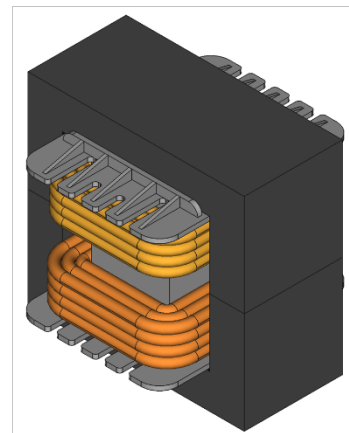
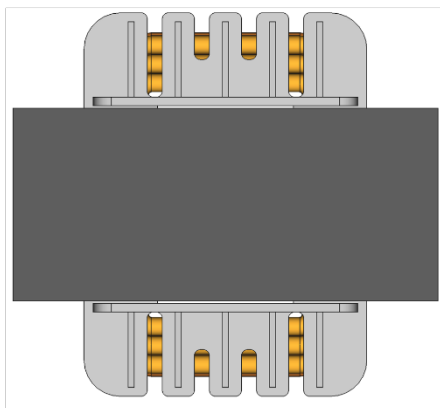
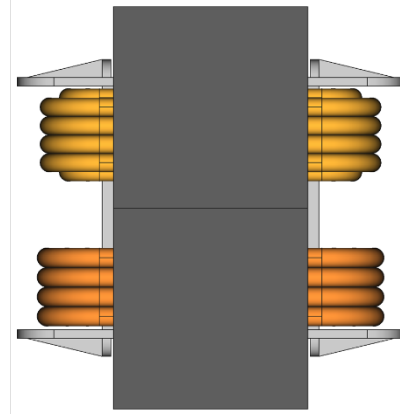
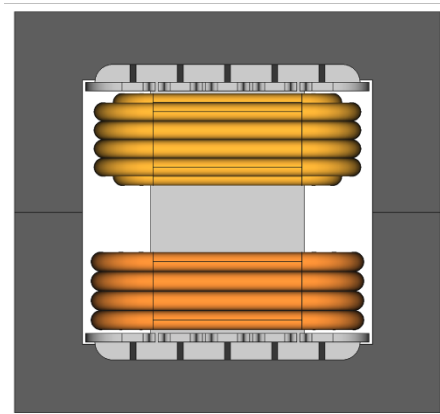




Escuela Técnica Superior de Ingenierías
Universitat de València

Expresión Gráfica

Material docente de la asignatura
Parte de teoría



Vicente Esteve Gómez

2020

TEMA 1. Introducción

El término diseño procede del vocablo italiano 'disegno'. En nuestro contexto se utiliza para caracterizar 'la representación gráfica, de acuerdo con una idea creativa previa, de un objeto artístico o funcional, de un dispositivo mecánico, o de la estructura o funcionamiento de un sistema o proceso'.

En este tema veremos el proceso de diseño y como los sistemas informáticos pueden incidir en este proceso. Se planteará la estructura general de una aplicación CAD, destacando el papel del modelo geométrico.

1.1 Proceso de diseño

Tradicionalmente el proceso de diseño sigue los siguientes pasos [Mass87] (ver figura 1):

- *Definición.* Consiste en especificar las propiedades y cualidades relevantes del sistema a diseñar.
 - *Concepción de un modelo.* Es el núcleo del proceso de diseño. El ingeniero concibe un modelo de sistema que satisface las especificaciones. El modelo deberá documentarse.
 - *Dibujo de detalle.* La mayor parte de las cosas que se fabrican tienen algún tipo de representación gráfica natural, que se utiliza como descripción 'formal' del elemento a construir¹. Por ese motivo, antes de pasar al proceso de construcción se deben generar gran cantidad de 'planos' (o descripciones gráficas en general). El conjunto de documentos generados debe ser suficiente para describir el modelo, con el suficiente detalle como para permitir la fabricación de prototipos, con los que validar el diseño. Este paso puede requerir hasta un 50% del esfuerzo de diseño.
 - *Construcción de prototipos.* Para elementos que se van a someter a un proceso de fabricación en cadena, es normal fabricar previamente prototipos, fuera de la cadena de montaje. Los prototipos se fabrican con el propósito de detectar posibles errores en el modelo o la especificación, y en caso contrario, servir de validación del modelo. Los prototipos no tienen que ser necesariamente un ejemplar completo del elemento a fabricar, pudiendo utilizarse para validar tan solo determinadas propiedades.
- A veces se utilizan prototipos con elementos que no se fabrican en serie, como en ingeniería civil o arquitectura. En esta situación cabe destacar las maquetas para estudios de resistencia de materiales, o comportamiento aerodinámico, y las maquetas de arquitectura.
- *Realización de ensayos.* Tras la realización de ensayos sobre el prototipo se pueden descubrir deficiencias en el modelo o en la propia definición del sistema, lo que obligará a volver atrás en el proceso, revisando el diseño. Debe observarse que el dibujo de detalle está, en principio, dentro de este ciclo de revisión.
 - *Documentación.* Una vez validado el diseño se pasa a documentarlo. La documentación debe contener la información suficiente como para poder abordar la construcción del sistema. La documentación puede estar formada por información muy diversa: descripción del sistema y de sus componentes, esquemas de montaje, lista de componentes, etc.

El proceso de diseño sigue un esquema iterativo, en el que el diseñador trata de encontrar un diseño que satisfaga unos determinados requerimientos, explorando posibilidades, siguiendo un ciclo de propuesta - valoración.

1.2 - Concepto de sistema CAD

¹ Paradojicamente una excepción a esta normal es el software.

En un sentido amplio, podemos entender el Diseño Asistido por Computador (CAD) como la "aplicación de la informática al proceso de diseño" [Salm87]. Puntualizando la definición, entenderemos por Sistema CAD, un sistema informático que automatiza el proceso de diseño de algún tipo de ente, para descartar, como sistemas CAD las aplicaciones que incidan tan solo en algún aspecto concreto del proceso de diseño.

Los medios informáticos se pueden usar en la mayor parte de las tareas del proceso, siendo el dibujo el punto en el que más profusamente se ha utilizado. Una herramienta CAD es un sistema software que aborda la automatización global del proceso de diseño de un determinado tipo de ente.

El éxito en la utilización de sistemas CAD radica en la reducción de tiempo invertido en los ciclos de exploración. Fundamentalmente por el uso de sistemas gráficos interactivos, que permiten realizar las modificaciones en el modelo y observar inmediatamente los cambios producidos en el diseño.

El desarrollo de un sistema CAD se basa en la representación computacional del modelo. Esto permite realizar automáticamente el dibujo de detalle y la documentación del diseño, y posibilita la utilización de métodos numéricos para realizar simulaciones sobre el modelo, como una alternativa a la construcción de prototipos.

El ciclo de diseño utilizando un sistema CAD se ve afectado, tan solo, por la inclusión de una etapa de simulación entre la creación del modelo y la generación de bocetos. Esta simple modificación supone un ahorro importante en la duración del proceso de diseño, ya que permite adelantar el momento en que se detectan algunos errores de diseño.

La figura 2 muestra el ciclo de diseño utilizando una herramienta CAD. Tan solo las etapas de definición y ensayo con prototipos quedan fuera del ámbito del sistema CAD. El resto de las tareas se realizan utilizando el sistema CAD. La importancia de la realización de ensayos con prototipos dependerá de la naturaleza del ente a diseñar, y de la posibilidad de sustituirlos por simulaciones numéricas. Cuando no hay un proceso de fabricación en serie la construcción de prototipos no suele realizarse.

Otro aspecto importante de la automatización del diseño es la posibilidad de utilizar la información del modelo como base para un proceso de fabricación asistida por ordenador (CAM).

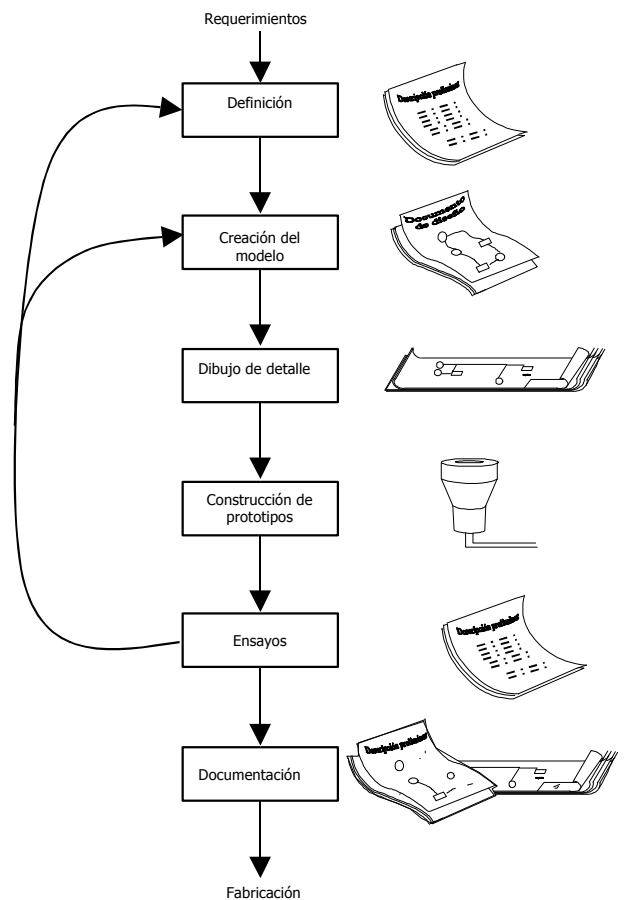


Figura 1. Proceso clásico de diseño.

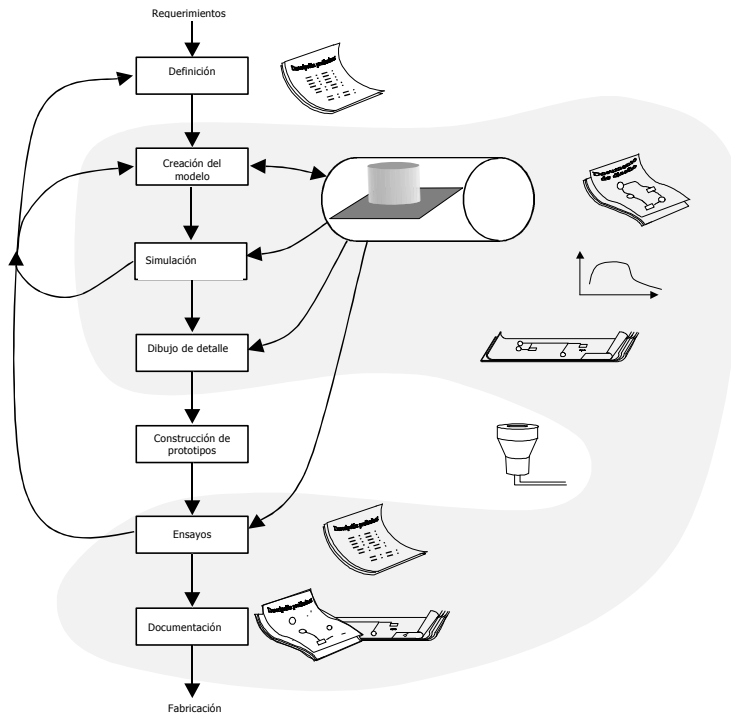


Figura 2 Proceso de diseño usando una herramienta CAD. La zona sombreada muestra el ámbito del sistema CAD.

Los sistemas CAM se utilizan para automatizar el proceso de fabricación, incluyendo la planificación y control del proceso, así como del control de máquinas herramientas. El uso de sistemas CAM está más extendido en procesos de fabricación en cadena, en los que se realizan gran número de tareas mecánicas susceptibles de ser automatizadas. El sistema CAM debe diseñarse para hacer uso de la base de datos del diseño.

