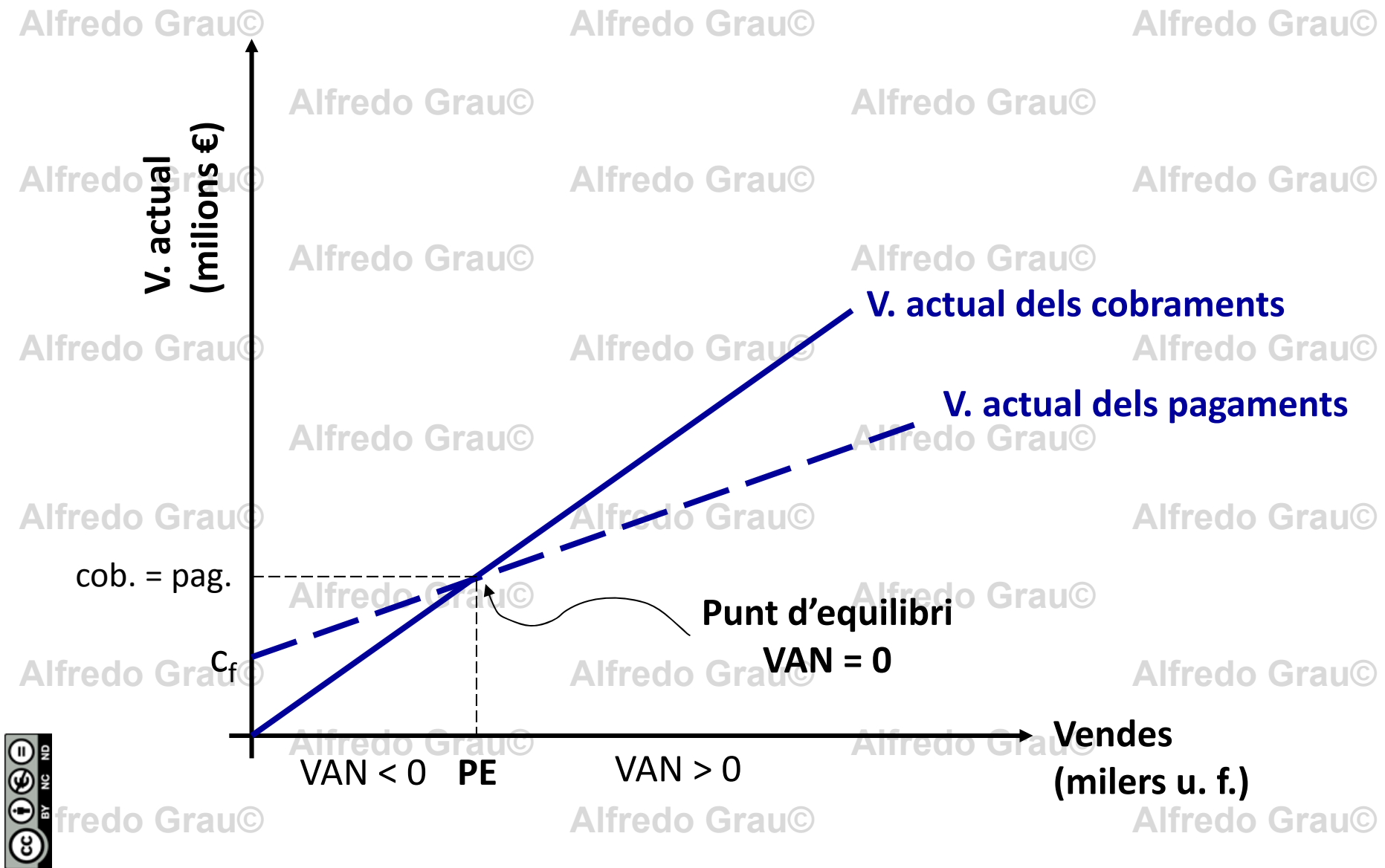


- La xifra de vendes serà la variable rellevant objecte d'estudi.
- Estudiar en quina mesura la xifra de vendes influeix en la rendibilitat del projecte.
- Caldrà determinar el “punt d'equilibri” (PE) o “punt mort”:
 - Nivell mínim de vendes que cal aconseguir per un projecte perquè siga rendible.
 - Nivell per sota del qual el $VAN < 0$.



3. Punt d'equilibri (II)

$\left[\frac{\text{€}}{\text{u. f.}} \right]$



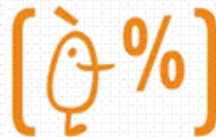
TEMA 6

RENDIBILITAT I RISC

DE CARTERES D'INVERSIÓ (TEORIA)

Professor: Dr. Alfredo J. Grau Grau[®]

VNIVERSITAT
DE VALÈNCIA



Facultat d' Economia

Grau en Administració i Direcció d'Empreses



Material protegit per "CREATIVE COMMONS"

[0%]

® Alfredo J. Grau Grau

Alfredo G

lo Grau©



Reconeixement (Attribution): En qualsevol explotació de l'obra autoritzada per la llicència caldrà reconèixer l'autoria.

Alfredo G

lo Grau©



No Comercial (Non commercial): L'explotació de l'obra queda limitada a usos no comercials.

Alfredo G

lo Grau©



Sense Obres Derivades (No Derivate Works): L'autorització per explotar l'obra no inclou la transformació per crear una obra derivada.



Compartir Igual (Share alike): L'explotació autoritzada inclou la creació d'obres derivades sempre que mantinguin la mateixa llicència en ser divulgades.

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

fredo Grau©



Alfredo Grau©

fredo Grau©

Reconeixement - NoComercial - SenseObraDerivada (by-nc-nd): No es permet un ús comercial de l'obra original ni la generació d'obres derivades.



fredo Grau©

<<http://cat.creativecommons.org/licencia/>>

Alfredo Grau©

Bibliografia bàsica recomanada



- BLANCO, F.; FERRANDO, M. i MARTÍNEZ, L. (2015): *Teoría de la inversión*. Madrid: Pirámide.

→ CAPÍTULO 9.



Contingut (I)

1. Rendibilitat i risc d'un títol

1.1. Introducció

1.2. Mesura de la rendibilitat d'un títol

1.3. Mesura del risc d'un títol

2. Rendibilitat i risc d'una cartera d'inversió

2.1. Introducció

2.2. Mesura de la rendibilitat d'una cartera

2.3. Mesura del risc d'una cartera

3. Avantatges de la diversificació

3.1. Introducció

3.2. Influència del coeficient de correlació lineal

3.3. Cartera de Mínima Variància Global (CMVG)



4. Risc sistemàtic i risc específic

4.1. Riscos sistemàtic i específic: definició

4.2. Diversificació ingènua



1. Rendibilitat i risc d'un títol

[? %]

1.1. Introducció (I)

— Considerem un horitzó temporal d'un any ($t=1$):



— La rendibilitat que s'obtingria amb l'actiu j serà:

$$\tilde{R}_j = \frac{\tilde{d}_{jt+1} + (\tilde{P}_{jt+1} - P_{jt})}{P_{jt}} \quad (6.1.)$$

— Aquesta rendibilitat *ex-ante* (v.a.) depèn de:

- Els dividends estimats.
- La variabilitat estimada dels preus (plusvàlues).



1. Rendibilitat i risc d'un títol

$\left[\frac{\text{€}}{\text{€}} \% \right]$

1.1. Introducció (II)

- Com que el rendiment és una v. a., necessitem conèixer la distribució de probabilitat del rendiment de l'actiu, per tant:
- El valor esperat de la rendibilitat de l'actiu financer (mitjana).
 - La variabilitat a través del temps de la rendibilitat de l'actiu (variància/desviació típica).

$$\tilde{R}_j \sim N[E(\tilde{R}_j), \sigma(\tilde{R}_j)] \quad (6.2.)$$



1. Rendibilitat i risc d'un títol



1.2. Mesura de la rendibilitat d'un títol

— Rendibilitat esperada d'un títol (esperança matemàtica):

$$E(\tilde{R}_i) = \sum_{j=1}^m R_{ij} \cdot P_j$$

(6.3.)

on:

- R_{it} és la rendibilitat de l'actiu i en l'estat j .
- P_j és la probabilitat que ocorregui l'estat j , $\forall j=1,2,\dots,m$.
- m són els diferents estats que es poden presentar.



1. Rendibilitat i risc d'un títol

(%)

1.3. Mesura del risc d'un títol

— Risc esperat d'un títol (variància/desviació típica):

$$\sigma^2(\tilde{R}_i) = \sigma_i^2 = \sum_{j=1}^m P_j \cdot [R_{ij} - E(\tilde{R}_{ij})]^2 \quad (6.4.)$$

- Com més gran siga la variància (més dispersió dels rendiments), més incerta i més arriscada serà la inversió.
- Atès que la variància està expressada en valors al quadrat, haurem de fer l'arrel quadrada i així obtindrem la **desviació típica**:

$$\sigma(\tilde{R}_i) = \sigma_i = \sqrt{\sigma^2(\tilde{R}_i)} \quad (6.5.)$$



2. Rendibilitat i risc d'una cartera d'inversió



2.1. Introducció

- Una **cartera d'actius financers** és una combinació d'actius financers individuals.
- S'ha de decidir que part del pressupost inicial anirà destinada a cadascun dels actius individuals que forma la cartera.
- Suposant que una cartera està formada per N actius financers, s'ha de complir que:

$$\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_N = \sum_{j=1}^N \omega_j = 1 \quad (6.6.)$$

on:

- ω_j representa el pes o proporció del pressupost de l'actiu j .
- $\omega_j > 0$, compra de l'actiu j (posició llarga).
- $\omega_j < 0$, venda al descobert de l'actiu j (posició curta).
- $\omega_j = 0$, l'actiu j no formarà part de la cartera.



2. Rendibilitat i risc d'una cartera d'inversió



2.2. Mesura de la rendibilitat d'una cartera

— La rendibilitat d'una cartera formada per N actius:

$$\tilde{R}_p = \omega_1 \cdot \tilde{R}_1 + \omega_2 \cdot \tilde{R}_2 + \dots + \omega_N \cdot \tilde{R}_N$$

$$\tilde{R}_p = \sum_{j=1}^N \omega_j \cdot \tilde{R}_j \quad ; \quad \sum_{j=1}^N \omega_j = 1 \quad (6.7.)$$

— Rendibilitat esperada d'una cartera (esperança matemàtica):

$$E(\tilde{R}_p) = \omega_1 \cdot E(\tilde{R}_1) + \omega_2 \cdot E(\tilde{R}_2) + \dots + \omega_N \cdot E(\tilde{R}_N)$$

$$E(\tilde{R}_p) = \sum_{j=1}^N \omega_j \cdot E(\tilde{R}_j) \quad ; \quad \sum_{j=1}^N \omega_j = 1 \quad (6.8.)$$



- La rendibilitat és la suma dels valors esperats de les rendibilitats de cada títol per les seues ponderacions pressupostàries.

2. Rendibilitat i risc d'una cartera d'inversió

[0%]

2.3. Mesura del risc d'una cartera (I)

— Risc esperat d'una cartera (variància/desviació típica):

Alfredo Grau©

$$\sigma_p^2 = \omega_1^2 \cdot \sigma_1^2 + \omega_2^2 \cdot \sigma_2^2 + \dots + \omega_N^2 \cdot \sigma_N^2 + \dots \quad (6.9.)$$

$$\dots + 2\omega_1\omega_2\text{Cov}(\tilde{R}_1, \tilde{R}_2) + 2\omega_1\omega_3\text{Cov}(\tilde{R}_1, \tilde{R}_3) + \dots + 2\omega_{N-1}\omega_N\text{Cov}(\tilde{R}_{N-1}, \tilde{R}_N)$$

■ Simplificant amb l'expressió següent:

Alfredo Grau©

$$\text{Cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_j) = \sigma_{ij} \quad (6.10.)$$

■ Obtindrem l'expressió de la variància de la cartera:

Alfredo Grau©

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \omega_i \omega_j \sigma_{ij}$$

$$(6.11.)$$



Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

2. Rendibilitat i risc d'una cartera d'inversió

(%)

2.3. Mesura del risc d'una cartera (II)

- La variància (risc) del rendiment d'una cartera NO és la mitjana ponderada de les variàncies dels rendiments dels títols que la formen.
- Apareix un terme en l'expressió de la variància anomenat **covariàncies**.
- La covariància mesura la relació establida entre la variabilitat de dos títols, per tant:

$$\sigma_{ij} = E[(R_i - E(\tilde{R}_i))(R_j - E(\tilde{R}_j))] \quad (6.12.)$$

- Les covariàncies poden ser:
 - $\sigma_{ij} > 0$: hi ha dependència directa (positiva) → a grans valors de R_i els corresponen grans valors a R_j .
 - $\sigma_{ij} < 0$: hi ha dependència inversa (negativa) → a grans valors de R_i els corresponen petits valors a R_j .
 - $\sigma_{ij} = 0$: no hi ha relació de dependència entre R_i i R_j .



2. Rendibilitat i risc d'una cartera d'inversió

(%)

2.3. Mesura del risc d'una cartera (III)

- La covariància d'un títol amb si mateix és la seua pròpia variància:

$$\sigma_{ii} = \sigma_i^2 \quad (6.13.)$$

- Per tant, l'expressió final de la variància (risc) d'una cartera substituint l'equació (6.11.) serà:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \quad (6.14.)$$

- Una altra mesura de la relació existent entre dues variables i de millor interpretació és el **coeficient de correlació**:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad ; \quad -1 \leq \rho_{ij} \leq +1 \quad (6.15.)$$



2. Rendibilitat i risc d'una cartera d'inversió

(%)

2.3. Mesura del risc d'una cartera (IV)

- Per tant, ρ_{ij} , dependrà del signe que prengui la covariància.
- Si buidem en l'equació (6.15.), tindrem:

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (6.16.)$$

- Si substituïm l'expressió (6.16.) en l'equació (6.11.), obtindrem una expressió alternativa per a la variància:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \omega_i \omega_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (6.17.)$$

3. Avantatges de la diversificació



3.1. Introducció

- La rendibilitat d'una cartera és la mitjana ponderada de les rendibilitats dels títols que la formen.
 - No hi ha dependència entre els títols.
- El risc d'una cartera depèn de la relació entre els títols que la formen.
- Supòsit de partida: tenim una cartera formada per dos títols i si reprenem l'expressió (6.9.), tindrem:

$$\sigma_p^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \quad (6.18.)$$



3. Avantatges de la diversificació



3.2. Influència del coeficient de correlació lineal (I)

– Si $\rho_{12} = 1$, la correlació lineal és perfecta i positiva.

- Els dos títols es mouen en la mateixa direcció (si un puja, puja l'altre) i en la mateixa proporció. Substituint en l'equació (6.18), tindrem:

$$\sigma_p^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 (1) \sigma_1 \sigma_2$$

$$\sigma_p^2 = (\omega_1 \sigma_1 + \omega_2 \sigma_2)^2$$

$$\sigma_p = (\omega_1 \sigma_1 + \omega_2 \sigma_2) \quad (6.19.)$$

- D'aquesta manera, la rendibilitat i el risc són combinacions lineals en el context mitjana-desviació típica:
 - En variar la rendibilitat, varia el risc en la mateixa mesura i viceversa.