1.3 - Estructura de un sistema CAD

El diseño es un proceso iterativo de definición de un ente, por tanto, el desarrollo de un sistema CAD se debe basar en el establecimiento de un ciclo de edición soportado por técnicas de representación del modelo, de edición y de visualización. A un nivel más concreto, un sistema CAD debe realizar las siguientes funciones [Brun86,pp.55]:

- Definición interactiva del objeto.
- Visualización múltiple.
- Cálculo de propiedades, simulación.
- Modificación del modelo.
- Generación de planos y documentación.
- Conexión con CAM.

Es difícil establecer un modelo universal de sistema de diseño. No obstante, a nivel general, y en base a las funciones a desempeñar, se puede establecer que todos los sistemas de diseño poseen al menos los siguientes componentes:

- **Modelo.** Es la representación computacional del ente que se está diseñando. Debe contener toda la información necesaria para describir el ente, tanto a nivel geométrico como de características. Es el elemento central del sistema, el resto de los componentes trabajan sobre él. Por tanto determinará las propiedades y limitaciones del sistema CAD.
- **Subsistema de edición.** Permite la creación y edición del modelo, bien a nivel geométrico o bien especificando propiedades abstractas del sistema. En cualquier caso la edición debe ser interactiva, para facilitar la exploración de posibilidades.
- **Subsistema de visualización.** Se encarga de generar imágenes del modelo. Normalmente interesa poder realizar distintas representaciones del modelo, bien por que exista más de un modo de representar gráficamente el ente que se está diseñando, o bien para permitir visualizaciones rápidas durante la edición, junto con imágenes más elaboradas para evaluar el diseño.
- **Subsistema de cálculo.** Permite el cálculo de propiedades del modelo y la realización de simulaciones
- **Subsistema de documentación.** Se encarga de la generación de la documentación del modelo.

Indudablemente, tanto las técnicas de representación y edición del modelo, como la visualización, el cálculo o la documentación, dependen del tipo de ente a modelar. No es posible construir sistemas CAD universales.

En el ciclo de diseño con un sistema CAD, se puede ver como una sucesión de modificación-visualización del modelo.

Una sesión de trabajo con un sistema CAD puede interpretarse como la creación de un 'programa', el modelo, que se especifica interactivamente con una secuencia de ordenes de edición.

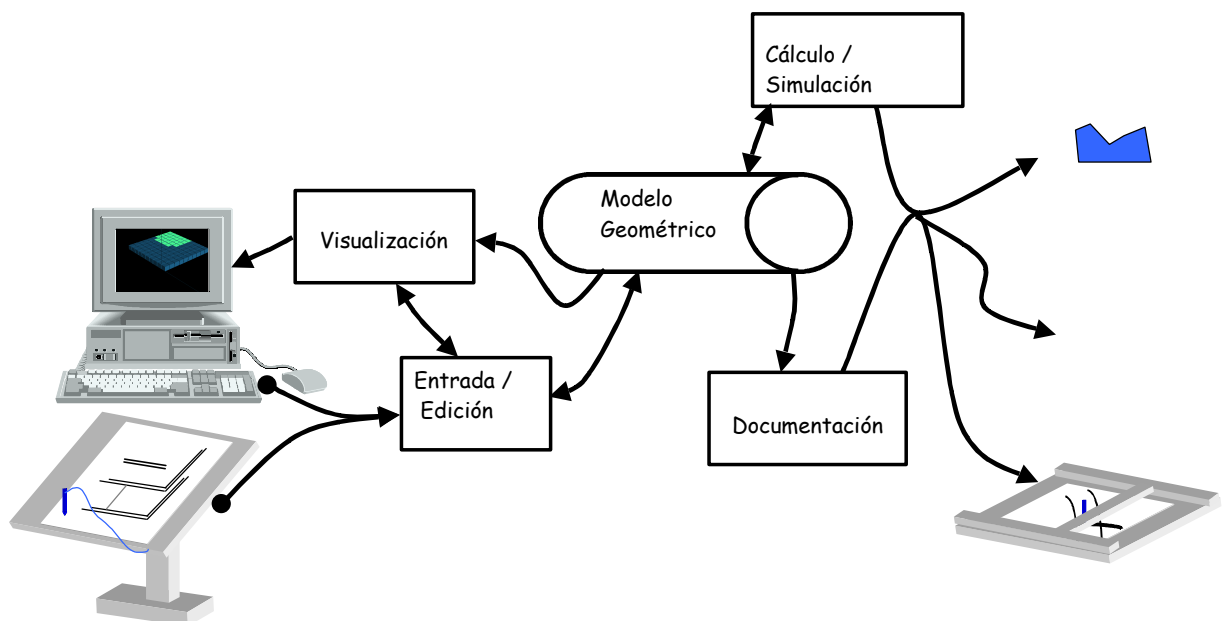


Figura 3. Esquema general de un sistema CAD

1.4 - Campos de aplicación

Hay un gran número de aplicaciones que de uno u otro modo automatizan parte de un proceso de diseño. Actualmente, para casi cualquier proceso de fabricación o elaboración se dispone de herramientas informáticas que soportan este proceso. No obstante, los tres campos clásicos de aplicación son la ingeniería civil, el diseño industrial y el diseño de hardware.

Es posible encontrar en el mercado aplicaciones específicas para un campo concreto junto con aplicaciones de tipo general, que básicamente son editores de un modelo geométrico, sobre las que se pueden acoplar módulos de simulación o cálculo específicos para un campo concreto. Este último es el caso de AUTOCAD, 3D-Studio y MICROSTATION.

El diseño industrial es el campo típico de aplicación, y en el que se comercializan más aplicaciones. Se utilizan modelos tridimensionales, con los que se realizan cálculos y simulaciones mecánicas. La naturaleza de las simulaciones depende del tipo de elemento a diseñar. En el diseño de vehículos es normal simular el comportamiento aerodinámico; en el diseño de piezas mecánicas se puede estudiar su flexión, o la colisión entre dos partes móviles. Entre las aplicaciones comerciales de tipo general cabe destacar CATIA (IBM), I-DEAS (SDRC) y PRO/ENGINEER (PTC).

En diseño de hardware podemos encontrar desde aplicaciones para el diseño de placas de circuitos impresos hasta aplicaciones para el diseño de circuitos, incluyendo circuitos integrados. En este último campo es fundamental la realización de simulaciones del comportamiento eléctrico del circuito que se está diseñando. Muchas de estas aplicaciones son 2D, e incluyen conexión con un sistema CAM.

En ingeniería civil podemos encontrar aplicaciones 2D, especialmente en arquitectura, y aplicaciones 3D. Las simulaciones realizadas suelen estar relacionadas con el estudio de la resistencia y la carga del elemento.

1.5 - Fundamentos

Son varias las disciplinas que sirven de sustento al diseño asistido por ordenador, entre ellas destacamos las siguientes:

- *Modelado geométrico.* Se ocupa del estudio de los métodos de representación de entes con contenido geométrico. Para sistemas 2D en los que la representación gráfica sean esquemas se suele utilizar modelos basados en instanciación de símbolos. Para modelar objetos de los que solo interese el contorno, (perfiles, trayectorias, zapatos, carrocerías, fuselajes, etc.) se suelen usar métodos de diseño de curvas y superficies. Para objetos sólidos (piezas mecánicas, envases, moldes, ingeniería civil, etc.).

- *Técnicas de visualización.* Son esenciales para la generación de imágenes del modelo. Los algoritmos usados dependerán del tipo de modelo, pudiendo variar desde simples técnicas de dibujo 2D, para el esquema de un circuito, hasta la visualización realista usando trazado de rayos o radiosidad, para el estudio de la iluminación de un edificio o una calzada. Además, se suelen usar técnicas específicas para la generación de la documentación (generación de curvas de nivel, secciones, representación de funciones sobre sólidos o superficies).

- *Técnicas de interacción gráfica.* Son el soporte de la entrada de información geométrica del sistema de Diseño. Entre estas, las técnicas de posicionamiento y selección poseen una

especial relevancia. Las técnicas de posicionamiento se utilizan para la introducción de posiciones 2D o 3D. Las técnicas de selección permiten la identificación interactiva de un componente del modelo, son por tanto esenciales para la edición.

- *Diseño de la interfaz de usuario.* Uno de los aspectos más importante del diseño de una herramienta CAD es la creación de una buena interfaz de usuario.

- *Bases de datos.* El soporte para almacenar la información del modelo, cuando se diseñen objetos de un cierto tamaño, sea una base de datos. El diseño de bases de datos para sistemas CAD plantea una serie de problemas específicos, por la naturaleza de la información y por las necesidades de cambio de la estructura con la propia dinámica del sistema.

- *Métodos numéricos.* Son la base de los métodos de cálculo y simulación.

1.6 - Evolución

El término Diseño asistido por ordenador fue acuñado por Douglas Ross y Dwight Baumann en 1959, y aparece por primera vez en 1960, en un anteproyecto del MIT, titulado 'Computer-Aided Design Project' [Ross93]. En aquella época ya se había comenzado a trabajar en la utilización de sistemas informáticos en el diseño, fundamentalmente de curvas y superficies. Estos trabajos se desarrollaron en la industria automovilística, naval y aeronáutica. Un problema crucial para esta industria era el diseño de superficies, que se resolvía, siempre que era factible instanciando curvas y superficies conocidas y fácilmente representables (círculos, rectas, cilindros, conos, etc.). Las partes que no podían ser diseñadas de este modo, como cascos de buques, fuselaje y alas de aviones o carrocerías de coches, seguían procesos más sofisticados.

El primer trabajo publicado relacionado con la utilización de representaciones paramétricas para curvas y superficies fue escrito por J. Fergusson en 1964 [Bézi93], quien exponía la utilización de curvas cúbicas y trozos bicúbicos. Su método se estaba usando en el diseño de alas y fuselajes en Boeing.

Previamente Paul de Castelju desarrollo, en torno a 1958, un método recursivo para el diseño de curvas y superficies basado en el uso de polinomios de Bernstein, en Citroën. Sus trabajos, no obstante no fueron publicados hasta 1974. Paralelamente, y de forma independiente Pierre Bézier, trabajando para Renault desarrollo la forma explícita del mismo método de diseño, que hoy se conoce como método de Bézier.

Uno de los hitos en el desarrollo del CAD fueron los trabajos de Ivan Sutherland quien realizó su tesis doctoral sobre desarrollo un sistema de diseño en el MIT en 1963 [Mann93]. El sistema permitía la definición y edición interactiva de elementos geométricos, que podían ser almacenados de forma concisa.

Por la misma fecha, y también en el MIT Steve Coons comenzó a desarrollar técnicas de diseño de superficies basadas en la descomposición en trozos [Barn93], que fueron aplicados al diseño de cascos de buques en 1964.

El modelado de sólidos tuvo un desarrollo más tardío. Tal vez, los primeros antecedentes sean los trabajos desarrollados por Coons en el MIT entre 1960 y 1965, que se centraron en la aplicación de métodos numéricos a sólidos creados por barrido.

Los primeros trabajos relacionados con el modelo de fronteras se desarrollaron en la Universidad de Cambridge (UK), a finales de la década de los sesenta. No obstante, el desarrollo del modelado de sólidos como disciplina, se debe en gran parte a los trabajos de Aristides Requicha y Herbert Voelcker en la Universidad de Rochester durante la década siguiente.

En 1974 Baumgart propuso la representación mediante aristas aladas (windged-edges) para B-rep, y propuso la utilización de operadores de Euler para editar la representación.

A finales de la década de los sesenta y principios de los setenta, se comenzaron a desarrollar modeladores de sólidos. Entre ellos cabe destacar EUCLID, desarrollado por J.M. Brun en Francia, PADL-1 de la Universidad de Rochester, Shapes del MIT, TIPS-1 desarrollado por Okino.

1.7 Bibliografía

Los contenidos de este tema son lo suficientemente generales como para que sean cubiertos por cualquier texto de CAD o Informática Gráfica, sin embargo, la confusión respecto a los términos y conceptos es muy grande. Entre los textos de CAD a un nivel general se puede consultar el texto de Massip, que aunque es un libro de divulgación sobre diseño industrial hace un planteamiento, a nuestro juicio, correcto y simple del proceso de diseño y del papel del ordenador en el diseño [Mass87].

El texto de Salmon hace una buena definición del CAD, clarificando perfectamente las diferencias con el dibujo asistido por ordenador [Salm87]. La visión de la estructura del sistema CAD se toma del capítulo de modelado geométrico del libro Mompín, en el que se presenta un esquema simple de funcionamiento [Brun8A]. El libro de Mompín es una monografía sobre CAD, compuesta por una serie de capítulos más o menos independientes, una buena parte de ellos se dedican a comentar aplicaciones concretas, entre las que cabe destacar: Circuitos impresos, Circuitos integrados, Circuitos electrónicos, Aeronáutica, Automóviles, Industria pesada, Diseño industrial, Ingeniería civil, Diseño arquitectónico e Industria textil.

El libro de Medland aborda el estudio del diseño y del CAD desde un punto de vista teórico.

Referencias

Brun86 Brunet P.: "Diseño gráfico y modelado geométrico". Mompín J. (Ed.): "Sistemas CAD/CAM/CAE. Diseño y fabricación por ordenador". Marcombo 1986.

Fole90 Foley J.D.; van Dam A.; Feiner S.K.; Hughes J.F.: "Computer Graphics. Theory and Practice". Addison-Wesley 1990.

Mass87 Massip R.F.: "Diseño industrial por computador". Marcombo 1987.

Salm87 Salmon R.; Slater M.: "Computer Graphics: Systems and Concepts". Addison-Wesley 1987

Ejercicios

1. Enumerar ventajas de la utilización de un sistema CAD frente al diseño convencional en los siguientes campos: diseño de carrocerías de coches, diseño de circuitos electrónicos, diseño de edificios, diseño de alumbrado público, diseño gráfico.

- 2.Describir, para cada una de las aplicaciones anteriores, los prototipos que se podrían utilizar y los ensayos que se pueden realizar con ellos. ¿Cuales se podrían sustituir por un proceso de simulación una vez automatizado el diseño?.
- 3.Justificar la necesidad de que la definición del modelo geométrico sea interactiva.
- 4.Proponer una representación interna para cada uno de los modelos geométricos de los sistemas CAD del ejercicio 1.
- 5.¿Que tipo de propiedades se podrían obtener de los modelos anteriores?.

Tema 2: CAD EN DOS DIMENSIONES

INICIACIÓN AL DISEÑO EN AUTOCAD

ÍNDICE

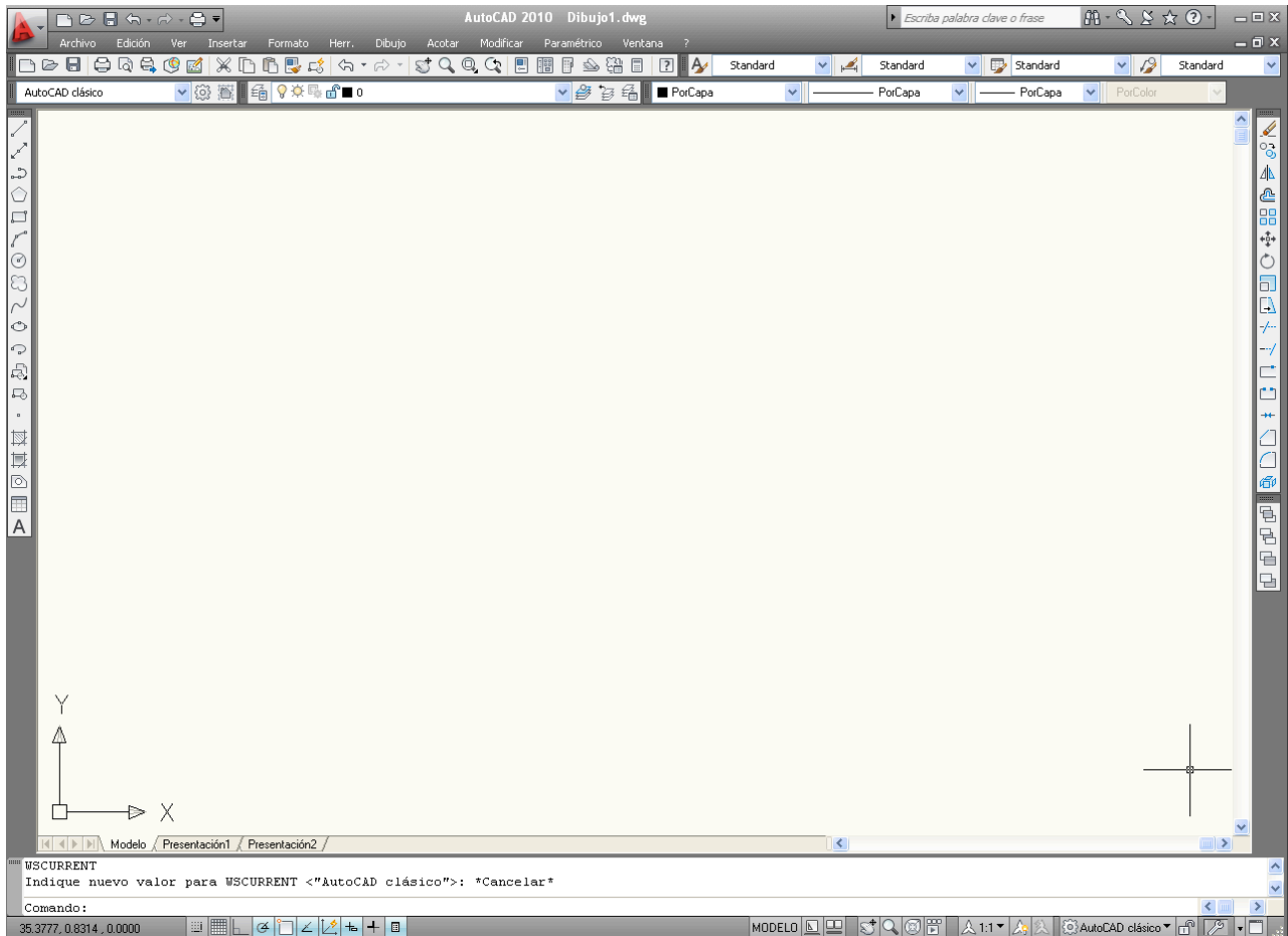
1. INTRODUCCIÓN.....	5
1. 1. El editor de dibujo.....	5
1. 2. Procedimiento para la entrada de órdenes	6
1. 3. Sistema de coordenadas	6
1. 4. Introduciendo Puntos en AutoCAD.....	7
1. 5. Comandos de Unidades, Límites, Rejilla, Forzcursor y Orto.....	8
2. ORDENES DE DIBUJO	11
2. 1. Orden punto.....	11
2. 2. Orden línea.....	12
2. 3. Orden círculo.....	12
2. 4. Orden arco.....	13
2. 5. Orden trazo.....	14
2. 6. Orden sólido	15
2. 7. Orden polilínea POL	15
2. 8. Orden arandela.....	16
2. 9. Orden elipse	17
2. 10. Tratamientos de textos.....	17
2. 11. Orden polígono	18
2. 12. Orden sombrea.....	18
3. ÓRDENES DE EDICIÓN.....	20
3. 1. Orden borra	20
3. 2. Orden recupera	20
3. 3. Orden desplaza	20
3. 4. Orden copia	20
3. 5. Orden gira	20
3. 6. Orden escala	21
3. 7. Orden simetría	21
3. 8. ORDEN ESTIRA.....	21
3. 9. Orden matriz.....	21
3. 10. Orden recorta.....	22

3. 11. Orden alargar	23
3. 12. Orden chaflan	23
3. 13. Orden empalme.....	24
3. 14. Orden descomponer.....	25
4. GESTOR DE CAPAS.....	25
4. 1. Orden capa	25
5. TRAZADO DE PLANOS	27

1. INTRODUCCIÓN

1.1. El editor de dibujo

Una vez entramos en AUTOCAD se visualiza en pantalla el EDITOR DE DIBUJO. Elegir la vista “AutoCAD clásico” en uno de los menús de la parte inferior derecha . Su formato de trabajo es mostrado en la figura y sobre él se presentan los dibujos a realizar.



Se divide en:

- ◆ Área gráfica: Ocupa la mayor parte de la pantalla y es el lugar donde se mostraran los dibujos.
- ◆ Área de mensajes y órdenes: Son líneas de texto donde aparece el PROMPT del editor: ORDEN; aquí se puede escribir directamente una orden apareciendo los mensajes, información y solicitud de parámetro de dicha orden.
- ◆ Área del menú de pantalla / barra menús: En la parte superior existe un extenso menú jerárquico con todas las órdenes de AUTOCAD. Además se informa de la capa actual, tipo de línea...

1. 2. Procedimiento para la entrada de órdenes

- ◆ Teclado: Tecleando específicamente la orden seguida de RETURN.
- ◆ Menú de pantalla: Desde el menú principal se puede acceder a los diferentes submenús. Por ejemplo las órdenes de dibujo se encuentran en el menú dibujo, los de acotación en “Acotar” las de edición en “Modificar” etc. (Se verán detenidamente)
- ◆ Menú de iconos: Existe un menú de botones a la izquierda de la pantalla que permite introducir una serie de órdenes de dibujo frecuentemente utilizados y a la derecha con las ordenes de modificación.

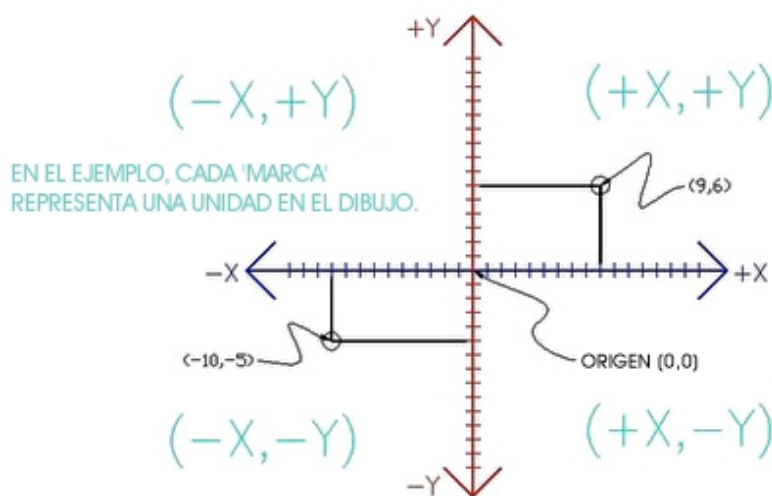
1. 3. Sistema de coordenadas

Autocad dispone de dos sistemas de coordenadas: El Sistema de Coordenadas Universal (SCU) y el Sistema de Coordenadas Personal (SCP).

- ◆ El sistema SCU, es un sistema fijo e inalterable donde se trabaja sobre el plano X – Y para dibujo en dos dimensiones y el eje Z perpendicular a dicho plano para dar cierta altura a las entidades de dibujo.
- ◆ El SCP permite definir un sistema de coordenadas, donde el punto de origen del plano X – Y y la orientación de los ejes del nuevo sistema sean los que se quieran dentro del espacio tridimensional SCU. (los 3 ejes des SCP deben ser perpendiculares entre sí para que el sistema sea cartesiano)

El sistema de coordenadas X-Y

Todo lo que se dibuja en AutoCAD es exacto. Incluso será más preciso de lo necesario. Todos los objetos dibujados sobre la pantalla están colocados en referencia a un sistema de coordenadas X, Y. El siguiente diagrama muestra cómo funciona este sistema.