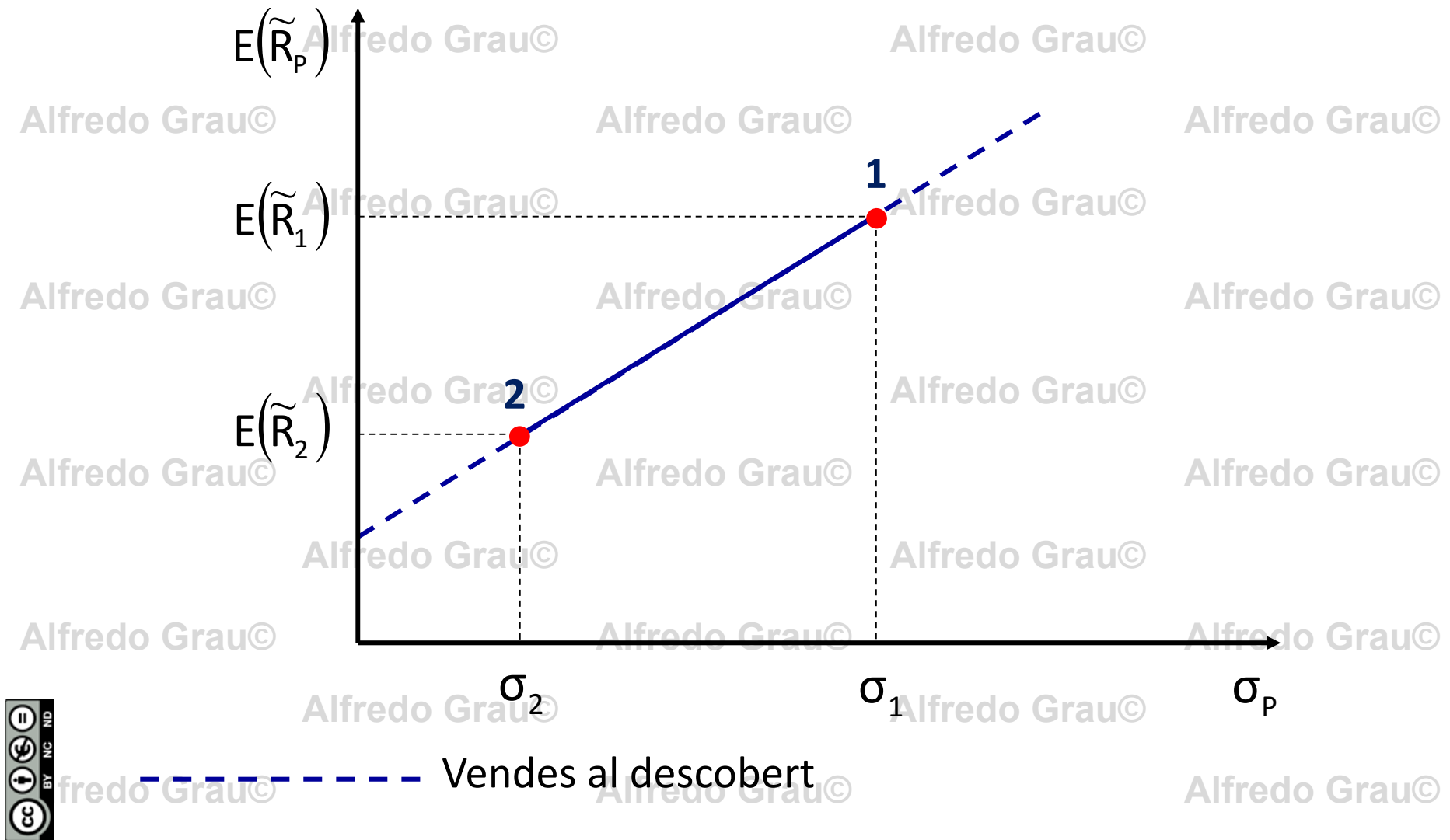


3. Avantatges de la diversificació

[0%]

3.2. Influència del coeficient de correlació lineal (II)

■ Gràficament:



3. Avantatges de la diversificació



3.2. Influència del coeficient de correlació lineal (III)

— Si $-1 < \rho_{12} < 1$, la correlació lineal no és perfecta.

- Ara la relació entre els títols pot ser tant positiva com negativa:

$$\sigma_p^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 < (\omega_1 \sigma_1 + \omega_2 \sigma_2)^2 \quad (6.20.)$$

$$\sigma_p < (\omega_1 \sigma_1 + \omega_2 \sigma_2) \quad (6.21.)$$

- El valor de ρ_{12} determinarà el nivell de risc de la cartera, ja que:

- Si ρ_{12} s'apropa més a +1 → major risc.

- Si ρ_{12} s'apropa més a -1 → menor risc.

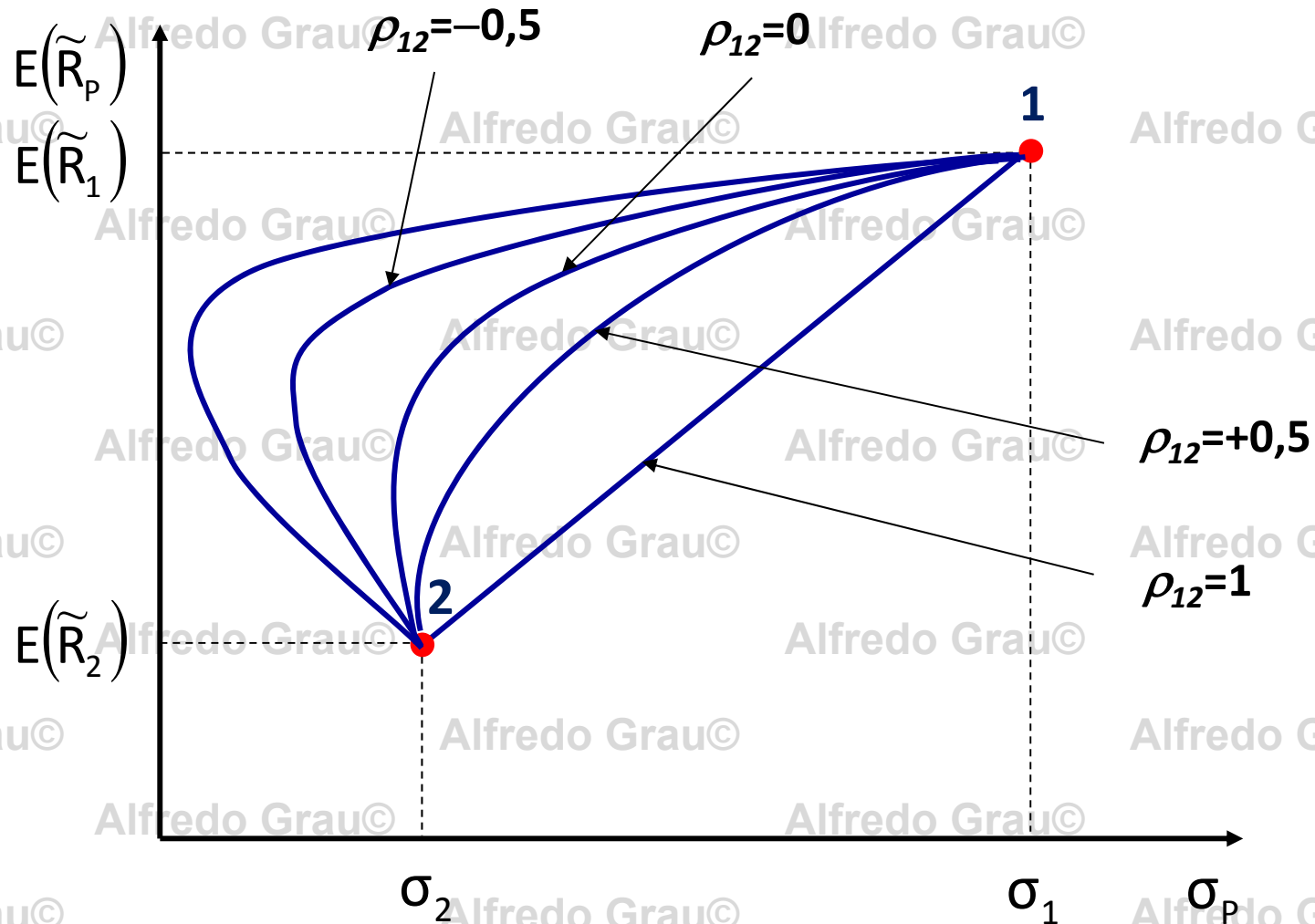


3. Avantatges de la diversificació

3.2. Influència del coeficient de correlació lineal (IV)

[0%]

■ Gràficament:



3. Avantatges de la diversificació



3.2. Influència del coeficient de correlació lineal (V)

– Si $\rho_{12} = -1$, la correlació lineal és perfecta i negativa.

- Els rendiments es mouen en sentit oposat i en la mateixa proporció:

$$\sigma_p^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 (-1) \sigma_1 \sigma_2$$

$$\sigma_p^2 = (\omega_1 \sigma_1 - \omega_2 \sigma_2)^2 \quad (6.22.)$$

- En calcular la seua arrel quadrada, obtenim dues solucions que donaran lloc a dues rectes simètriques de pendent contrari:

$$\sigma_p = \pm (\omega_1 \sigma_1 - \omega_2 \sigma_2) \quad (6.23.)$$

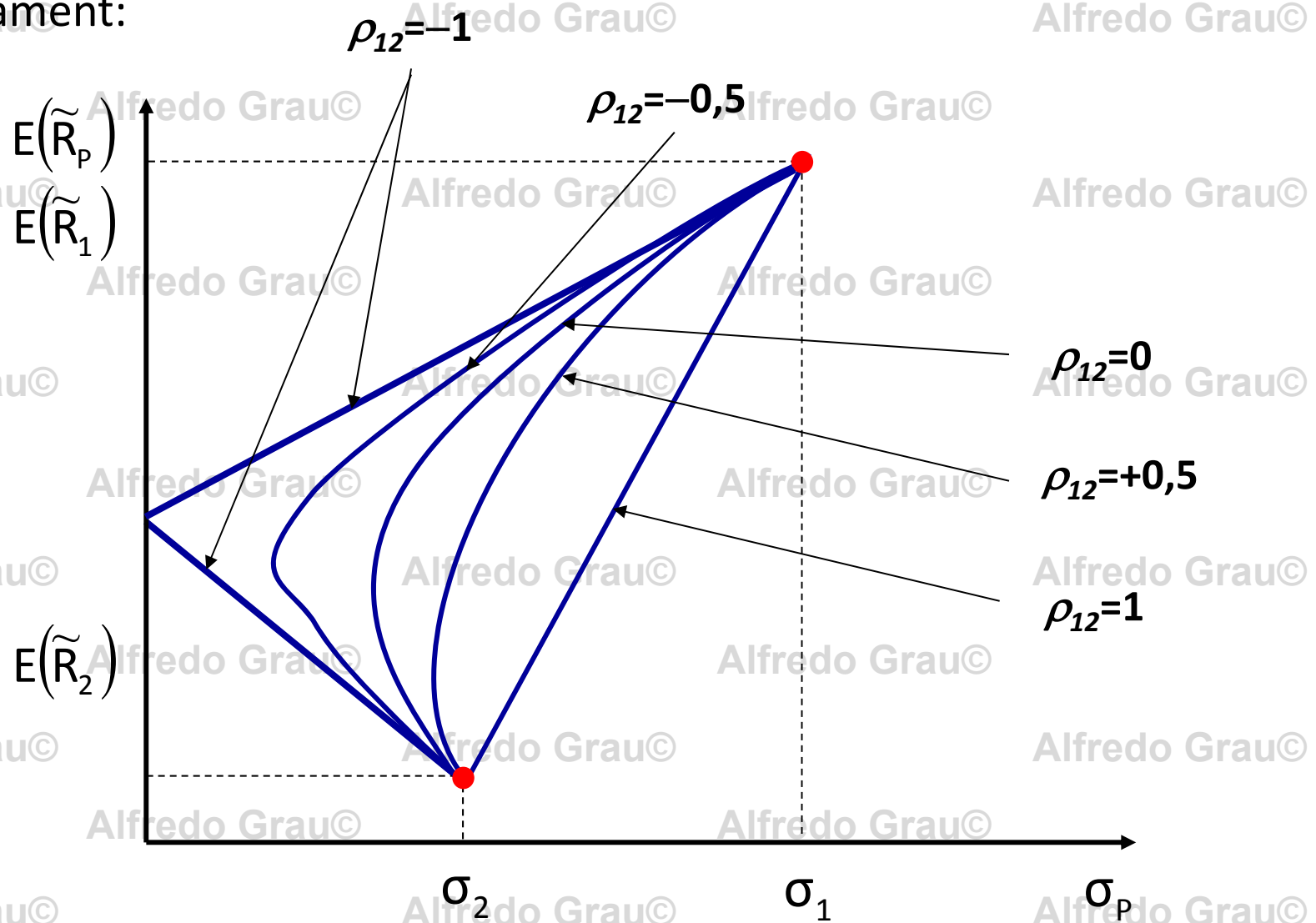


3. Avantatges de la diversificació

3.2. Influència del coeficient de correlació lineal (VI)

[0%]

■ Gràficament:



3. Avantatges de la diversificació

[0%]

3.3. Cartera de mínima variància global (CMVG) (I)

— **Cartera de mínima variància global:** cartera òptima amb menor risc.

- Hem de derivar parcialment l'expressió de la variància (equació (6.17.)) respecte a la ponderació d'un dels dos títols i igualem a zero:

$$\frac{d\sigma_p^2}{d\omega_1} = 0 \quad (6.24.)$$

- Si derivem i aïllem ω_1 , obtindrem la ponderació del títol 1 dins de la CMVG:

$$\omega_1 = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2} \quad (6.25.)$$

$$\omega_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}} \quad (6.26.)$$

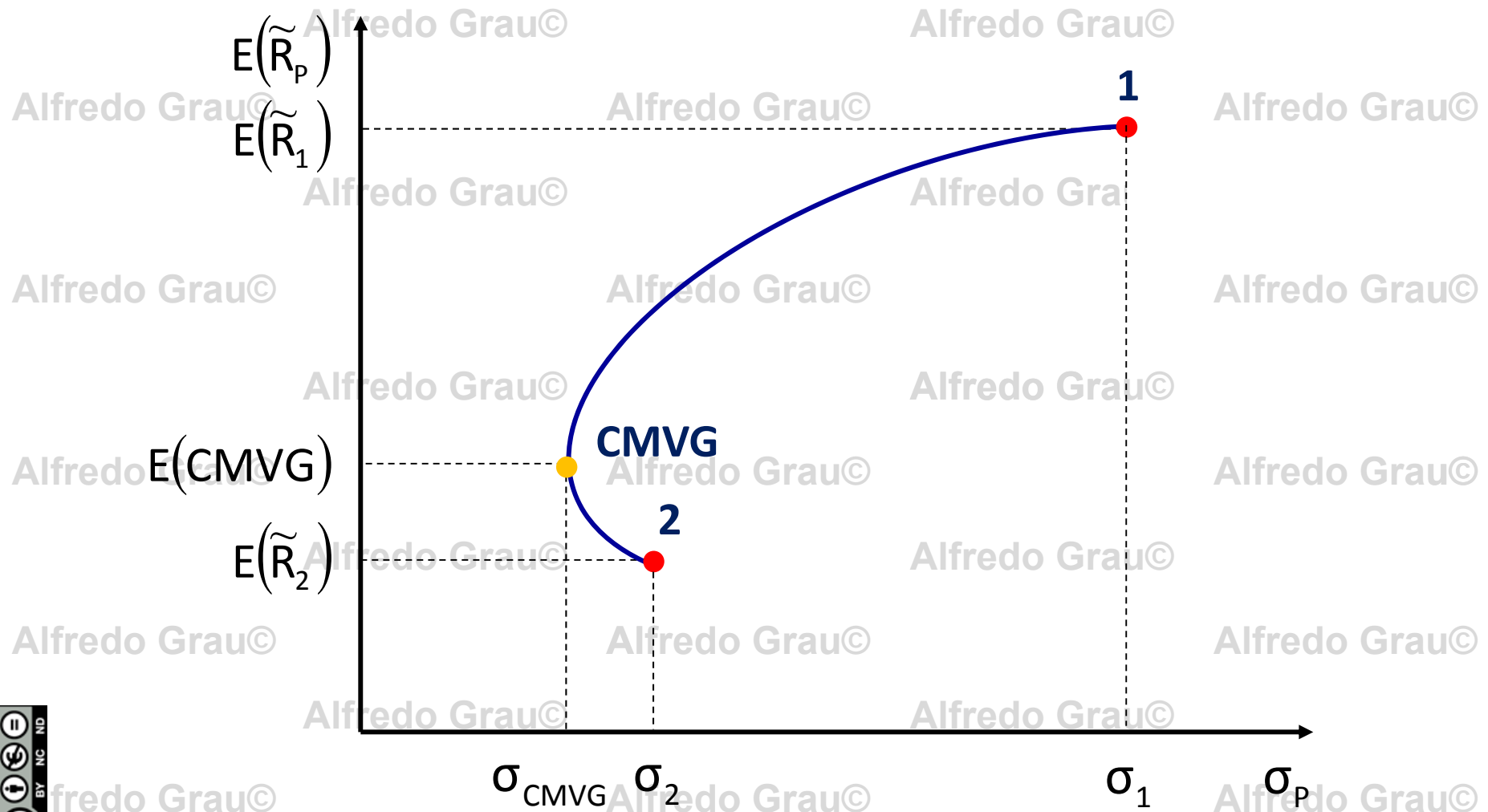


3. Avantatges de la diversificació

3.3. Cartera de mínima variància global (CMVG) (II)

[0%]

■ Gràficament:



4. Risc sistemàtic i risc específic



4.1. Risc sistemàtic i específic: definició

— El risc (desviació típica) es pot separar en dos components:

- **Risc sistemàtic:** aquell que depèn de les condicions del mercat de capitals i de l'economia en el seu conjunt → **risc no diversificable o comú.**

- Mesurat per les **COVARIÀNCIES** → aquest risc no es pot eliminar.

- **Risc no sistemàtic:** aquell que depèn de les característiques pròpies del títol → **risc diversificable o específic.**

- Mesurat per les **VARIÀNCIES INDIVIDUALS** → aquest risc es pot eliminar mitjançant la DIVERSIFICACIÓ EFICIENT.

— El risc total (Ec. (6.11.)) es podrà separar en aquests dos components:

$$\sigma_p^2 = \underbrace{\sum_{i=1}^N \omega_i^2 \sigma_i^2}_{\text{Risc sistemàtic}} + \underbrace{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j \sigma_{ij}}_{\text{Risc no sistemàtic}} \quad (6.27.)$$



4. Risc sistemàtic i risc específic



4.2. Diversificació ingènua (I)

- La **diversificació ingènua** fa referència al fet que hi ha inversors que desconeixen per complet les característiques dels títols i del mercat → diversifiquen la seua cartera de manera aleatòria (a l'atzar).
- Per tant, reproduïxen la diversificació eficient invertint en un nombre de títols elevat ($N \rightarrow \infty$):

$$\text{Si } \omega_j = \frac{1}{N}$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N^2} \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{N} \frac{1}{N} \sigma_{ij}$$

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \sigma_i^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{N} \sigma_{ij}$$



4. Risc sistemàtic i risc específic



4.2. Diversificació ingènua (II)

- Si multipliquem l'últim terme i dividim per $(N-1)$, tindrem la variància de la cartera en funció de la variància mitjana i la covariància mitjana $(\bar{\sigma}_i, \bar{\sigma}_{ij})$:

$$\sigma_p^2 = \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \sigma_i^2}_{\text{Variància mitjana: } \bar{\sigma}_i} + \underbrace{\frac{N-1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{N(N-1)} \sigma_{ij}}_{\text{Covariància mitjana: } \bar{\sigma}_{ij}} \quad (6.28.)$$

- Reescrivim l'equació (6.2.):

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \bar{\sigma}_i + \frac{N-1}{N} \bar{\sigma}_{ij} \quad (6.29.)$$



4. Risc sistemàtic i risc específic



4.2. Diversificació ingènua (III)

- Reordenant els termes de l'equació (6.29.), obtindrem:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \bar{\sigma}_i + \bar{\sigma}_{ij} - \frac{1}{N} \bar{\sigma}_{ij} \quad (6.29.)$$

- Si $N \rightarrow \infty$, el primer i últim sumand valdran zero i el risc de la cartera es redueix a la covariància mitjana.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sigma_p^2 = \bar{\sigma}_{ij}$$

- Es pot demostrar així que en una cartera formada per almenys 20 títols s'aconsegueix eliminar pràcticament tot el risc diversificable.

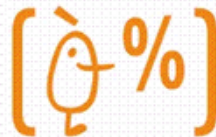


TEMA 7

SELECCIÓ DE CARTERES I VALORACIÓ D'ACTIUS (TEORIA)

Professor: Dr. Alfredo J. Grau Grau[®]

VNIVERSITAT
DE VALÈNCIA



Facultat d' Economia

Grau en Administració i Direcció d'Empreses



Material protegit per "CREATIVE COMMONS"

[0%]

® Alfredo J. Grau Grau

Alfredo G

lo Grau©



Reconeixement (Attribution): En qualsevol explotació de l'obra autoritzada per la llicència caldrà reconèixer l'autoria.

Alfredo G

lo Grau©



No Comercial (Non commercial): L'explotació de l'obra queda limitada a usos no comercials.



Sense Obres Derivades (No Derivate Works): L'autorització per explotar l'obra no inclou la transformació per crear una obra derivada.

Alfredo G

lo Grau©



Compartir Igual (Share alike): L'explotació autoritzada inclou la creació d'obres derivades sempre que mantinguin la mateixa llicència en ser divulgades.

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

Alfredo Grau©

fredo Grau©



Alfredo Grau©

fredo Grau©

Reconeixement - NoComercial - SenseObraDerivada (by-nc-nd): No es permet un ús comercial de l'obra original ni la generació d'obres derivades.



fredo Grau©

<http://cat.creativecommons.org/licencia/>

Alfredo Grau©

Bibliografia bàsica recomanada



- BLANCO, F.; FERRANDO, M. i MARTÍNEZ, L. (2015): *Teoría de la inversión*. Madrid: Pirámide.

→ CAPÍTULO 10.



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

- 1.1. El model de Markowitz: introducció i hipòtesi
- 1.2. El model de Markowitz: obtenció de la cartera òptima
- 1.3. El model de Tobin: introducció de l'actiu lliure de risc (ALR)
- 1.4. El model de Tobin: obtenció de la nova cartera òptima

2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

- 2.1. Línia del mercat de capitals (CML)
- 2.2. Línia del mercat de títols (SML)

3. El model CAPM i la valoració d'actius financers

4. El model CAPM i la valoració d'inversions
productives

1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.1. Model de Markowitz: introducció i hipòtesi (I)

—El **MODEL DE MARKOWITZ** (1952-1959) desenvolupa un model matemàtic:

- Estudia el comportament racional de l'inversor → Cartera que maximitza la utilitat de l'inversor → **CARTERA ÒPTIMA**.

—Aquest model permet, donat un conjunt d'actius financers, detectar aquelles combinacions (carteres) possibles i, entre elles, triar quina és la que millor s'adapta a l'inversor:

- Cartera que maximitze la rendibilitat (donat un determinat nivell de risc).
- Cartera que minimitze el risc (donat un determinat nivell de rendibilitat).

—**Objectiu:** *maximitzar la funció d'utilitat d'un individu racional i avers al risc, que vulga invertir la totalitat del seu pressupost en els N actius arriscats que cotitzen en borsa.*



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

(0%)

1.1. Model de Markowitz: introducció i hipòtesi (II)

— Les **hipòtesis** del model de Markowitz són:

- Hipòtesi sobre els inversors:

- L'inversor pren les seues decisions mitjançant dos paràmetres: mitjana (rendibilitat) i variància (risc). El que s'anomena model de decisió *mitjana-variància*:

$$E[U(\tilde{R}_p)] = f[E(\tilde{R}_p), \sigma(\tilde{R}_p)^2] \quad (7.1.)$$

- Comportament racional de l'inversor: prefereix carteres amb una alta rendibilitat i un menor risc (avers al risc); açò queda recollit en la seua funció d'utilitat:

$$\frac{\partial U}{\partial \sigma(\tilde{R}_p)^2} \leq 0 \quad ; \quad \frac{\partial U}{\partial E(\tilde{R}_p)} \geq 0 \quad (7.2.)$$



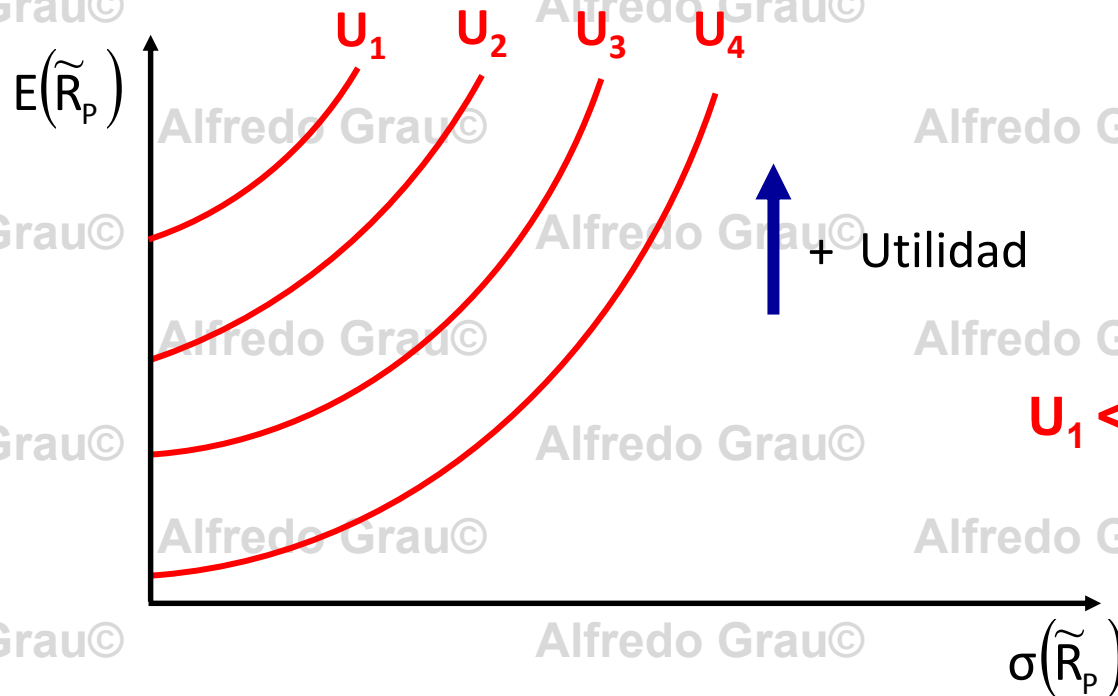
1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: introducció i hipòtesi (III)

- Horitzó temporal d'1 sol període.
- L'actitud enfront del risc es veurà reflectida en les corbes d'isoutilitat (creixents i còncaves respecte de l'eix d'ordenades):

$$\frac{\partial E(\tilde{R}_p)}{\partial \sigma(\tilde{R}_p)^2} \geq 0 \quad ; \quad \frac{\partial E(\tilde{R}_p)^2}{\partial \sigma^2(\tilde{R}_p)^2} \geq 0 \quad (7.3.)$$



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.1. Model de Markowitz: introducció i hipòtesi (IV)

■ Hipòtesi sobre els mercats i actius:

- En el mercat hi ha N actius arriscats.
- Els rendiments d'un actiu/cartera són una variable aleatòria, la funció de probabilitat de la qual és la distribució normal (paràmetres mitjana i variància).
- Els mercats de capitals són perfectes:
 - Els inversors no influeixen en la formació dels preus (preu-acceptants).
 - La informació és assequible per a tots els agents i a un cost nul.
 - No hi ha impostos ni costos de transacció.
 - No estan permeses les vendes al descobert.



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (I)

— **Fase 1: Determinació del conjunt de possibilitats d'inversió (CPI).**

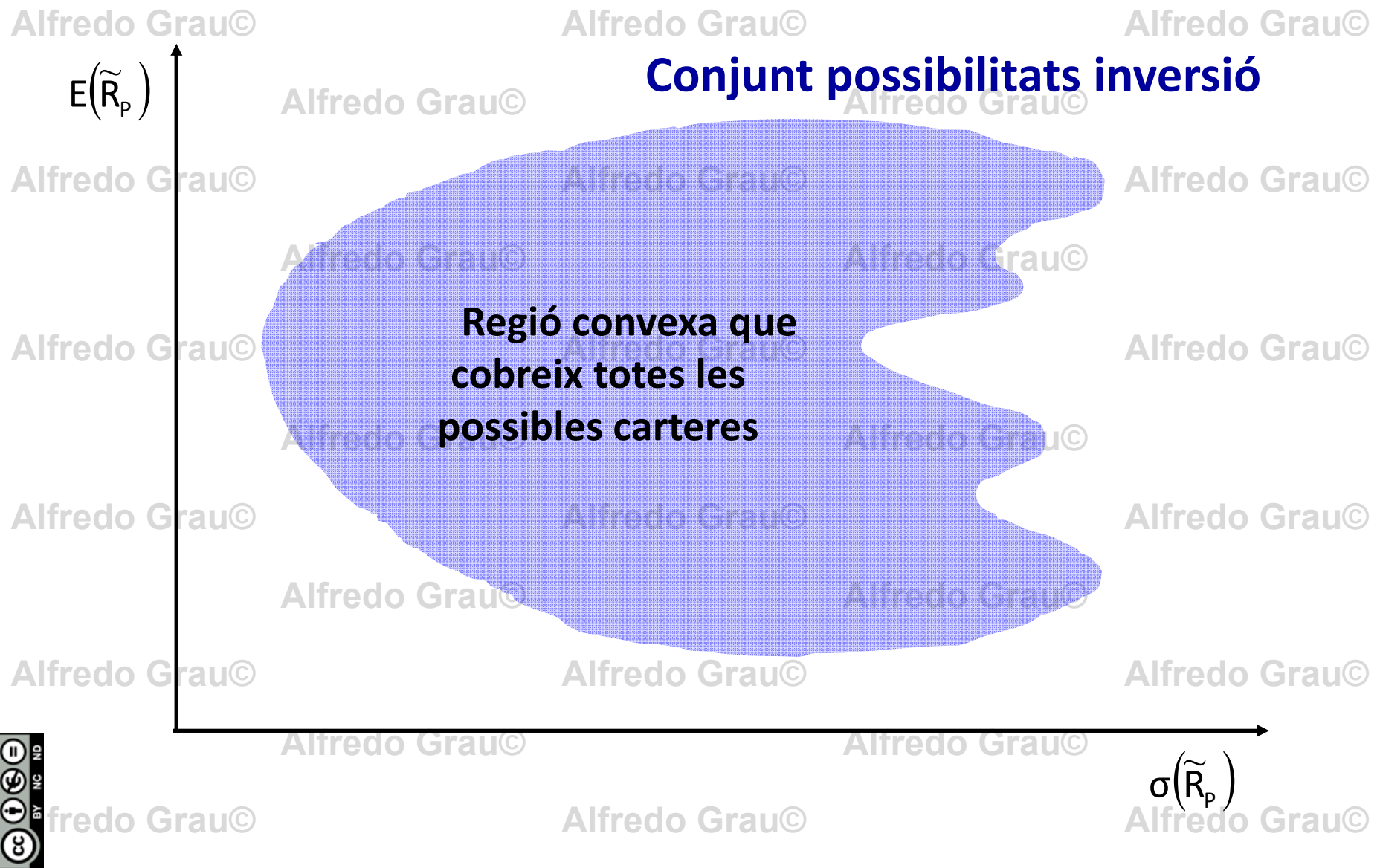
- Anàlisi del conjunt d'actius que es negocien en el mercat. Caldrà estimar per a tots ells:
 - La rendibilitat esperada (mitjana $\forall$ actius).
 - El risc esperat (variància $\forall$ actius).
 - Les covariàncies entre els actius (per parelles) que es puguin formar en les carteres.
- Representar gràficament tots els possibles actius/carteres amb les seues mitjanes i variàncies, i obtenir així el **conjunt de possibilitats d'inversió** o **conjunt viable** (núvol de punts):



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (II)