A fin de trabajar eficientemente con AutoCAD, se realiza mediante este sistema. Habrá que familiarizarse y sentirse cómodo con este sistema para aprender AutoCAD.

Así es como funciona:

AutoCAD utiliza puntos para determinar dónde se localiza un objeto. Existe un punto de origen a partir del cual comienza a contar. Dicho punto es (0,0). Cada objeto está ubicado con relación al origen. Si se dibuja una línea horizontalmente hacia la derecha a partir del origen, esto se considera sobre el eje X positivo. Si se dibuja una línea vertical hacia arriba desde el mismo origen, está en el eje positivo Y. La imagen anterior muestra un punto situado en (9,6). Esto significa que el punto está 9 unidades en el eje X y 6 unidades en el eje Y. Cuando se trabaja con puntos, la coordenada en X siempre es la primera. El otro punto mostrado está en (-10,-5). Lo que significa que está a 10 unidades del origen, en el eje negativo X (izquierda), y a 5 unidades en el eje negativo Y (abajo).

Una línea posee dos puntos: un punto inicial y un punto final. AutoCAD trabaja con estos puntos para mostrar la línea en pantalla.

La mayor parte del tiempo no se dibuja con referencia directa al origen. Tal vez necesites, por ejemplo, dibujar una línea desde el punto final de una línea existente. Para hacerlo se usarán las coordenadas o puntos relativos. Funcionan de la misma manera, pero se debe agregar el símbolo @ para decirle a AutoCAD que este nuevo punto es relativo al último punto que se haya introducido.

1. 4. Introduciendo Puntos en AutoCAD

Se pueden introducir puntos directamente en la línea de comandos, utilizando alguno de los siguientes tres métodos. Saber cuál método usar dependerá de lo bien que éste se adapte a la situación específica. Los tres métodos son los siguientes:

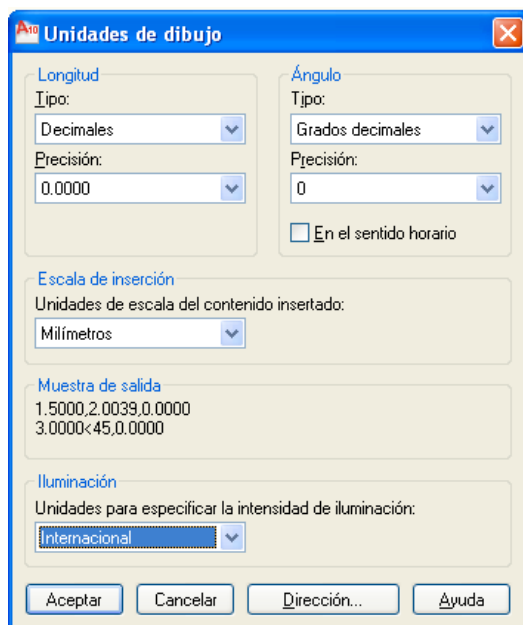
- ◆ COORDENADAS ABSOLUTAS - Usando este método, se introducen puntos referidos al origen. Para introducir un punto, sólo teclee las coordenadas X, Y.
- ◆ COORDENADAS RELATIVAS - Permite introducir puntos en referencia al punto previo que se haya introducido. Después de especificar un punto, el siguiente debe ser tecleado con la forma @X, Y. Esto quiere decir que AutoCAD dibujará una línea desde el primer punto que se indicó hasta otro punto que se encuentra X unidades horizontalmente e Y unidades verticalmente, relativas (como ya se dijo), al punto previo.
- ◆ COORDENADAS POLARES - Este método se usa cuando se debe dibujar una línea, de la cual conoce su longitud y ángulo (inclinación). Se introduce en la forma @D<A. Donde D es la Distancia y A es el Ángulo. Ejemplo: @10<90 dibujará una línea a 10 unidades de distancia justo por arriba del punto previo.

Los tres métodos para introducir coordenadas que se han mostrado son la ÚNICA manera en que AutoCAD aceptará la introducción de puntos. Primero se decidirá qué estilo se necesita usar, y después aplicarlo como se ha mostrado. Cualquier error u omisión durante la escritura dará resultados indeseados.

1. 5. Comandos de Unidades, Límites, Rejilla, Forzcursor y Orto

UNIDADES

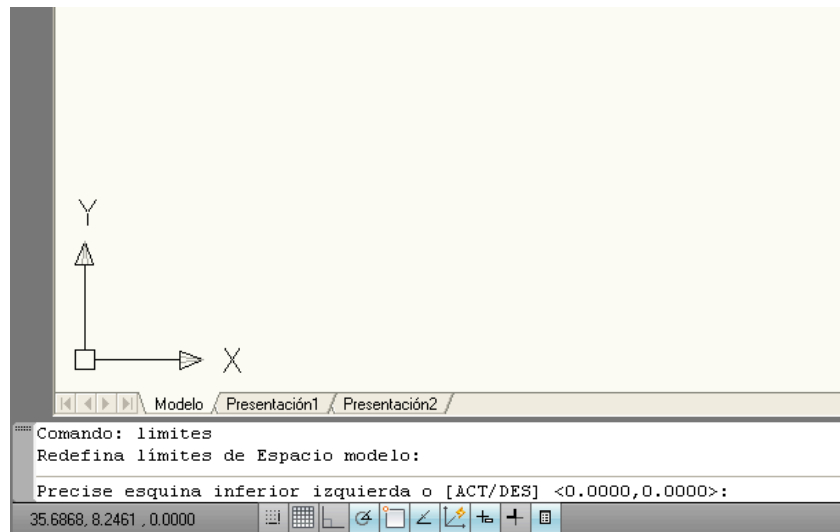
Se accede con el comando “unidades” o desde el menú “Formato-Unidades”. Visualiza un cuadro de diálogo para especificaciones del formato de unidades.



Aquí podremos especificar qué unidad vamos a utilizar en cada magnitud.

LÍMITES

Antes de comenzar a dibujar, se deberá delimitar la zona de dibujo. Ello se hará mediante el comando LÍMITES. Al introducirlo, se deberá decir qué distancias en X y en Y queremos que formen ese área. Así se podrán dar valores como, por ejemplo, las medidas de formatos (A4, A3, A2...).



- ◆ Esquina inferior izquierda: opción por omisión, pide el valor del límite de la esquina inferior izquierda. Después de introducirlo (por coordenadas o punto señalado) Autocad pregunta:

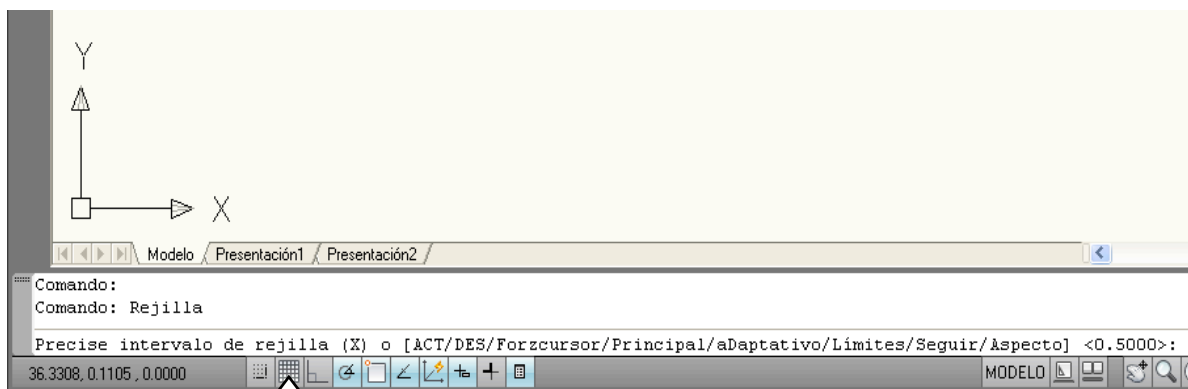
Esquina superior derecha <actual>

- ◆ ACT: Activa los límites con esta opción y Autocad no permite el dibujo fuera de los límites.
- ◆ DES: Desactiva la opción anterior.

Ejercicio 1: Configurar y activar los límites de un formato A4 orientado horizontalmente, es decir de 297 mm de ancho por 210 mm de alto definido sobre el origen en la esquina inferior izquierda.

REJILLA

Además, existe la opción de que en el área gráfica aparezca una cuadrícula que puede facilitar el dibujo. Esta cuadrícula corresponde al comando REJILLA. Al introducirlo se podrá activar o desactivar e, incluso, dar valores de medidas X e Y para personalizarla según interese. De esta forma, se pueden activar rejillas de infinidad de tamaños.



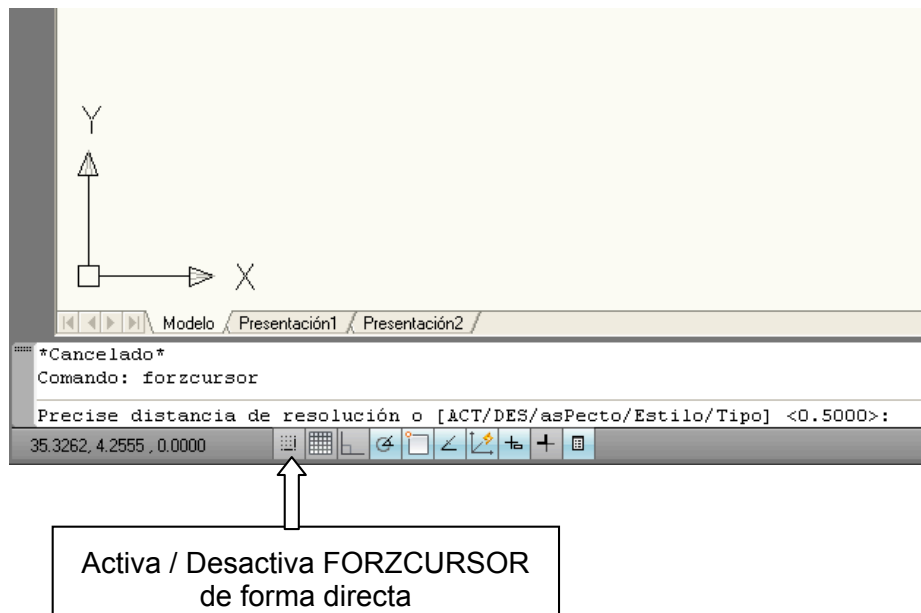
Activación / desactivación
directa de la orden REJILLA

- ◆ ACT: Activa la rejilla visualizándola
- ◆ DES: La desactiva
- ◆ ASP: Opción aspecto. Permite modificar la resolución de la malla

Ejercicio 2: Configurar y activar una rejilla de 10 mm de resolución vertical y horizontal. Indicar que se muestre sólo en la zona definida por los límites del dibujo (opción L).

FORZCURSOR

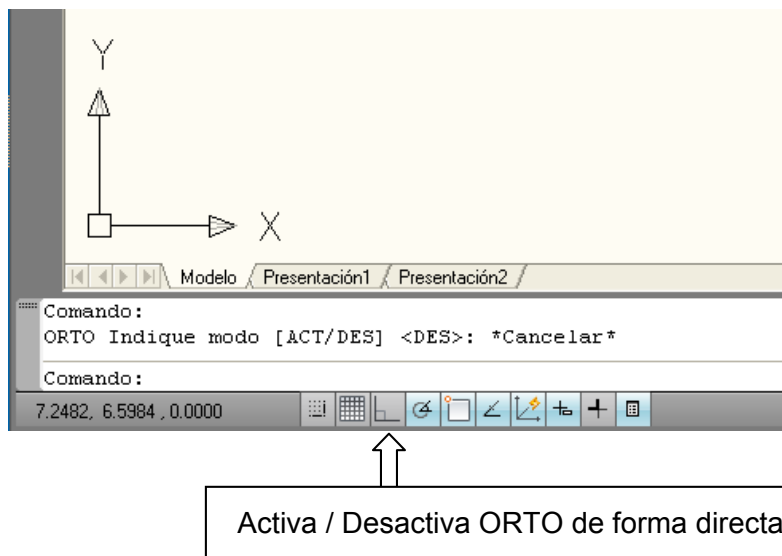
Permite forzar las coordenadas. Dicho de otra forma: obliga a que indicando un punto en pantalla con el dispositivo señalizado (ratón) se tomen como coordenadas para este punto la rejilla.



Ejercicio 3: Configurar y activar forzcursor con 1 mm de resolución. Comprobar su funcionamiento

ORTO

Esta orden permite que la generación de todas las líneas que se dibujan sean ortogonales entre sí. Esta condición de perpendicularidad será respecto a la REJILLA y al FORZCURSOR.

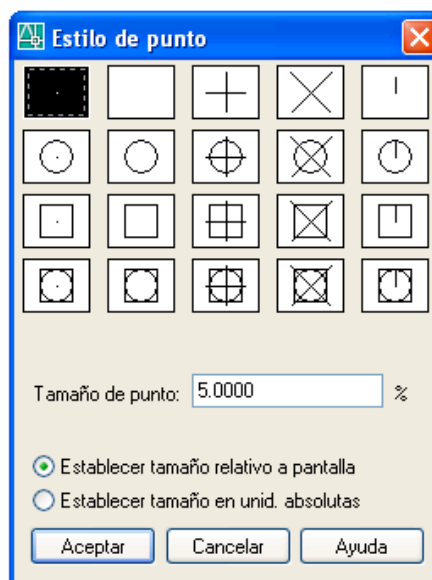


2. ORDENES DE DIBUJO

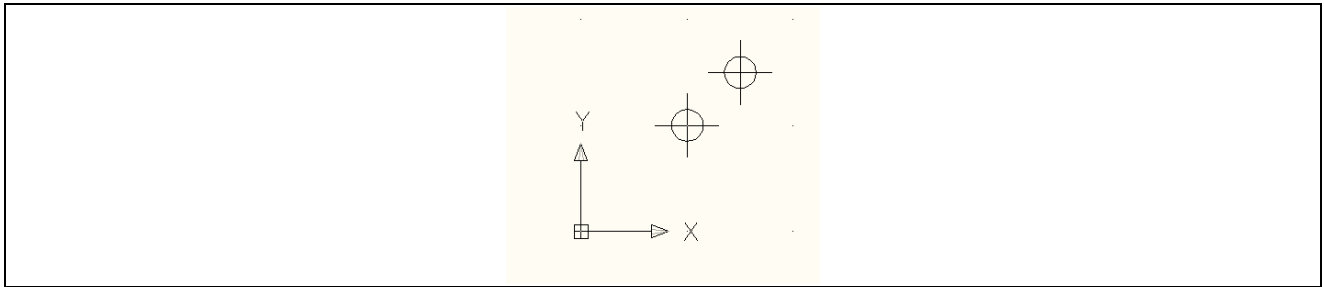
Autocad posee un gran número de comandos. Los siguientes son los comandos más comunes. Cuando se combinen estos comandos básicos con los comandos de edición, será posible hacer dibujos detallados rápidamente. Se pueden teclear las órdenes o seleccionarlal desde el menú de “dibujar” situado en el margen izquierdo de la pantalla-

2. 1. Orden punto

Puede ocurrir que nos sea necesario introducir puntos de referencia en el dibujo. Este punto puede ser representado de diversas formas para poder señalar su posición. Para hacer esto introduciremos la orden “Tipo de punto” en el menú de pantalla (formato – tipo de punto).



Ejercicio 4: Configurar el estilo del punto con el símbolo $\oplus$ de tamaño 3 en unidades absolutas. Insertar un punto en el origen y otro en coordenadas absolutas (10,10). Insertar otro en coordenadas relativas respecto del último punto (@5,5). Posicionar un punto con el uso de ratón. El dibujo queda como en la figura adjunta. Notar que sólo es posible situarlo sobre las posiciones de la rejilla. Desactivar Forzcursor y situar un punto en cualquier posición de la pantalla.



2. 2. Orden línea

Esta orden permite dibujar líneas. Se deben especificar el punto inicial y el punto final. Es posible hacer secuencias de líneas, de forma que el final de una puede ser el principio de otra.

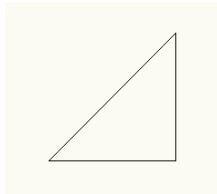
CERRAR UNA LÍNEA

Esta orden se da cuando queremos cerrar una sucesión de líneas para formar un polígono. Esta orden responde con una C y pulsando INTRO posteriormente.

DESHACER UNA LÍNEA

En una sucesión de líneas, es posible eliminar la última sin tener que interrumpir la orden. Para ello, pulsaremos H e INTRO. Si se introdujera esta orden continuamente, eliminaríamos toda la secuencia.

Ejercicio 5: Trazar un triángulo rectángulo de catetos de longitud 10 mm. con vértice en (20,20). Notar que ocurre si se activa la opción ORTO. El dibujo resultante es el siguiente:

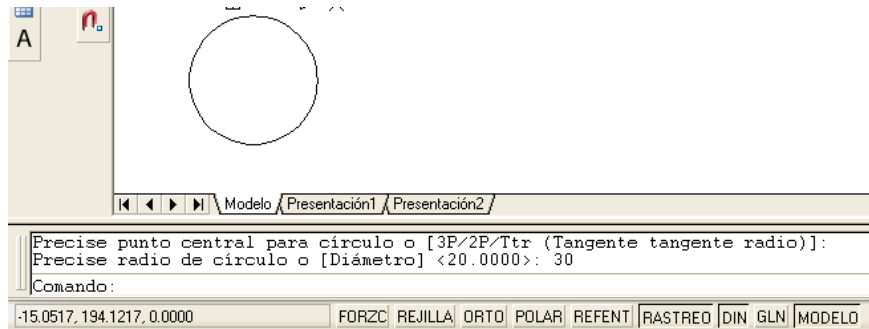


2. 3. Orden círculo

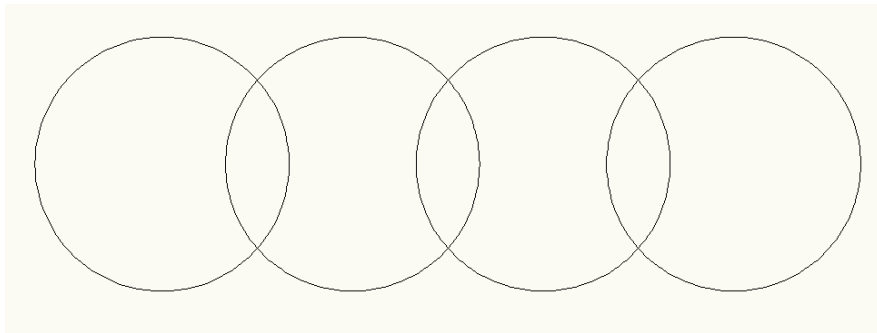
Esta orden permite dibujar círculos mediante cinco distintos procedimientos:

- ◆ *Centro y Radio (CEN, RAD)*: Se introducen los datos del centro del círculo y su radio. Es la opción por defecto.
- ◆ *Centro y diámetro (CEN, DIA)*: Es equivalente al método anterior, sin embargo, deberemos especificar que se trata de un diámetro introduciendo D después de introducir el centro.
- ◆ *Círculo definido por dos puntos (2P)*: Por dos puntos pueden pasar infinitos círculos pero esta orden se refiere solamente a los extremos de un diámetro.

- ◆ *Círculo definido por tres puntos (3P):* Por tres puntos solamente pasa un círculo por lo que, introduciendo estos puntos, la podremos dibujar.
- ◆ *Círculo definido por dos tangencias y un radio (TTR):* Con esta orden se dibujan círculos tangentes a dos objetos con un radio determinado. Para ello, basta con señalar estos dos objetos o puntos en pantalla.



Ejercicio 6: Trazar cuatro círculos secantes de radio 10 mm alineados horizontalmente con centro del primero en (50,20) y el de cada uno de los otros 15 mm más a la derecha (@15,0). Utilizar algunos de los procedimientos propuestos. Se obtendrá un dibujo como el de la figura siguiente:

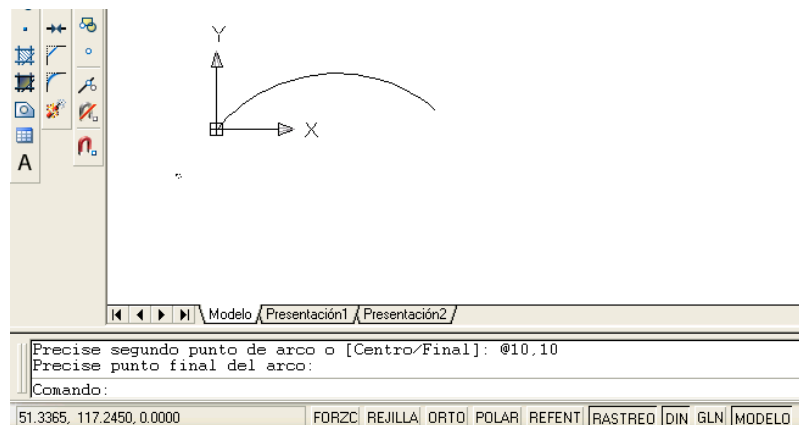


2. 4. Orden arco

Existen diversos métodos por los que se pueden dibujar arcos de circunferencia. Según la orden existen varias formas distintas:

- ◆ *Tres puntos:* Con esta orden se solicitan tres puntos distintos, el primero corresponde al inicial del arco y el tercero al último.
- ◆ *Punto inicial, Centro, punto Final (ICF):* Se pedirán tres puntos al igual que el procedimiento anterior pero, en cambio, el segundo punto corresponde al centro C y el tercer punto se introducirá para dar un ángulo al arco.
- ◆ *Punto inicial, Centro, Ángulo incluido (ICA):* Esta orden es similar a la anterior, sin embargo, el punto final será un ángulo. De esta forma tendremos un punto inicial Pi, un centro C y un ángulo A.

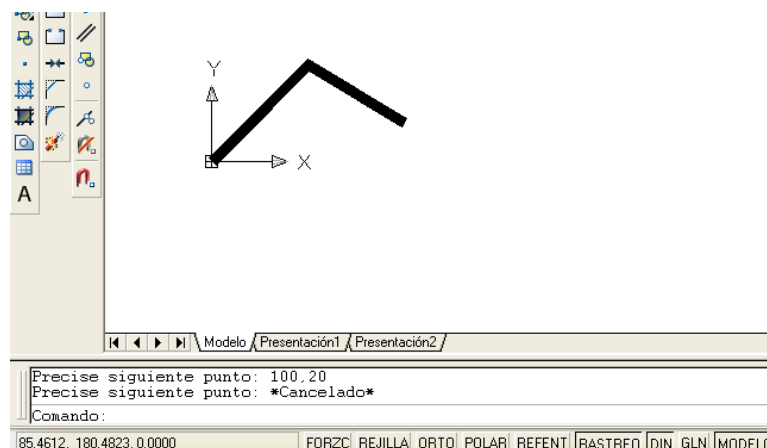
- ◆ *Punto inicial, Centro, Longitud de cuerda (ICL)*: Para una misma cuerda pueden haber dos arcos diferentes pero esta orden solo dibujará la más pequeña a no ser que se especifique un valor negativo en el ángulo. Esto quiere decir que el punto final corresponderá a la longitud de la cuerda L.
- ◆ *Punto inicial, punto Final, Angulo (IFA)*: En este caso se darán los valores del punto inicial Pi, punto final F y ángulo de la cuerda A.
- ◆ *Punto inicial, punto Final, Radio (IFR)*: En Autocad, con estos datos se pueden obtener dos arcos distintos. Estas soluciones son dos arcos que sumados dan 360 grados determinados por el signo del radio R (positivo o negativo).