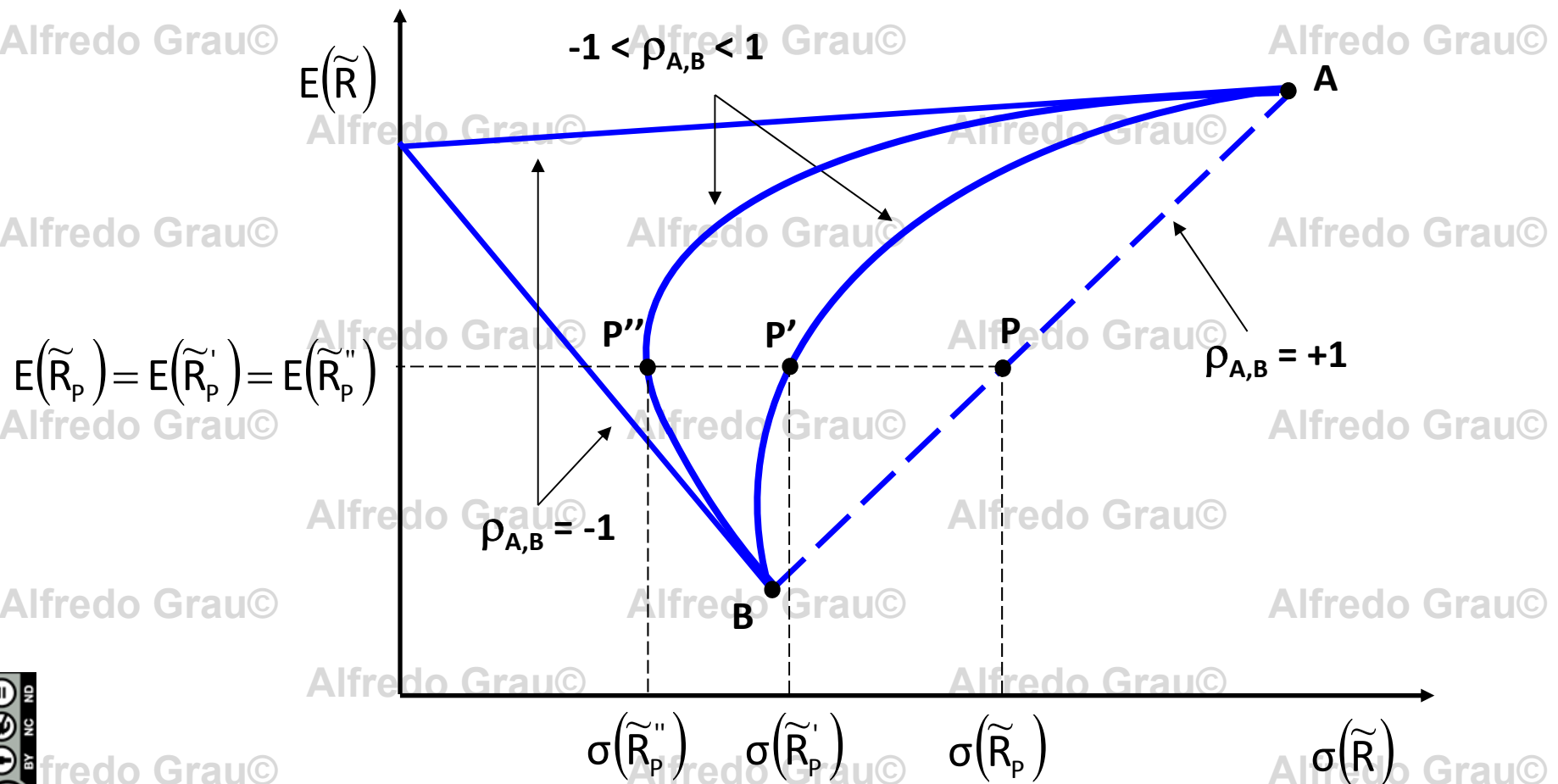


1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (III)

- Supòsit: solament hi ha dos actius i la seua correlació pot oscil·lar entre $-1 < \rho_{A,B} < +1$, com afecta açò la forma del CPI?

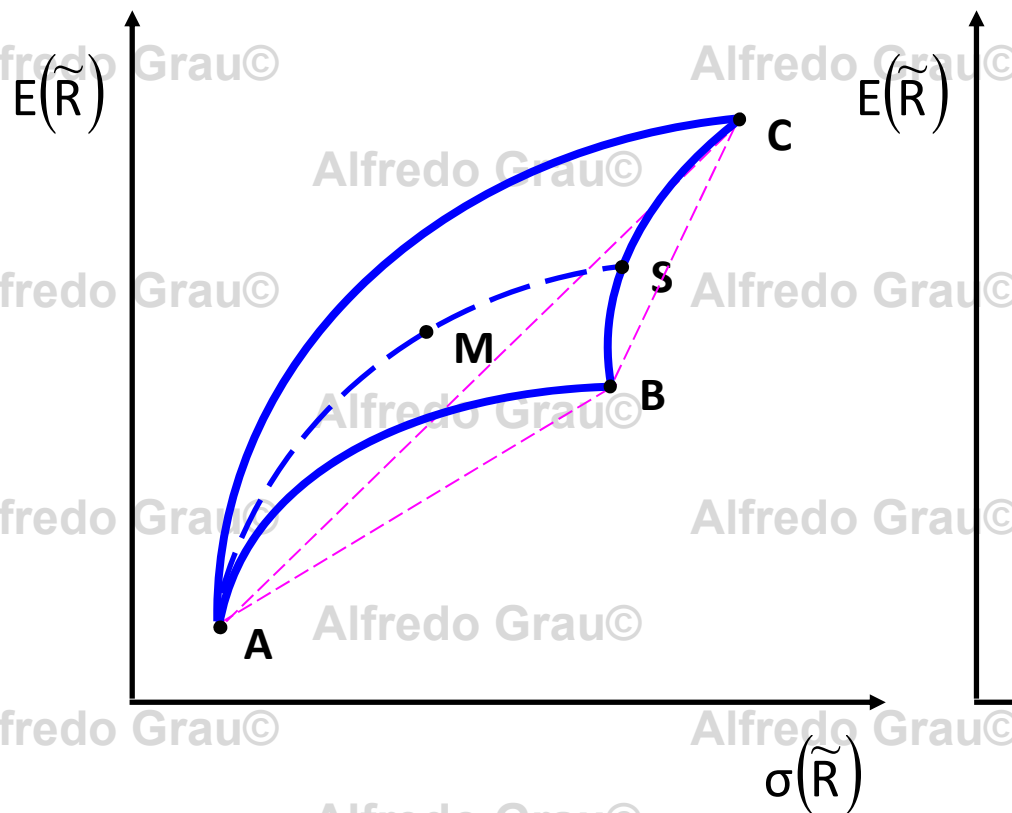


1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

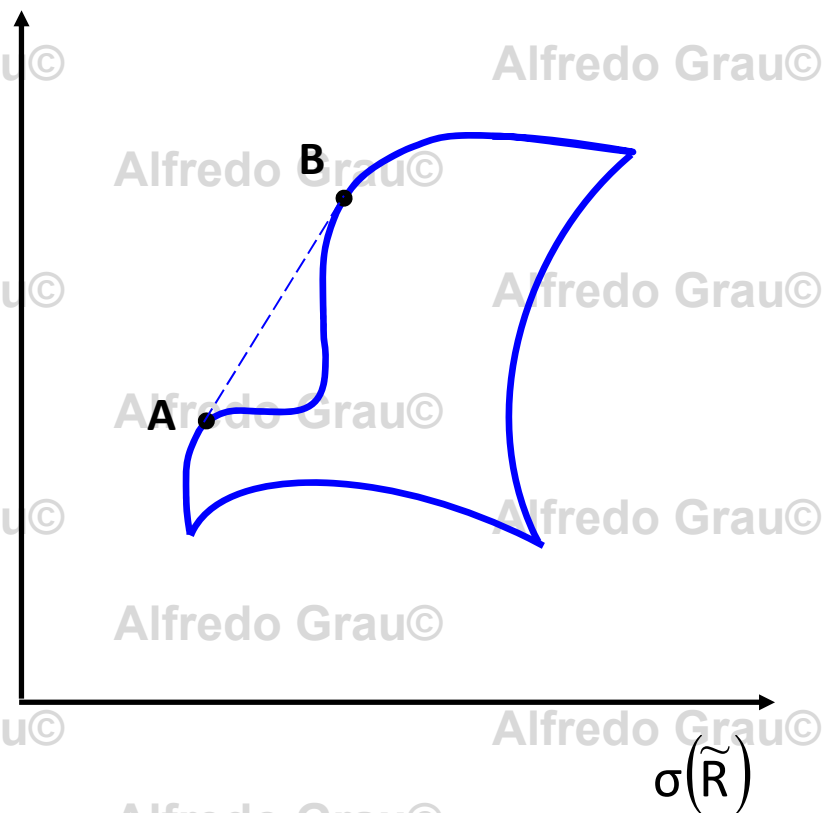
[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (IV)

- Si formàrem la Cartera P amb tres actius, A, B i C, les combinacions possibles que podrien plantejar-se serien:



distintes combinacions entre
els tres actius



combinació impossible
ja que està fora del recinte



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (V)

— Fase 2: Determinació de la frontera eficient.

- **Cartera eficient**; aquella que:

- CAS 1: per a un nivell de rendibilitat esperat, es minimitza el risc (no hi ha una altra cartera amb risc menor).
- CAS 2: per a un nivell de risc esperat, es maximitza la rendibilitat (no hi ha una altra cartera amb rendibilitat major).
- Si no es compleixen aquests dos postulats → **cartera ineficient**.

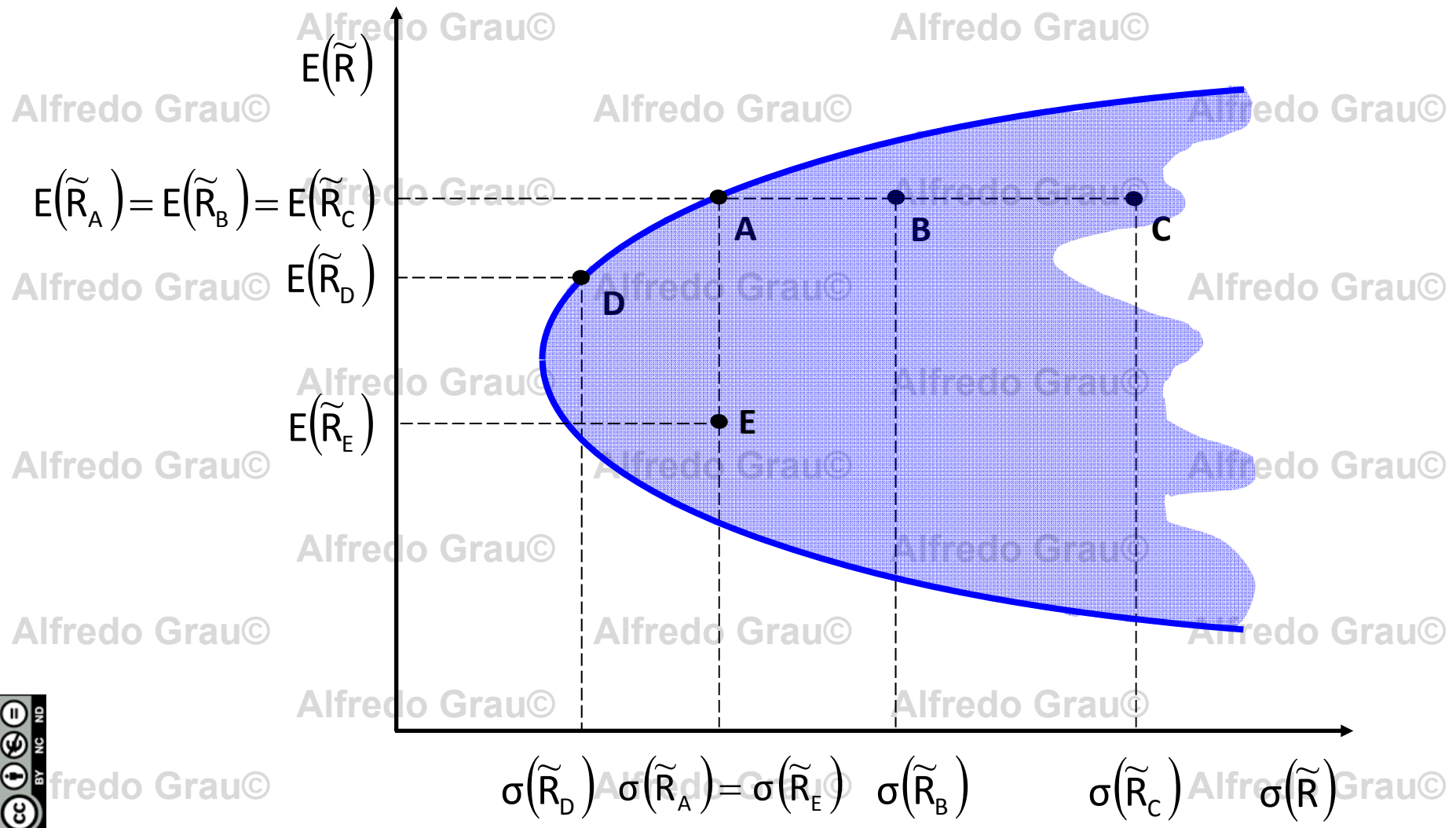


1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (VI)

■ Representació gràfica del CAS 1:

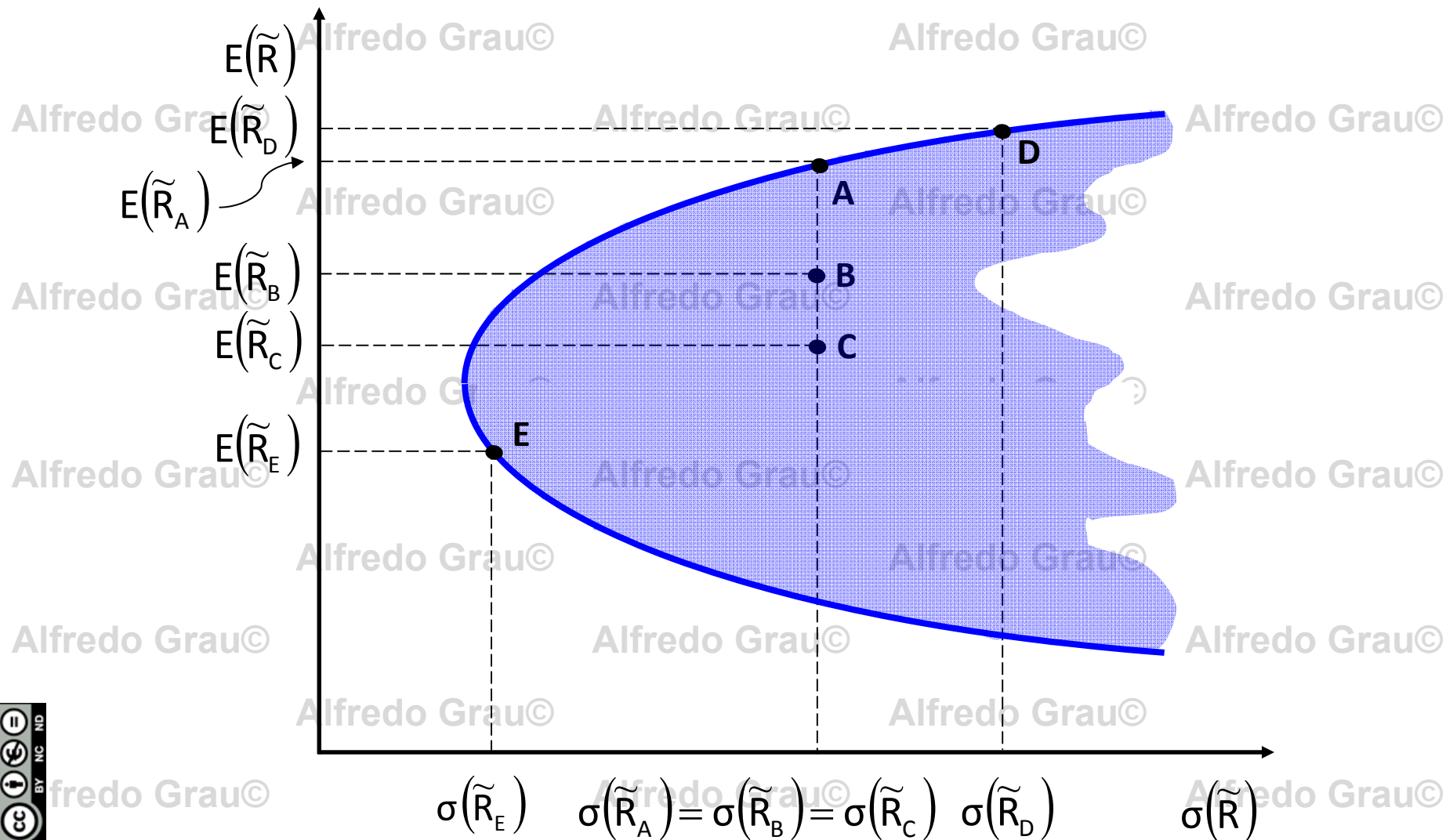


1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (VII)

■ Representació gràfica del CAS 2:

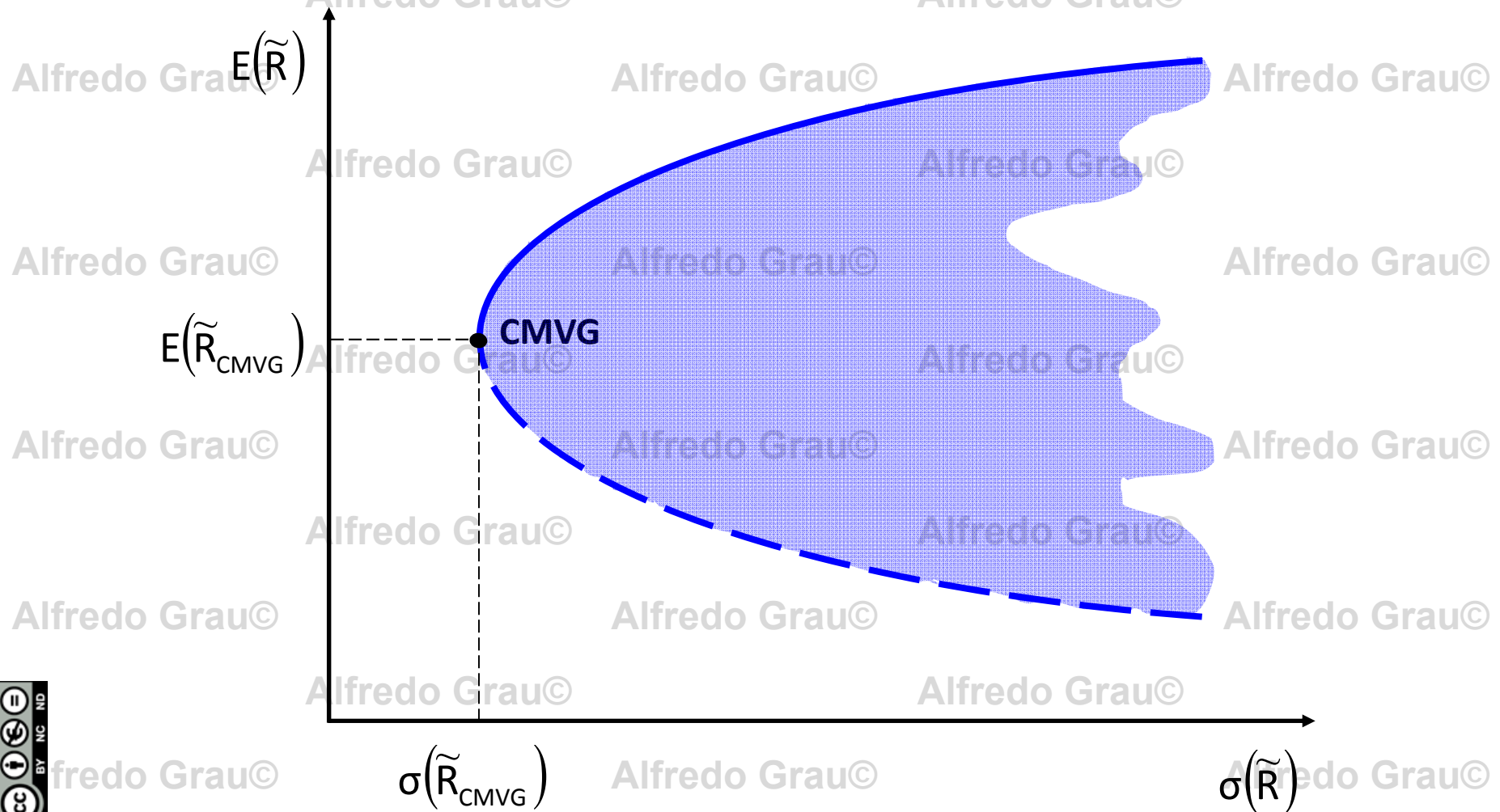


1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (VIII)

- **Cartera de mínima variància global (CMVG):** aquella que, sent eficient, ofereix la relació més baixa entre rendibilitat i risc:

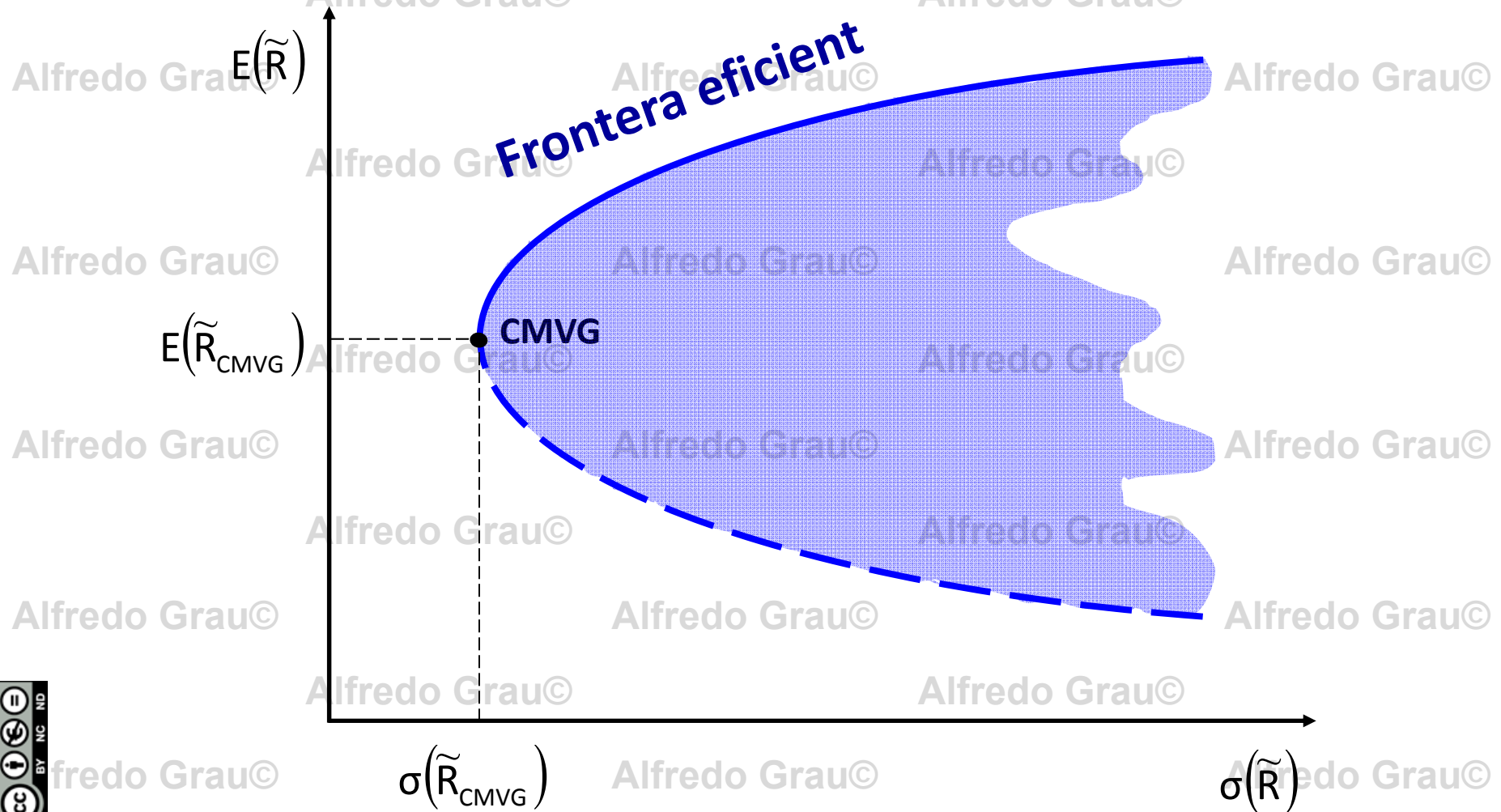


1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (IX)

- La CMVG determina el contorn eficient → **FRONTERA EFICIENT**: va des de la CMVG cap a la dreta (línia continua).



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (X)

■ Determinació analítica de la frontera eficient; optimització matemàtica mitjançant dos programes alternatius:

□ Maximitzar la rendibilitat per al nivell de risc que volem assumir:

$$\text{Màx. } E(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot E(\tilde{R}_i) \quad (7.4.)$$

$$\text{s. a. } \sigma^2(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \cdot \sigma^2(\tilde{R}_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \cdot \omega_j \cdot \text{Cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_j)$$

$$\sum_{i=1}^N \omega_i = 1$$

$$\omega_i \geq 0$$

Es fixa el nivell de risc o la variabilitat que es vol suportar.

Restricció pressupostària. La quantitat ha de coincidir amb el pressupost inicial d'inversió.



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

(0%)

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (XI)

- Minimitzar el risc per al nivell de rendibilitat desitjat:

$$\text{Mín. } \sigma^2(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \cdot \sigma^2(\tilde{R}_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \cdot \omega_j \cdot \sigma(\tilde{R}_i, \tilde{R}_j) \quad (7.5.)$$

$$\text{s. a. } E(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot E(\tilde{R}_i)$$

← Es fixa el nivell de rendibilitat que es vol obtenir.

$$\sum_{i=1}^N \omega_i = 1$$

← Restricció pressupostària. La quantitat ha de coincidir amb el pressupost inicial d'inversió.

$$\omega_i \geq 0$$



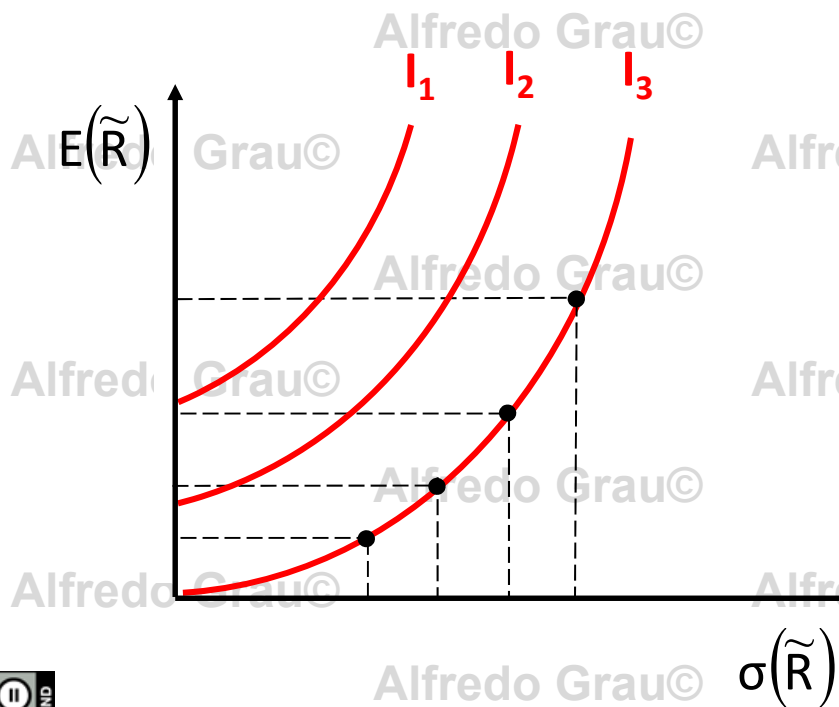
1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

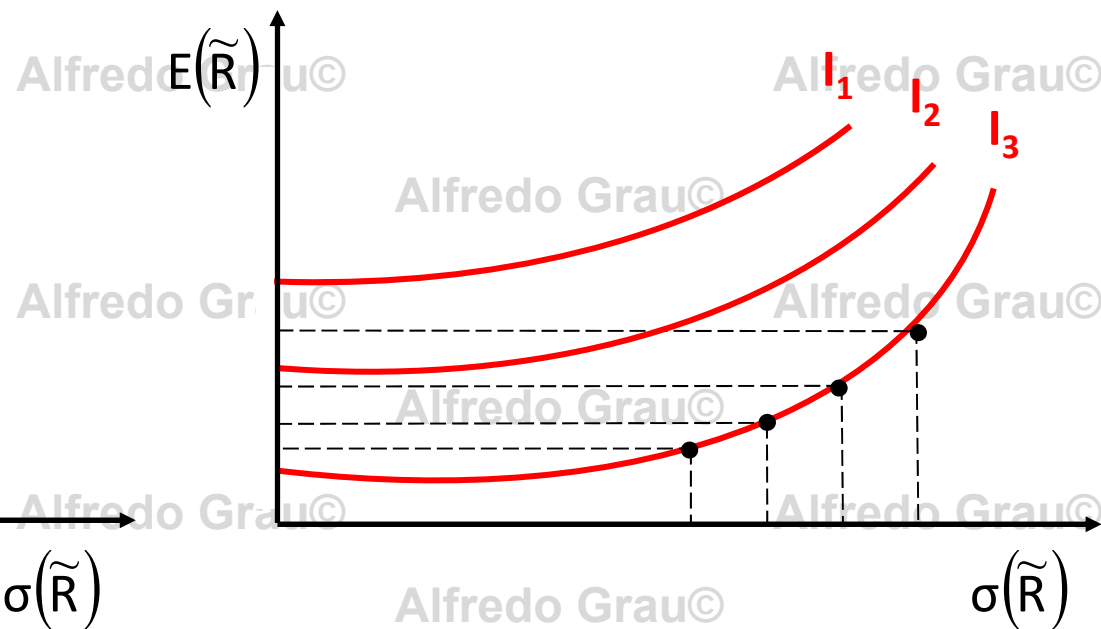
1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (XII)

— **Fase 3: Especificació de les preferències de l'inversor amb les corbes d'indiferència.**

- Les corbes d'indiferència són creixents i convexes.
- La seua forma dependrà del nivell d'aversion al risc de l'inversor.



Inversor MOLT avers al risc



Inversor POC avers al risc

1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (XIII)

— Fase 4: Determinació de la **CARTERA ÒPTIMA**.

- L'inversor triarà entre les carteres eficients la que s'adapte a les seues preferències (maximitza la seua utilitat esperada).
- Superposant la frontera eficient amb les corbes d'indiferència de l'inversor, podem determinar la **cartera òptima** de cada inversor.