Ejercicio 7: Trazar un arco semicircular cuyo diámetro sea la hipotenusa del triángulo trazado en el ejercicio 5 y con puntos inicial y final coincidente con los vértices de los ángulos agudos del triángulo.

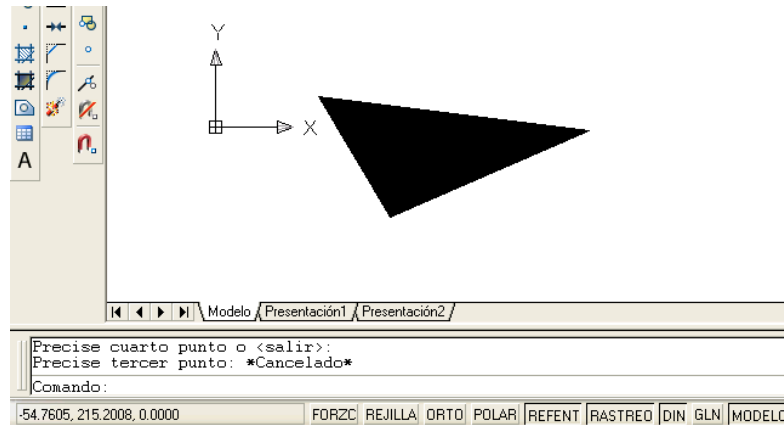
2. 5. Orden trazo

Es posible realizar líneas con un determinado grosor, a esto le denominamos trazos. Para hacerlo solo tendremos que dar la orden TRAZO, especificar el grosor que deseamos e ir introduciendo puntos para crear trazos uno tras otro.



2. 6. Orden sólido

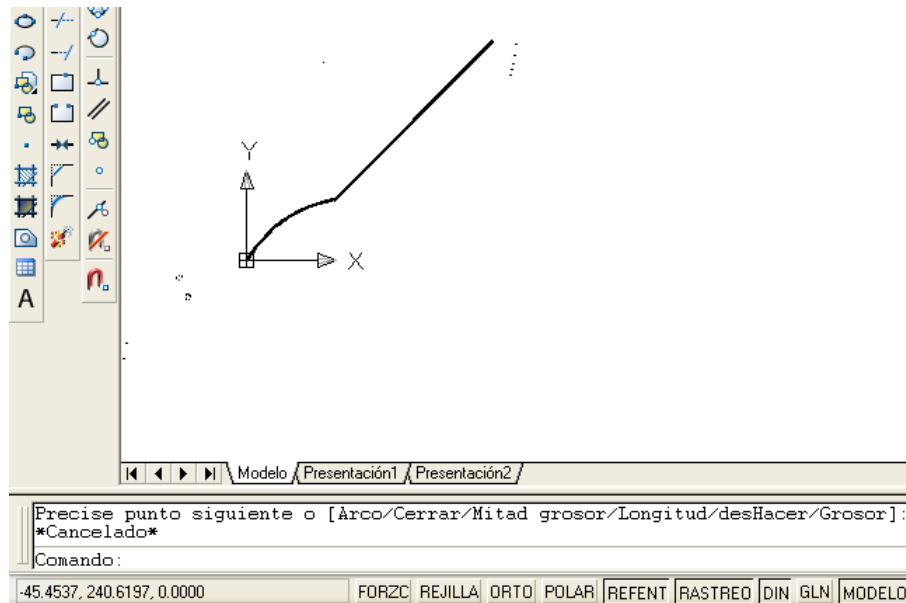
Permite rellenar zonas especificadas por los puntos a introducir para crear cuerpos sólidos. Por ejemplo, de este modo podremos rellenar polígonos solamente especificando sus vértices.



2. 7. Orden polilínea POL

La orden polilínea combina la orden línea y la orden arco en una sola. De esta forma podemos hacer líneas en el final de un arco y viceversa con solo introducir puntos. Además existen una serie de opciones que son las siguientes:

- ◆ Grosor G: Permite dar un grosor a la polilínea especificando el grosor actual. Puede ser variable o fijo.
- ◆ Mitad grosor M: Esta opción es igual a la anterior lo único es que se le da un valor de grosor medio, es decir, desde la línea imaginaria al extremo.
- ◆ Deshacer H: Esta opción nos permite ir eliminando parte de la polilínea sin tener que eliminar toda la orden de forma que, si la repetimos constantemente, llegaría el momento en el que nos encontraríamos en el primer punto.
- ◆ Opción cierra C: Dibuja un tramos de unión entre el punto inicial y final de la polilínea.
- ◆ Opción longitud L: Define la continuación del último tramo de la polilínea en curso con un segmento de línea recta. Se tomará la dirección y el ángulo anterior.
- ◆ Opción arco A: (ver función ARCO).

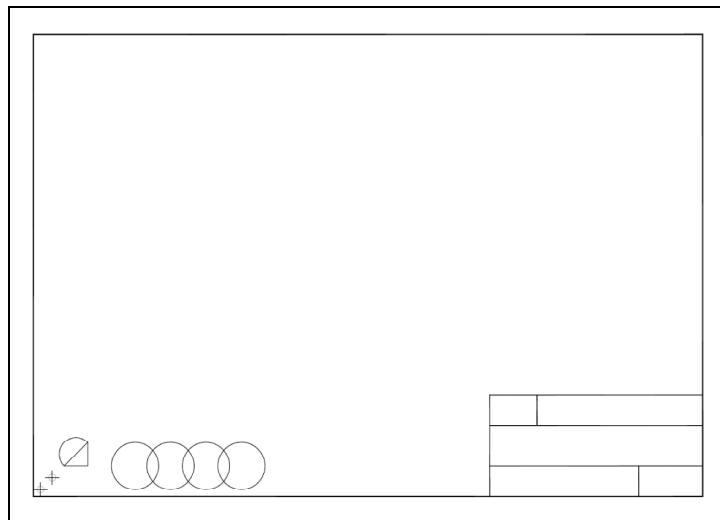


Ejercicio 8: Dibujar los bordes y el cajetín del formato de dibujo:

BORDES: Polilínea de 0.5 mm de grosor a 7 mm de los límites del dibujo.

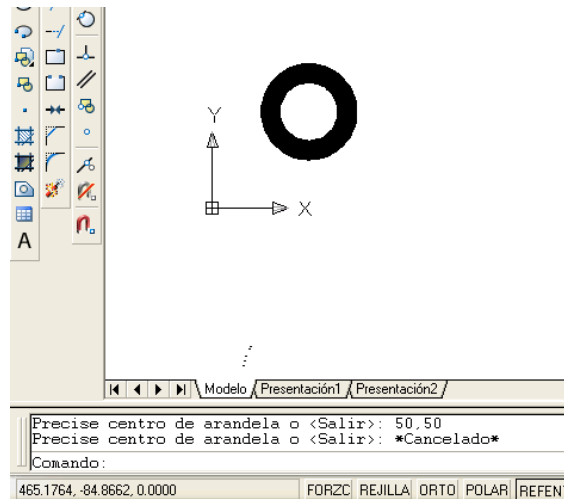
CAJETÍN: Polilíneas de 0,3 mm de grosor. Esquina superior izquierda en el punto 200, 50. Fila superior e inferior de 13 mm de altura. Primera celda (superior izquierda) de 20 mm anchura. Última celda (inferior derecha) de 27 mm de anchura.

El dibujo actual se debe ajustar al de la siguiente figura:



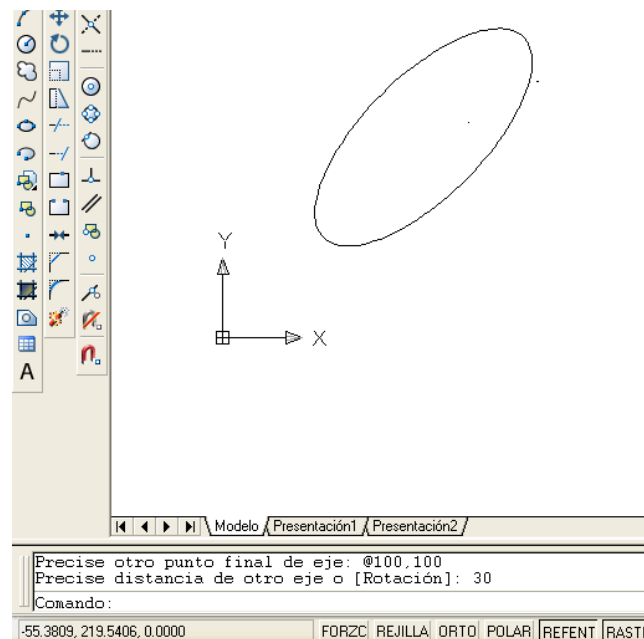
2. 8. Orden arandela

Esta orden permite dibujar círculos y arcos rellenos. La diferencia entre el diámetro exterior y el diámetro interior queda rellena.



2. 9. Orden elipse

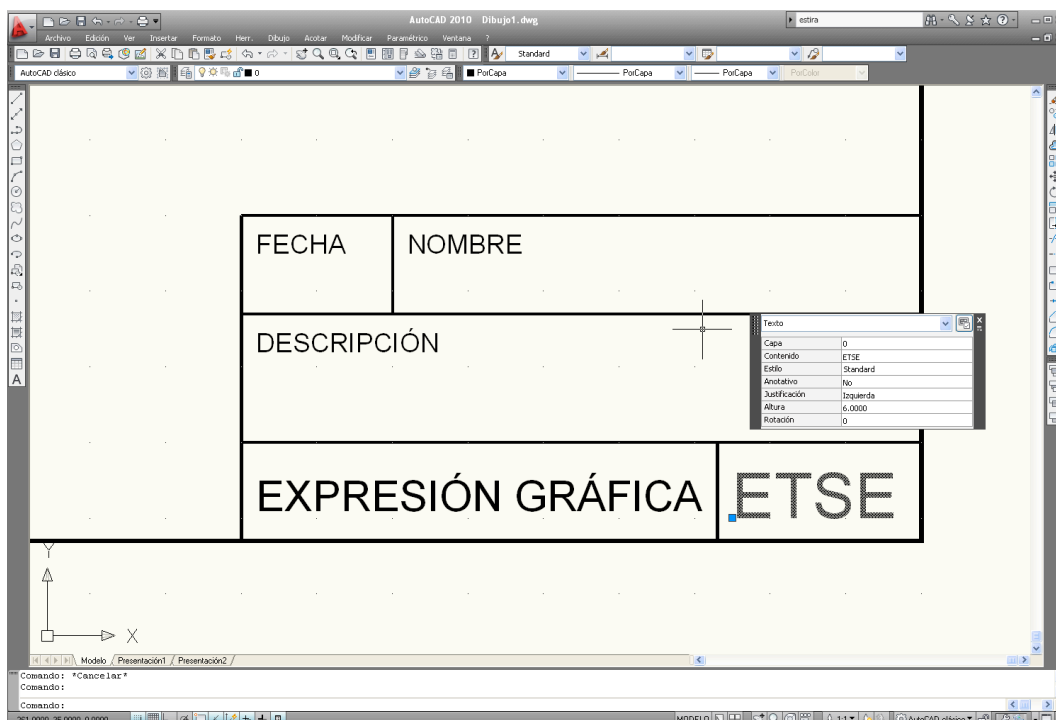
Esta orden permite crear una polilínea en forma de elipse. Para ello, especificaremos los puntos del eje menor de la elipse y la distancia del eje mayor.



2. 10. Tratamientos de textos

Autocad puede introducir textos en los dibujos. Esta orden reconoce el comando TEXTO. Permite marcar la posición inicial del texto en el dibujo, establecer un ajuste más preciso del texto en cuanto su orientación y posición, y establecer el estilo del texto actual. Al introducir la orden TEXTO se solicita un punto. Si se determina se creará un texto que irá desde ese punto hacia la derecha. Posteriormente se introducirá la

altura y rotación del texto. Una vez escrito se puede modificar los principales parámetros del texto pulsando el botón izquierdo del ratón.