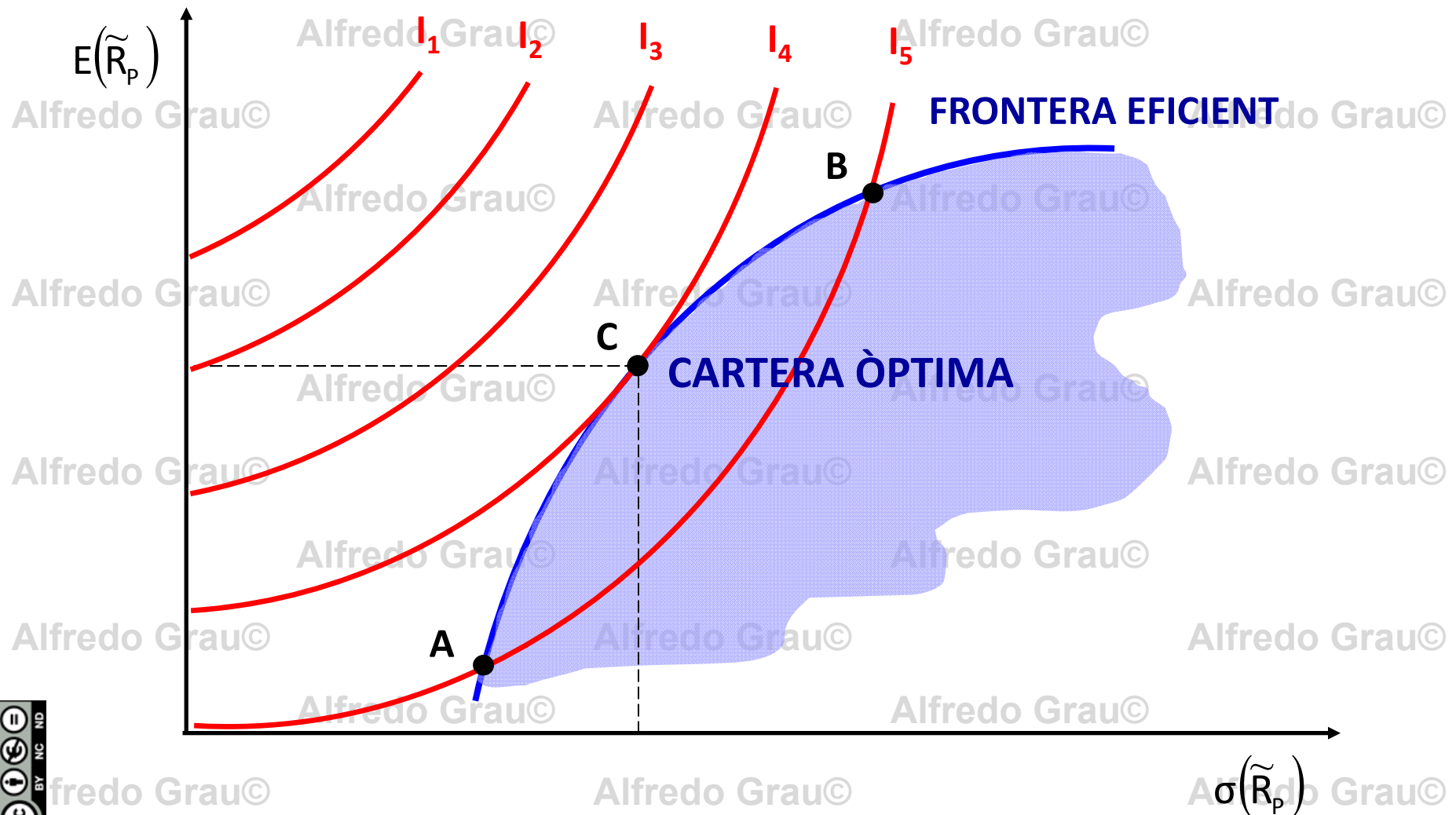


1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (XIV)

■ Gràficament:



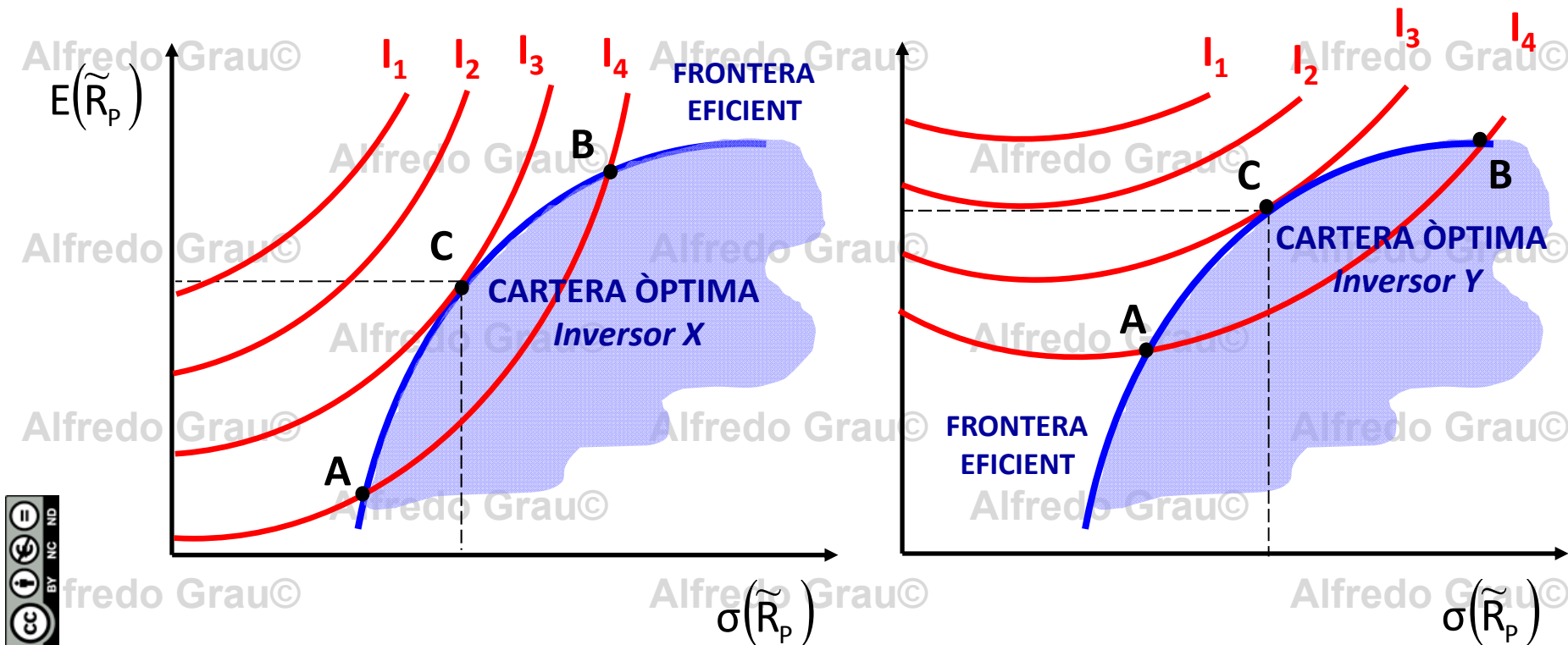
1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.1. Model de Markowitz: obtenció cartera òptima (XV)

— La cartera òptima:

- Queda garantida donada la convexitat de les corbes d'indiferència i la concavitat de la frontera eficient.
- És única i diferent per a cada inversor, i depèn de:
 - El seu nivell d'avversió al risc.



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.3. Model de Tobin: introducció actiu lliure risc (ALR) (I)

—El **MODEL DE TOBIN** introdueix en el m de Markowitz l'existència d'un actiu lliure de risc F , de manera que:

- Es pot prestar i demanar prestada la quantitat de diners desitjada.
- La rendibilitat de l'ALR és certa: $E(R_F) = R_F$.
- El seu risc és nul: $\sigma(R_F) = 0$.
- La seua covariància amb la resta d'actius de la cartera és nul·la: $\sigma(R_F, R_i) = 0$.

—La cartera mixta P , està formada per:

- Inversió en actius arriscats. Es tracta d'una cartera eficient E de Markowitz a la qual es destina una part del pressupost, ω .
- Inversió en l'ALR. Es destina la resta del pressupost disponible, $(1-\omega)$.



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.3. Model de Tobin: introducció actiu lliure risc (ALR) (II)

— L'expressió formal de la cartera mixta P serà:

$$\tilde{R}_P = \omega \tilde{R}_E + (1 - \omega) R_F \quad (7.6.)$$

— La **rendibilitat esperada** de la cartera mixta P serà:

$$E(\tilde{R}_P) = \omega E(\tilde{R}_E) + (1 - \omega) R_F \quad (7.7.)$$

— El **risc** de la cartera mixta P serà:

$$\sigma(\tilde{R}_P) = \sigma_P = \omega \sigma_E \quad (7.8.)$$

$$\sigma_P = \omega \sigma_E \quad (7.9.)$$



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.3. Model de Tobin: introducció actiu lliure risc (ALR) (III)

—Aïllant ω i substituint en l'equació (7.6.) obtindrem:

$$\omega = \frac{\sigma_P}{\sigma_E} \quad (7.10.)$$

$$E(\tilde{R}_P) = \frac{\sigma_P}{\sigma_E} E(\tilde{R}_E) + \left(1 - \frac{\sigma_P}{\sigma_E}\right) R_F \quad (7.11.)$$

—Reagrupant els termes, obtindrem finalment l'expressió d'una relació lineal:

$$E(\tilde{R}_P) = R_F + \left(\frac{E(\tilde{R}_E) - R_F}{\sigma_E} \right) \sigma_P \quad (7.12.)$$



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.3. Model de Tobin: introducció actiu lliure risc (ALR) (V)

- Inversor racional i avers al risc → invertirà en una cartera mixta situada en la recta $R_F - T$ que passa a ser la **NOVA FRONTERA EFICIENT**, per la qual cosa:
 - Les carteres situades sobre la recta $R_F - T$ proporcionen la màxima rendibilitat esperada per a cada nivell de risc.
 - Les carteres situades sobre la recta $R_F - T$ proporcionen un mínim risc per a un determinat nivell de rendibilitat.
 - Les combinacions entre R_F i la cartera T (que anomenarem cartera tangent) deixen ineficients les carteres situades en la frontera eficient anterior (Markowitz) i, per tant, passa a ser la nova frontera eficient (Tobin).



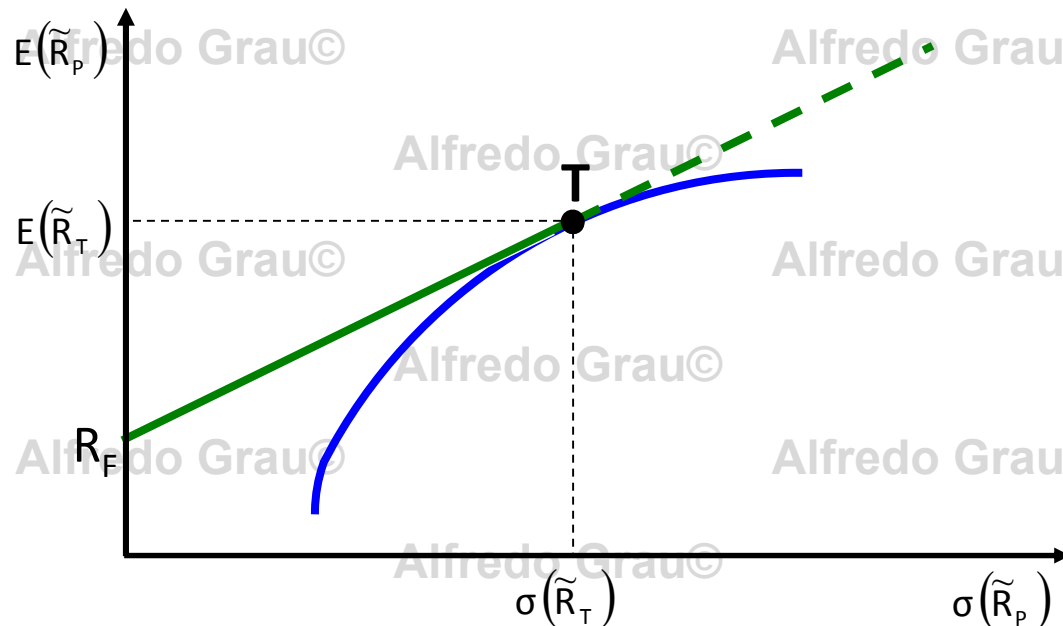
1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

[0%]

1.3. Model de Tobin: introducció actiu lliure risc (ALR) (VI)

— En les **carteres eficients** l'inversor pot:

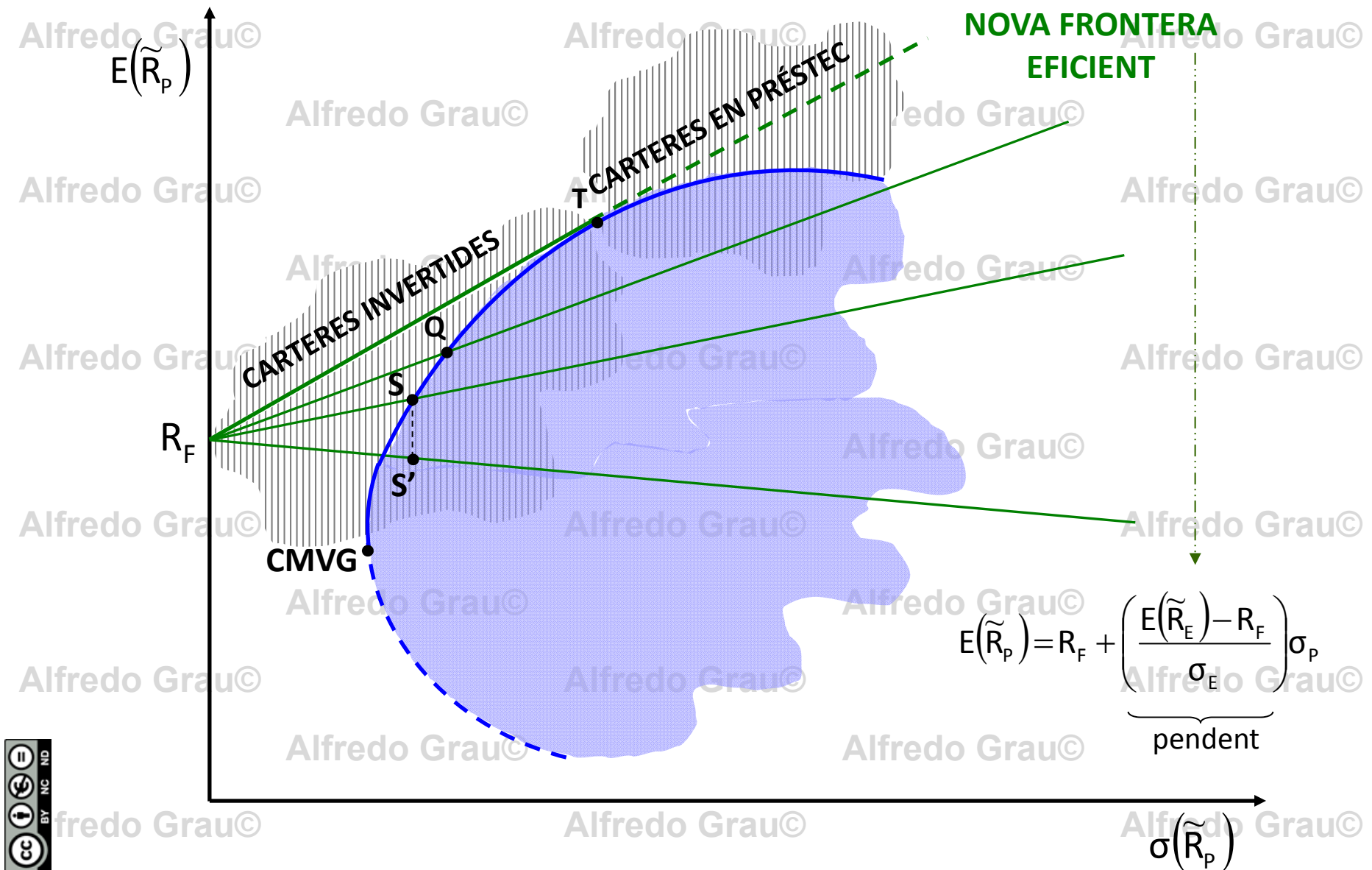
- Destinar tot el pressupost a l'ALR: R_F .
- Destinar tot el pressupost a actius arriscats: cartera T.
- Destinar part del seu pressupost a prestar: tram R_F –T (línia contínua).
- Invertir en T una quantitat superior de la qual disposa. S'haurà d'endeutar (demanar prestat) a la taxa R_F : tram a partir de T (línia discontinua).



1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin

1.3. Model de Tobin: introducció actiu lliure risc (ALR) (VII)

[0%]



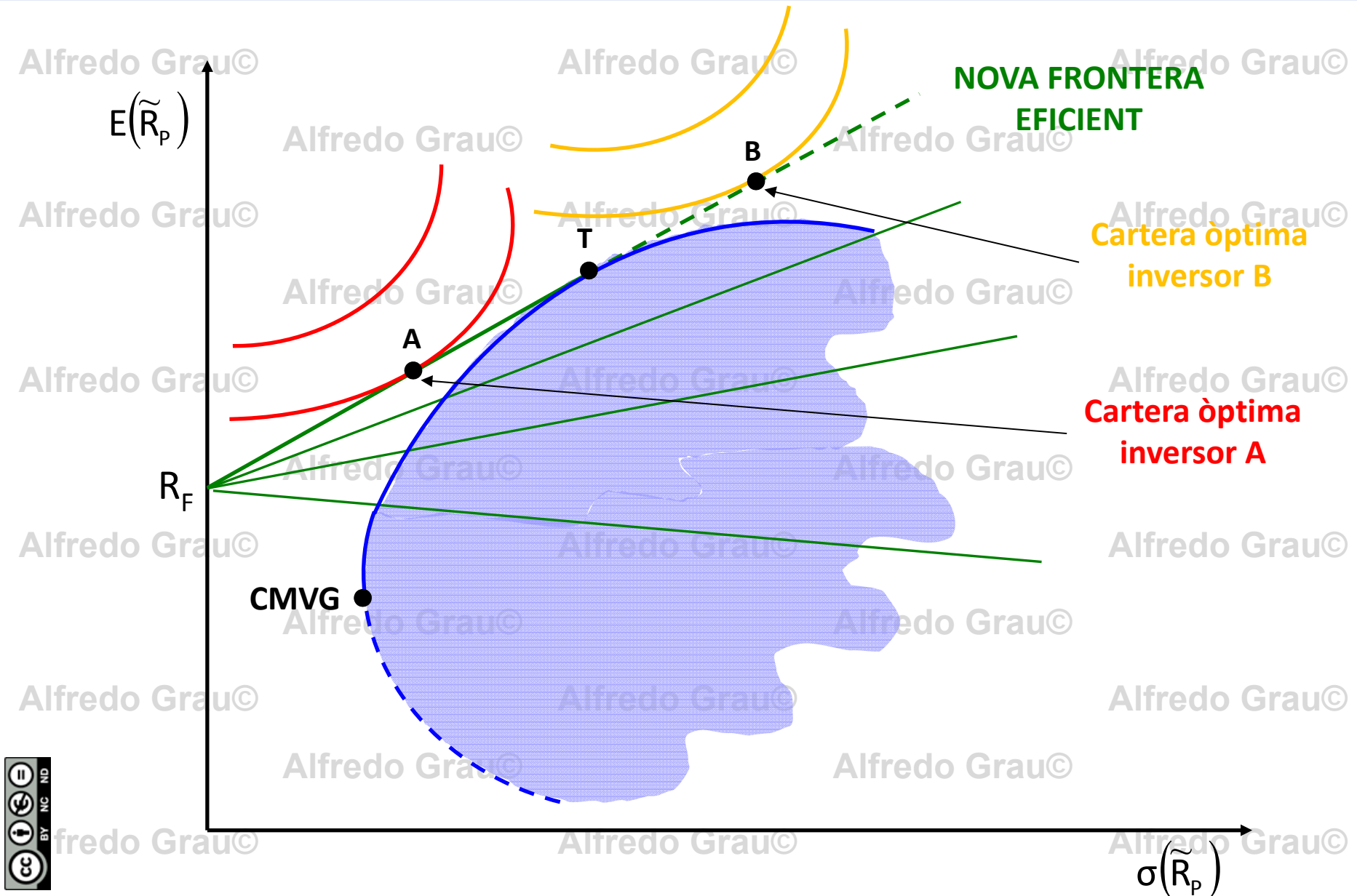
1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.4. Model de Tobin: obtenció cartera òptima (I)

- Perquè cada inversor trobe la seua **CARTERA ÒPTIMA** cal conèixer:
 - La nova frontera eficient.
 - El mapa de corbes d'indiferència.
- Suposant ambdós elements anteriors, l'inversor trobarà la seua cartera òptima, que a més:
 - És distinta per a cadascun → es correspon a la relació *rendibilitat-risc* adequada a la seua aversió al risc.



$$[\dot{\theta}^0\%]$$
$$[\dot{\theta}^0\%]$$


1. Selecció de carteres: model de Markowitz i model de Tobin



1.4. Model de Tobin: obtenció cartera òptima (II)

—Teorema de dos fons:

- Qualsevol inversor eficient haurà de dividir el seu pressupost entre dos fons o alternatives d'inversió:
 - Invertir en la cartera de mercat (M) representativa de tots els títols arriscats.
 - Invertir en l'ALR (F).
- Depenent de la seua aversió al risc, l'inversor triarà una cartera determinada i es posicionarà al llarg de la recta.



2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

[0%]

2.1. Línia del mercat de capitals (CML) (I)

— En conseqüència, les carteres eficients:

- Adopten l'estructura següent:

$$\tilde{R}_P = \omega \tilde{R}_M + (1 - \omega) R_F \quad (7.13.)$$

- Particularitats:

$$E(\tilde{R}_P) = \omega \cdot E(\tilde{R}_M) + (1 - \omega) \cdot R_F \quad (7.14.)$$

$$\sigma_P = \omega \cdot \sigma_M \quad (7.15.)$$

- Assumim que es tracta de carteres ben diversificades i, per tant, només tenen risc sistemàtic o de mercat.



2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

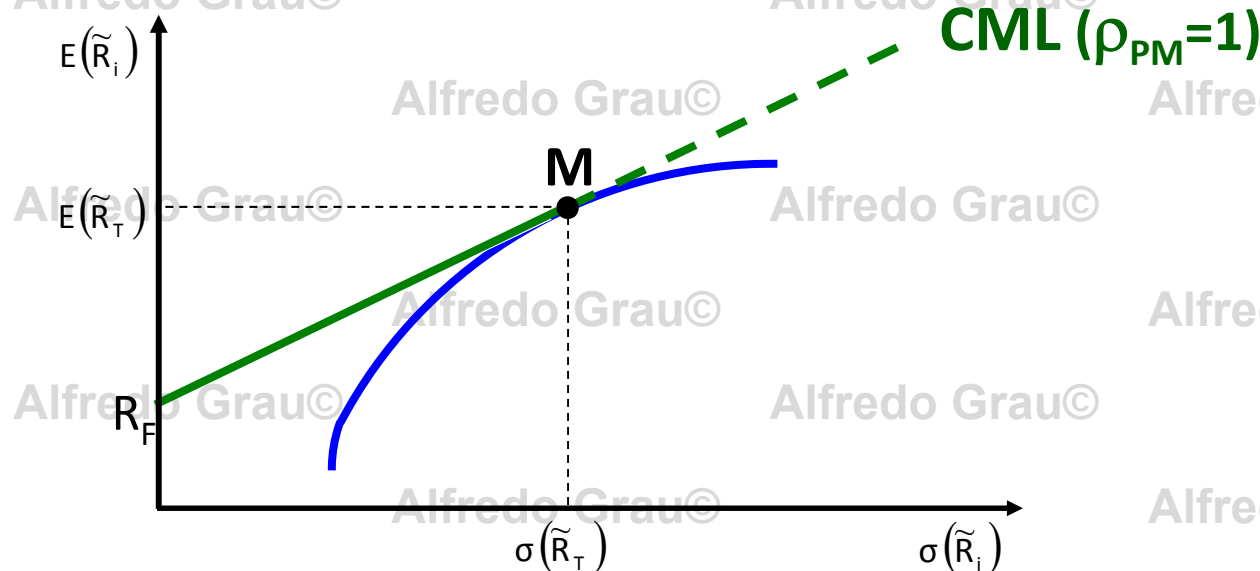
[0%]

2.1. Línia del mercat de capitals (CML) (II)

- La correlació de qualsevol cartera eficient i la cartera de mercat ha de ser 1, atès que se situen sobre la recta:

$$\rho_{PM} = \frac{\sigma_{PM}}{\sigma_P \sigma_M} = 1 \quad (7.16.)$$

- D'aquesta manera, sobre la “nova frontera eficient” solament tindrem carteres eficients → **CML (*Capital Market Line* – línia del mercat de capitals)**.



2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM



2.1. Línia del mercat de capitals (CML) (III)

- Limitació de la CML: només considera carteres eficients.
- En el mercat podem trobar tant carteres eficients com no eficients.
- Necessitem un model que ens relacione la rendibilitat i el risc, però per a qualsevol tipus de carteres.
 - Equació fonamental del Model CAPM (*Capital Asset Market Model*):
 - Mitjançant la **SML** (*Security Market Line* – línia del mercat de títols).



2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

(%)

2.2. Línia del mercat de títols (SML) (I)

— La SML, implica que:

- Tot inversor podrà invertir en carteres eficients que únicament tenen risc sistemàtic (està correctament diversificada).
- Si inverteix en una cartera no eficient (no diversificada), assumeix més risc, però el mercat només paga per suportar el risc sistemàtic.

— L'expressió de la SML es materialitza mitjançant de l'equació fonamental del model CAPM:

- Mesura com afecten les variacions dels rendiments de la cartera de mercat als rendiments de la nostra inversió (títol o cartera).
- Aquesta sensibilitat es mesura amb el coeficient beta (β):

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = 1 \quad (7.17.)$$



2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

(%)

2.2. Línia del mercat de títols (SML) (II)

– La β d'un actiu implica:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{iM} \cdot \sigma_i \cdot \cancel{\sigma_M}}{\cancel{\sigma_M^2}} = \frac{\rho_{iM} \cdot \sigma_i}{\sigma_M} \quad (7.18.)$$

– La β d'una cartera P implica:

$$\beta_P = \frac{\cancel{\rho_{PM}} \cdot \sigma_P}{\sigma_M} = \frac{\sigma_P}{\sigma_M} \quad (7.19.)$$

– La β de la cartera de mercat implica:

$$\beta_M = \frac{\sigma_M}{\sigma_M} = 1 \quad (7.20.)$$



2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM



2.2. Línia del mercat de títols (SML) (III)

— Finalment el **Model CAPM** mitjançant la SML:

$$E(\tilde{R}_i) = R_F + [E(\tilde{R}_M) - R_F] \cdot \beta_i \quad (7.21.)$$

■ On:

□ R_F : rendibilitat de l'ALR (Lletres del Tresor, p. ex.)

□ $[E(\tilde{R}_M) - R_F]$ prima per unitat de risc: prima pel risc sistemàtic suportat. Rendibilitat del mercat per sobre de la rendibilitat de l'ALR.

□ β_i : sensibilitat del rendiment de l'actiu/cartera i davant les variacions del rendiment de la cartera de mercat M .

■ Aquesta equació es compleix tant per a carteres eficients com per a carteres no eficients.



2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

(%)

2.2. Línia del mercat de títols (SML) (IV)

— Els actius els podem classificar en funció de la seua β :

- Actius agressius ($\beta_i > 1$): títols el risc dels quals és major que el del mercat mateix.
 - Si el mercat puja, la nostra cartera pujarà en major proporció.
 - Si el mercat baixa, la nostra cartera baixarà en major proporció.
- Actius neutres ($\beta_i = 1$): títols el risc dels quals és el mateix que el del mercat.
 - Si el mercat puja, la nostra cartera pujarà en igual proporció.
 - Si el mercat baixa, la nostra cartera baixarà en igual proporció.
- Actius defensius ($\beta_i < 1$): títols el risc dels quals és menor que el del mercat.
 - Si el mercat puja, la nostra cartera baixarà en menor proporció.
 - Si el mercat baixa, la nostra cartera pujarà en menor proporció.

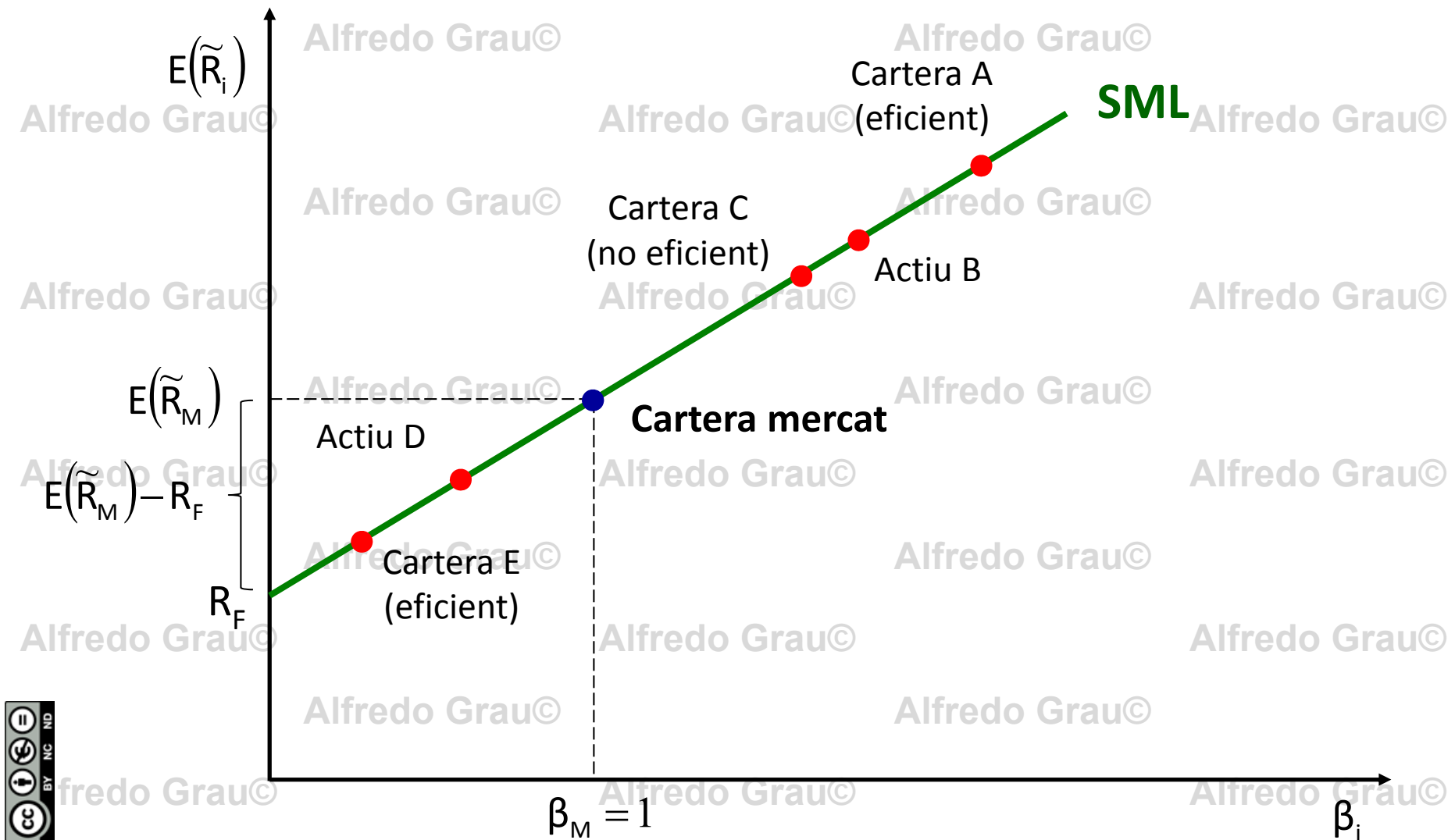


2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

(%)

2.2. Línia del mercat de títols (SML) (V)

— La SML gràficament:



2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

(%)

2.2. Línia del mercat de títols (SML) (VI)

— Relació entre la SML i la CML:

- La SML per a un actiu o cartera Z:

$$E(\tilde{R}_Z) = R_F + [E(\tilde{R}_M) - R_F] \cdot \beta_Z$$

- Si substituïm el valor de la β per l'expressió (7.19.), tindrem:

$$E(\tilde{R}_Z) = R_F + [E(\tilde{R}_M) - R_F] \cdot \frac{\rho_{ZM} \sigma_Z}{\sigma_M}$$

$$E(\tilde{R}_Z) = R_F + \left[\frac{E(\tilde{R}_M) - R_F}{\sigma_M} \right] \cdot \rho_{ZM} \sigma_Z$$

- Si la cartera Z és eficient:

$$\rho_{ZM} = 1 \Rightarrow \text{SML} = \text{CML} \quad (7.22.)$$



2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

(%)

2.2. Línia del mercat de títols (SML) (VII)

— Per tant:

- L'SML per a un actiu o cartera Z:

$$\text{SML} \Rightarrow E(\tilde{R}_Z) = R_F + \left[\frac{E(\tilde{R}_M) - R_F}{\sigma_M} \right] \cdot \rho_{ZM} \sigma_Z \quad (7.23.)$$

$$\text{CML} \Rightarrow E(\tilde{R}_Z) = R_F + \left[\frac{E(\tilde{R}_M) - R_F}{\sigma_M} \right] \cdot \sigma_Z \quad (7.24.)$$

- Les carteres eficients se situen en la CML i la SML.
- Els títols individuals i les carteres ineficients compleixen amb la SML, però no amb la CML. Se situen doncs, per baix de la CML.