Ejercicio 9: Dibujar los textos del cajetín como en la figura anterior. La altura de los textos de las dos primeras filas es de 2.5 mm, la fila inferior izquierda de 4 mm y la derecha de 6 mm

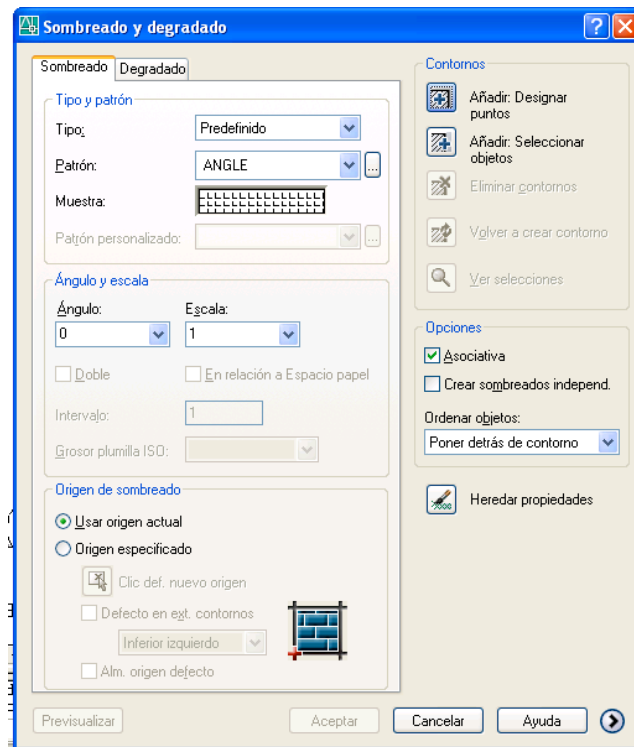
2. 11. Orden polígono

La orden polígono permite dibujar automáticamente una polilínea cerrada correspondiente a un polígono regular del número de lados que se indiquen

2. 12. Orden sombrea

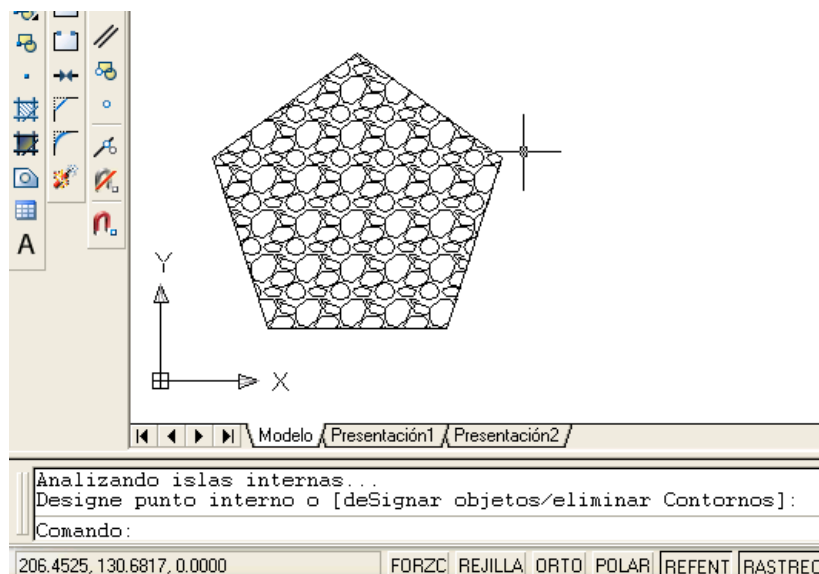
Esta orden sirve para dar un tipo de rayado a un área determinada. Para hacer esto, deberemos introducir SOMBREA y nos aparecerá un cuadro de diálogo como el siguiente. En este cuadro podremos especificar el tipo de rayado que deseamos, el ángulo de inclinación que deseamos y su tamaño (escala). Podremos tener una visualización de cada uno haciendo doble clic en muestra. Una vez hecho esto, se seleccionará la superficie a rayar mediante dos modos distintos:

- ◆ Designando puntos: Se hará clic sobre el área y Autocad la delimitará automáticamente por las aristas que la formen.
- ◆ Seleccionando objetos: Se irán seleccionando los objetos que encierren el espacio para que quede rayado su interior.



También podemos utilizar una degradación de uno o dos colores en lugar de realizar un sombreado. Esto se podrá hacer dentro de la pestaña Degradado y seleccionando el/los color/es a utilizar y el tipo de degradado.

Ejercicio 10: Dibujar un pentágono inscrito en una circunferencia de radio 30 con centro en (50,100) con un sombreado como el que aparece en la figura siguiente (patrón gravel, escala 10).



3. ÓRDENES DE EDICIÓN

Se pueden teclear las órdenes o seleccionarlás desde el menú de “modificar” situado en el margen derecho de la pantalla.

3. 1. Orden borra

Se utiliza para eliminar cualquier objeto o conjunto de objetos. Para ello los seleccionaremos y, posteriormente, pulsaremos INTRO

3. 2. Orden recupera

Anula los efectos de la orden BORRA recuperando los objetos borrados. Se puede recuperar en cualquier momento los objetos eliminados. Sin embargo, no se podrá seguir recuperando cuando ya se ha ejecutado una orden BORRA anteriormente.

3. 3. Orden desplaza

Es posible mover el dibujo mediante la indicación de un vector de desplazamiento. Se introducirá el punto a desplazar (punto base) y después el punto donde va a ser desplazado (segundo punto).

3. 4. Orden copia

Permite copiar los objetos designados y los reproduce en igual tamaño y orientación. Se puede hacer una copia unitaria o una copia múltiple:

- *Copia unitaria:* Se designa el objeto a copiar, se establece un punto base y luego se introduce el punto a donde va a ser copiado.
- *Copia múltiple:* Se designa el objeto, se establece un punto base y se van asignando tantos puntos secundarios como copias del objeto queramos.

3. 5. Orden gira

Permite el giro de objetos designados.

- *Ángulo de rotación:* Gira los objetos designados un ángulo determinado desde su posición original, tomando como centro el punto base.

- *Referencia:* Mediante la opción referencia se puede girar los objetos designados proporcionando un ángulo de referencia y un ángulo final, sin necesidad de conocer el ángulo de giro entre estas dos opciones.

3. 6. Orden escala

Con esta orden se puede modificar el tamaño de los objetos designados. En las escalas los factores serán mayores de 1 si se quiere aumentar el tamaño y entre 0 y 1 si se quiere reducir, esto se denomina el factor escala.

- *Referencia:* Esta opción permite hacer escalas como 1:2, o 2:1 o 1:5... Sin embargo, hay que indicar la proporción al revés. Esto quiere decir que si queremos reducir su tamaño a la mitad (1:2), se tendrá que introducir una proporción de 2:1. También es posible introducir la longitud de dos puntos de referencia del dibujo original y darle el valor que se quiere posteriormente.

3. 7. Orden simetría

Permite obtener simetrías entre uno o varios objetos designados respecto a un eje de simetría. Para ello se deberán introducir los puntos del eje de simetría. Después de esto podremos eliminar el objeto origen o dejarlo tal y como está.

3. 8. ORDEN ESTIRA

Permite alargar o desplazar los objetos designados. Para ello, se designará el objeto u objetos mediante una captura C. Después, se introducirán dos puntos, colocados al azar en el plano, donde la distancia entre ellos permitirá obtener el valor para alargar o acortar lo designado.

3. 9. Orden matriz

Con esta orden se pueden crear conjuntos de filas y columnas cuyos objetos son copia de un original. Para ello, existen dos procedimientos

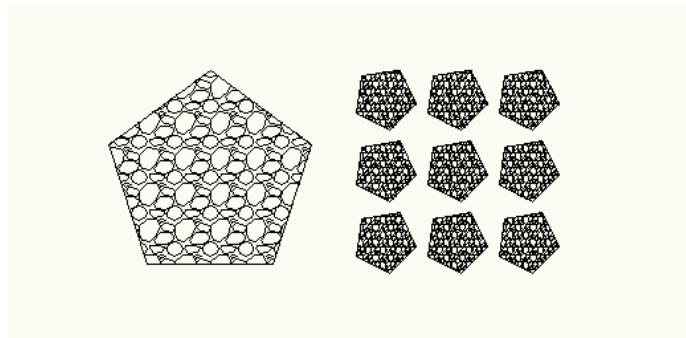
Matriz rectangular: Mediante la opción Rectangular se obtendrá una copia de los objetos designados organizados en filas y columnas. Esta matriz se creará a partir del objeto original hacia la derecha y arriba (se deberán introducir valores negativos si queremos hacer una matriz hacia otras direcciones). Después de esto, se deberá indicar la distancia entre filas y columnas que podrá ser mediante dos formas:

Casilla: Determina una casilla introduciendo sus vértices opuestos de forma que el objeto quedará encerrada en ella.

Numéricamente: Introduciendo numéricamente las distancias que separarán las filas y columnas. Además se podrá dar una inclinación mediante la opción Rotación.

Matriz Polar: Este tipo de matriz crea un número determinado de copias a lo largo de un arco de circunferencia que pueden ser trasladadas o giradas. Para ello, se deberán designar los objetos y una vez hecho esto introduciremos el número de elementos que va a tener la matriz. Después, introduciremos el valor angular utilizado, si es negativo, la distribución de los objetos irá en el sentido de las agujas del reloj. Finalmente, se podrán girar los objetos a medida que se copian tomando como referencia el centro de la matriz.

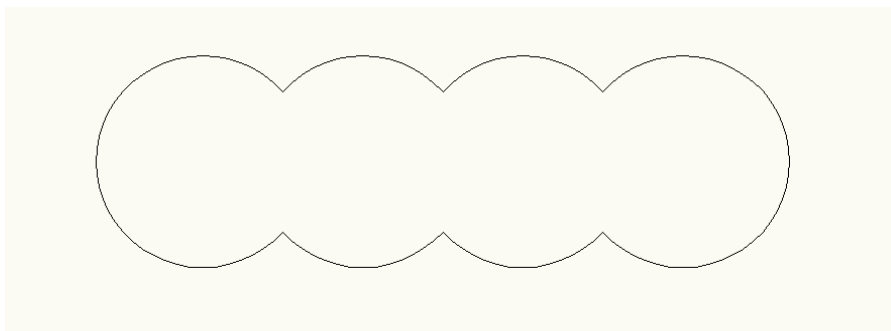
Ejercicio 11: Construir una matriz de 3 filas y 3 columnas con 20 mm de desplazamiento entre filas y columnas a partir del dibujo del pentágono sombreado girando previamente 45° y escalando con factor 0.3. Situarla a la derecha del pentágono origen según se indica en la siguiente figura.



3. 10. Orden recorta

Permite borrar partes de objetos por medio de otros existentes. Para ello, se designarán los objetos a recortar como aquellos que harán como aristas de corte. Después, se seleccionarán las partes sobrantes borrando solamente lo que se encuentre entre dos intersecciones de aristas.