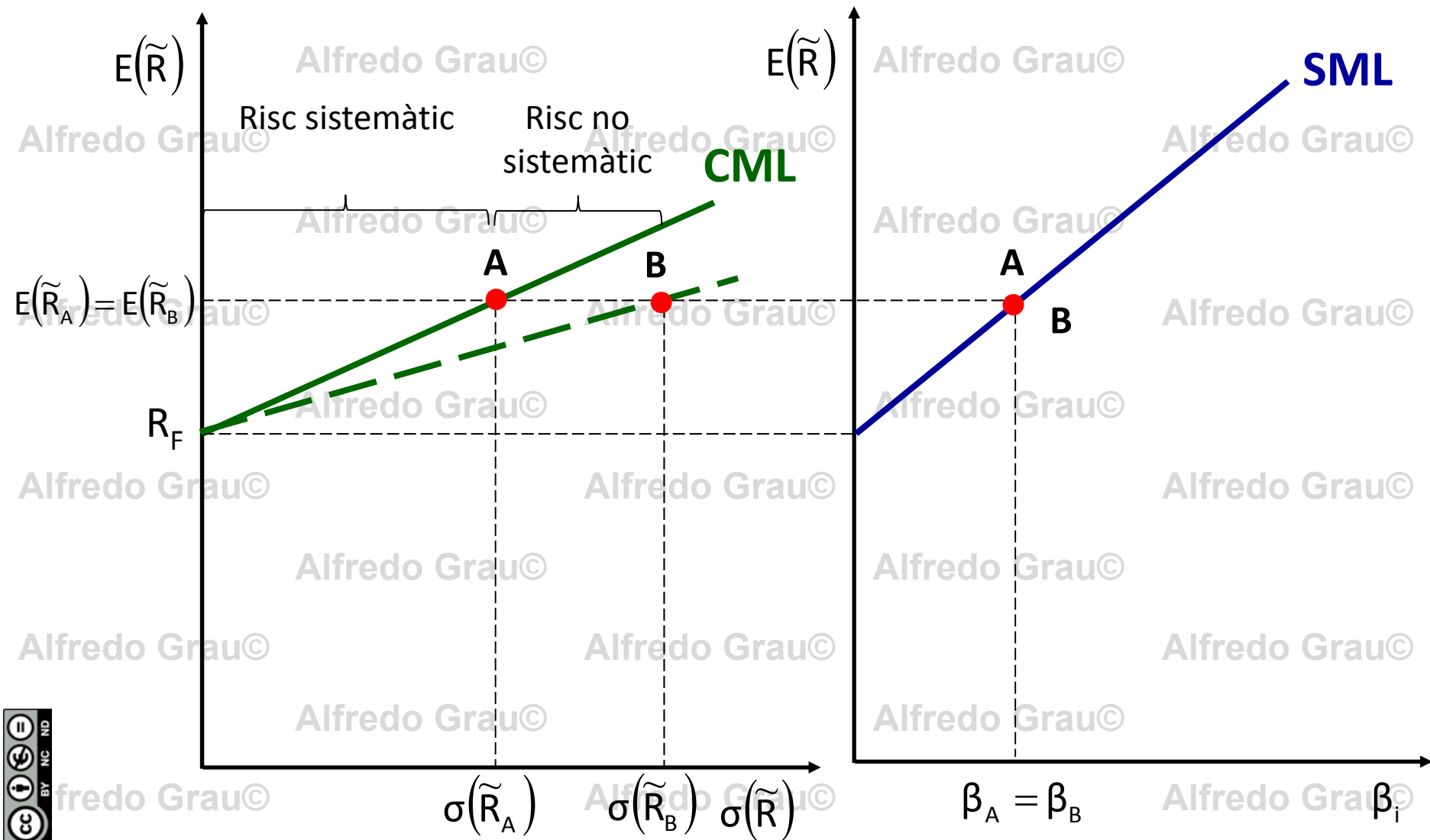


2. Equilibri en el mercat de capitals. El model CAPM

[0%]

2.2. Línia del mercat de títols (SML) (VIII)

— Gràficament:



3. El model CAPM i la valoració d'actius financers (I)

[0%]

—Acabem de veure que la rendibilitat corresponent al nivell de risc que s'assumeix amb l'actiu/cartera i , segons el CAMP és:

$$E(\tilde{R}_i) = R_F + [E(\tilde{R}_M) - R_F] \cdot \beta_i$$

$$E(\tilde{R}_i) = R_F + \text{prima por riesgo} \quad (7.25.)$$

—El VAN de la inversió i (considerant dividends nuls):

$$VAN_i = -P_{it} + \frac{E(\tilde{P}_{it+1})}{1 + E(\tilde{R}_i)} \quad (7.26.)$$

$$VAN_i = -P_{it} + \frac{E(\tilde{P}_{it+1})}{1 + (R_F + [E(\tilde{R}_M) - R_F] \cdot \beta_i)} \quad (7.27.)$$



3. El model CAPM i la valoració d'actius financers (II)

[0%]

$$VAN_i = -P_{it} + \frac{E(\tilde{P}_{it+1})}{1 + (R_F + p_i)} \quad (7.28.)$$

$$VAN_i = -P_{it} + \frac{E(\tilde{P}_{it+1})}{1 + a_i} \quad (7.29.)$$

–Assumint que el mercat està en equilibri, el preu de l'actiu i ha de ser el preu d'equilibri que permet obtenir la rendibilitat adequada al nivell de risc suportat:

$$P_{it} = \frac{E(\tilde{P}_{it+1})}{1 + a_i} \quad (7.30.)$$

–El VAN haurà de ser 0:

$$VAN_i = -P_{it} + \frac{E(\tilde{P}_{it+1})}{1 + a_i} = 0 \quad (7.31.)$$



3. El model CAPM i la valoració d'actius financers (III)

$[r_f\%]$

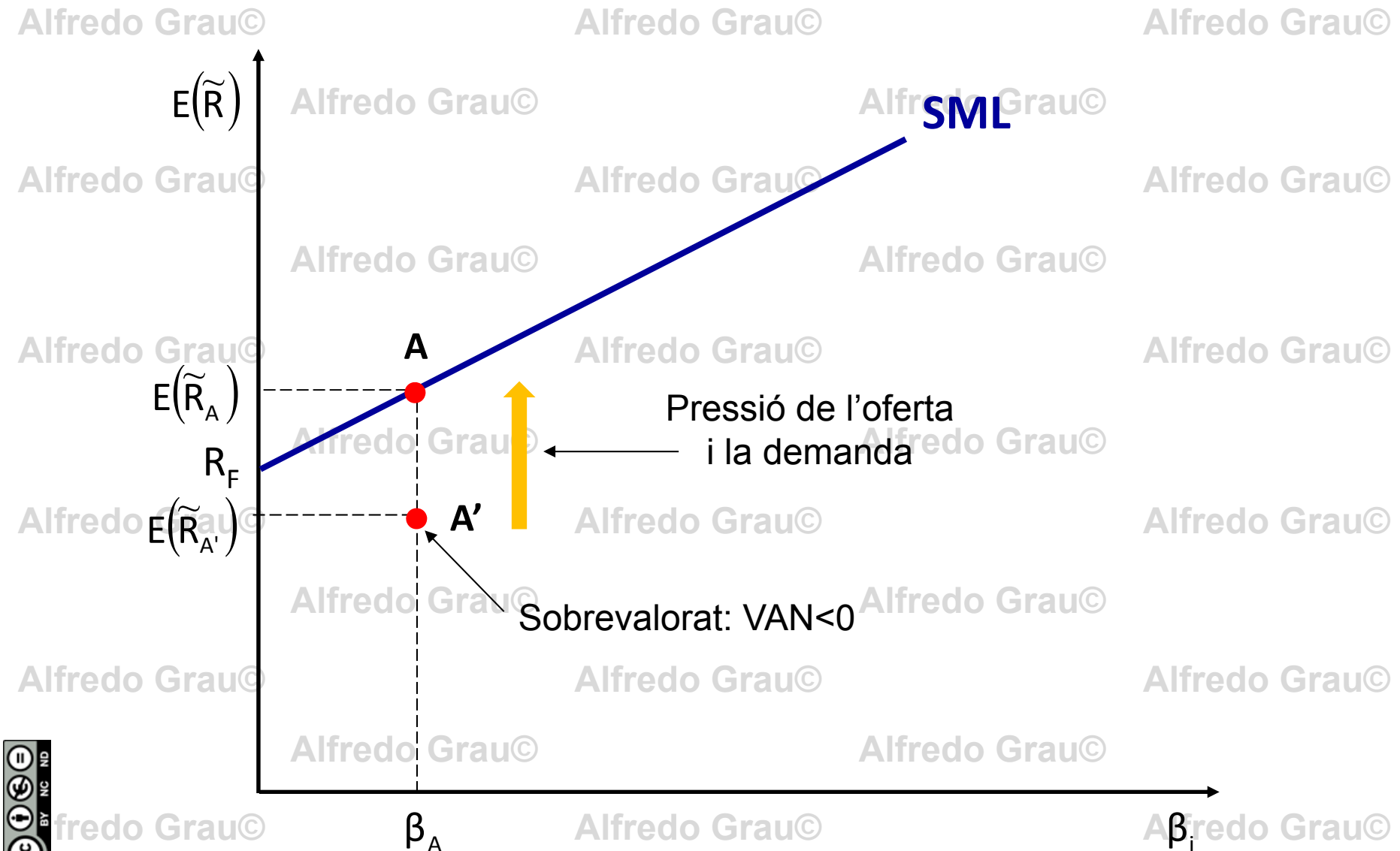
— Si el preu fóra major que el d'equilibri:

- L'actiu estaria sobrevalorat (el mercat no està en equilibri).
- El VAN < 0.
- La TIR < $E(\tilde{R}_i)$.
- Estaria sota la SML.
- Ningú invertiria en aquest actiu.
- La seua oferta seria major que la seua demanda:
 - Baixaria el seu preu.
 - Pujaria la seua rendibilitat fins a situar-se en la SML.



3. El model CAPM i la valoració d'actius financers (IV)

$[r_f\%]$



3. El model CAPM i la valoració d'actius financers (V)

$\left[\frac{1}{1+r} \right]$

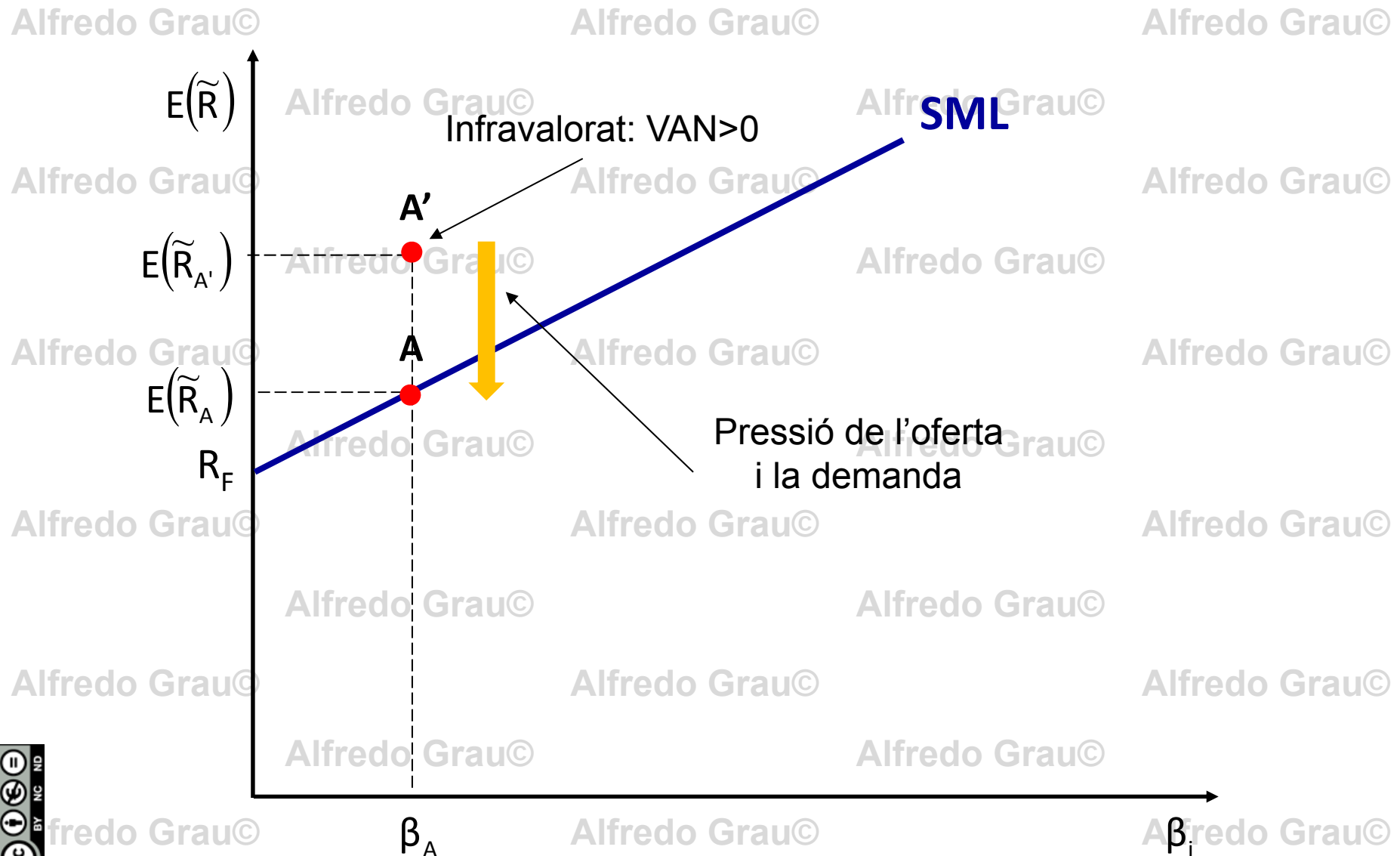
— Si el preu fóra menor que el d'equilibri:

- L'actiu estaria infravalorat (el mercat no està en equilibri).
- El VAN > 0.
- La TIR > $E(\tilde{R}_i)$.
- Estaria per dalt de la SML.
 - Ningú invertiria en aquest actiu.
 - La seua oferta seria menor que la seua demanda:
 - Pujaria el seu preu.
 - Baixaria la seua rendibilitat fins a situar-se en la SML.



3. El model CAPM i la valoració d'actius financers (VI)

[0%]



3. 4. El model CAPM i valoració inversions productives (I)

$[r_f\%]$

- Una inversió productiva (béns d'equip) serà atractiva sempre que la seua rendibilitat siga major que la rendibilitat oferida pel mercat financer, per a aquest mateix nivell de risc.
- Hem de calcular el risc del projecte a través de la seua β .
- Què determina la β d'un projecte?
 - Tipologia del negoci.
 - Sector al qual pertany.
 - Tecnologia utilitzada.
 - Grau d'endeutament.



3. 4. El model CAPM i valoració inversions productives (II)



— Com podem calcular la β d'un projecte?

- Realitzar un estudi per a conèixer la β dels actius de risc similar, amb les mateixes característiques (sector, tecnologia, endeutament).
- A partir d'aquestes β estimades es calcula la β del projecte com la mitjana de les β del grup d'empreses:

$$\beta_{\text{PROJ}}$$

- La rendibilitat mínima exigida al projecte serà la que indique la SML:

$$E(\tilde{R}_{\text{PROJ}}) = R_F + [E(\tilde{R}_M) - R_F] \cdot \beta_{\text{PROJ}} \quad (7.32.)$$

- Serà la taxa de descompte ajustada al risc:

$$E(\tilde{R}_{\text{PROJ}}) = R_F + \text{prima}_{\text{PROJ}} = a_{\text{PROJ}} \quad (7.33.)$$



3. 4. El model CAPM i valoració inversions productives (III)

$(\tilde{r}_t\%)$

$$VAN = -P_0 + \sum_{j=1}^n \frac{E(\tilde{F}_j)}{(1 + a_{PROJ})^j} \quad (7.34.)$$

- Com sempre, seleccionem projectes amb $VAN > 0$.
- Segons la TIR:
 - Seleccionarem projectes amb una TIR major que la taxa de descompte, açò és, $TIR > a_{PROJ}$.
 - Si la $TIR > a_{PROJ}$, se situarà per damunt de la SML.