Ejercicio 11: Recortar los arcos internos del dibujo del ejercicio 6. Debe quedar como el la siguiente figura:

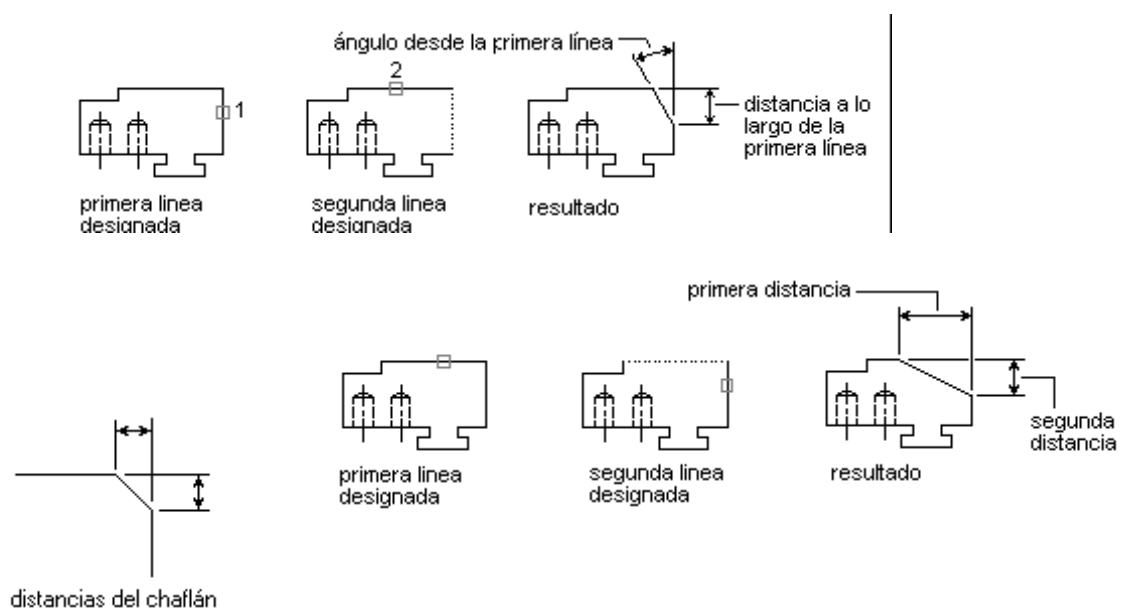


3. 11. Orden alargar

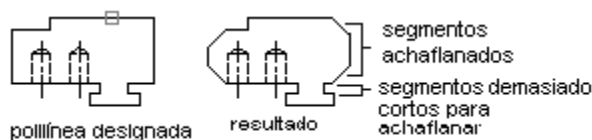
Permite alargar un objeto hasta el límite marcado por otro, es decir, es una orden similar pero contraria a la anterior. Para hacer esto se designarán tanto el objeto a alargar como aquel que actúa como límite. Después, se seleccionará el objetos a alargar para que su extremo continúe con su dirección hasta cortar el otro.

3. 12. Orden chaflán

Bisela las aristas de los objetos. El proceso de achaflanado conecta dos objetos no paralelos, ya sea mediante su extensión o recorte, con el propósito de intersecarlos o unirlos a una línea biselada. Es posible achaflanar líneas, polilíneas, líneas auxiliares y rayos. El método ángulo le permite precisar la longitud del chaflán y el ángulo que forma con la primera línea. Si los dos objetos que se van a achaflanar están en la misma capa, AutoCAD crea el chaflán en esa capa. En caso contrario, AutoCAD crea la línea de chaflán en la capa actual. Lo anterior es igualmente válido para el color, el tipo de línea y el peso de línea. Con el método distancia podemos precisar en qué medida deben recortarse o alargarse las líneas.

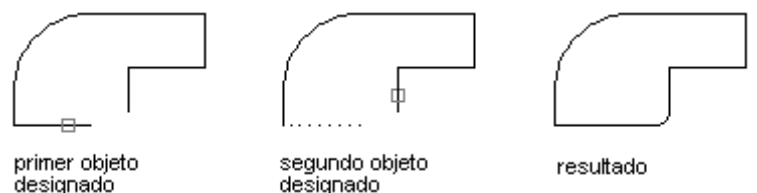
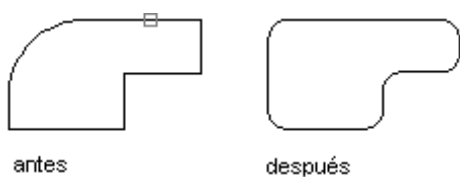


El método ángulo permite precisar la longitud del chaflán y el ángulo que forma con la primera línea. Se puede achaflanar toda una polilínea de modo que cada intersección figure achaflanada. Al achaflanar toda una polilínea, AutoCAD tan sólo achaflana los segmentos que sean lo suficientemente largos para dar cabida a la distancia del chaflán. Los chaflanes añadidos a una polilínea se convierten en nuevos segmentos de dicha polilínea, aunque la distancia del chaflán sea igual a cero.

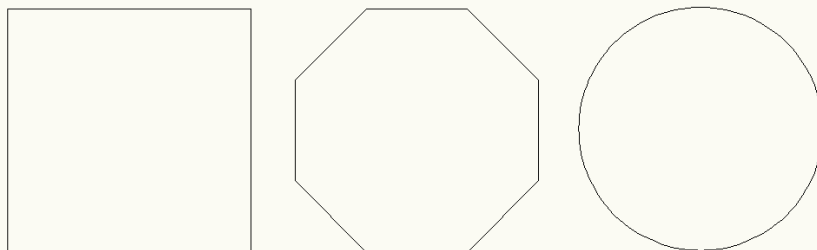


3. 13. Orden empalme

Redondea o empalma las aristas de dos arcos, círculos, arcos elípticos, líneas, polilíneas, rayos, splines o líneas externas con un arco de un radio especificado. También podemos redondear o empalmar las aristas de los sólidos 3D. Si los dos objetos que se van a empalmar están en la misma capa, AutoCAD crea el empalme en esa capa. En caso contrario, AutoCAD crea una línea de empalme en la capa actual. Esto es igualmente cierto para el color, peso de línea y tipo de línea del empalme.



Ejercicio 12: Dibujar un cuadrado como polígono de cuatro lados con centro en (180,100) inscrito en una circunferencia de radio 24.14. Copiarla dos veces a 40 mm y 80 mm a la derecha. Utilizar CHAFAN en el segundo cuadrado para obtener un octógono regular utilizando una distancia de recorte de 10 mm. Utilizar EMPALME en el tercer cuadrado para convertirlo en un círculo configurando modo recorte con radio (RA) de 17.06 mm. Debe quedar como en la figura siguiente.



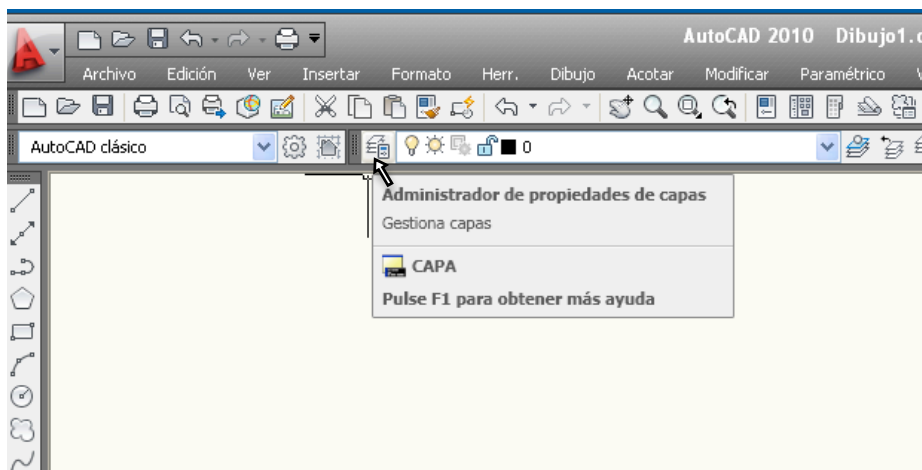
3. 14. Orden descomponer

Objeto	Resultado
Todos los objetos divisibles	Genera una geometría de objetos que puede parecer la misma, pero el color, el tipo y el peso de línea del objeto pueden variar.
Bloque	Suprime los niveles de agrupación uno a uno. Si un bloque contiene una polilínea o un bloque anidado, al descomponer el bloque éstos quedan expuestos y también deben descomponerse para exponer sus objetos individuales. Los bloques con escalas X, Y y Z iguales se dividen en sus objetos componentes. Los bloques con escalas X, Y y Z distintas (bloques escalados de manera no uniforme) pueden dar resultados inesperados al descomponerse. Cuando bloques escalados de manera no uniforme contienen objetos que no se pueden descomponer, se reúnen en un bloque anónimo (al que se le asigna el prefijo "*E") al que se hace referencia mediante la escala no uniforme. Si ninguno de los objetos de dicho bloque puede descomponerse, la referencia de bloque seleccionada no se descompondrá. Las entidades cuerpo, sólido 3D y región de un bloque escalado de manera no uniforme no puede descomponerse. Al descomponer un bloque con atributos se suprimen los valores de atributo y vuelven a aparecer las definiciones de atributo. Los bloques insertados con INSERTM, las referencias externas y sus bloques dependientes no pueden descomponerse.
Polilíneas 2D	Ignora cualquier dato asociado de anchura y tangencia.
Polilínea gruesa	Sitúa las líneas y arcos resultantes a lo largo del centro de la polilínea. AutoCAD ignora cualquier dato asociado de anchura y tangencia.
Polilínea 3D	Se descompone en segmentos de línea. Cualquier tipo de línea asignado a la polilínea 3D se aplica a cada segmento de línea resultante.
Directrices	Descompone en líneas, splines, sólidos (extremos de cotas), inserciones de bloques (extremos de cotas, bloques de anotación), textoM u objetos de tolerancia, según la directriz.
TextoM	Descompone en entidades de texto.
Línea múltiple	Descompone en líneas y arcos.
Sólido 3D	Descompone superficies planas en regiones. Las superficies no planas se descomponen en cuerpos.
Región	Se descompone en líneas, arcos o curvas spline.
Cuerpo	Se descompone en cuerpos de una sola superficie (superficies no planas), regiones o curvas.
Malla policara	Descompone mallas de un solo vértice en un objeto de punto. Las mallas de dos vértices se descomponen en una línea. Las mallas de tres vértices se descomponen en caras 3D.
Círculo incluido en un bloque escalado no uniformemente	Descompone en elipses un círculo incluido en un bloque escalado de manera no uniforme
Arco incluido en un bloque escalado no uniformemente	Descompone en arcos elípticos un arco incluido en un bloque escalado de manera no uniforme.

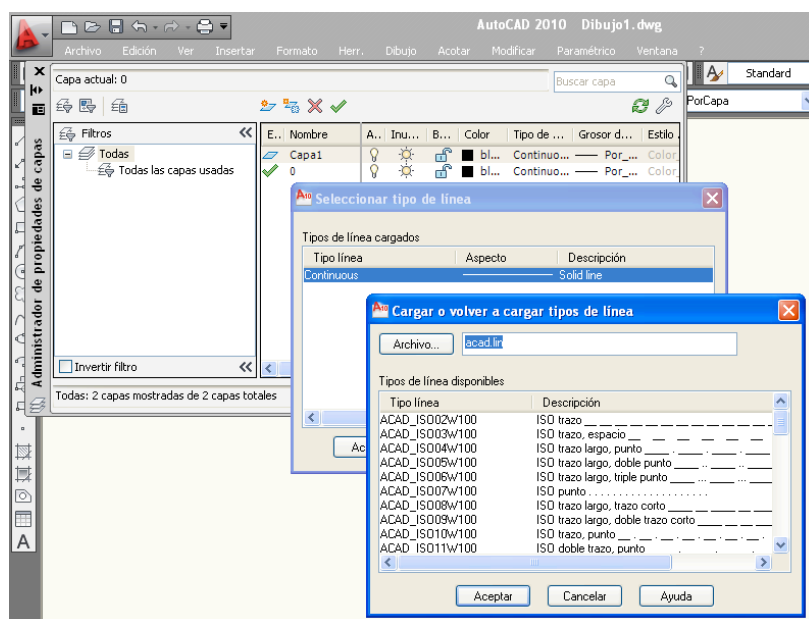
4. GESTOR DE CAPAS

4. 1. Orden capa

Las capas nos permiten dividir el dibujo por fases (acotación, cortes, comentarios...) donde se podrá ver las capas en conjunto o solamente alguna de ellas. Para ello primero se deberá seleccionar el administrador de propiedades de capas.

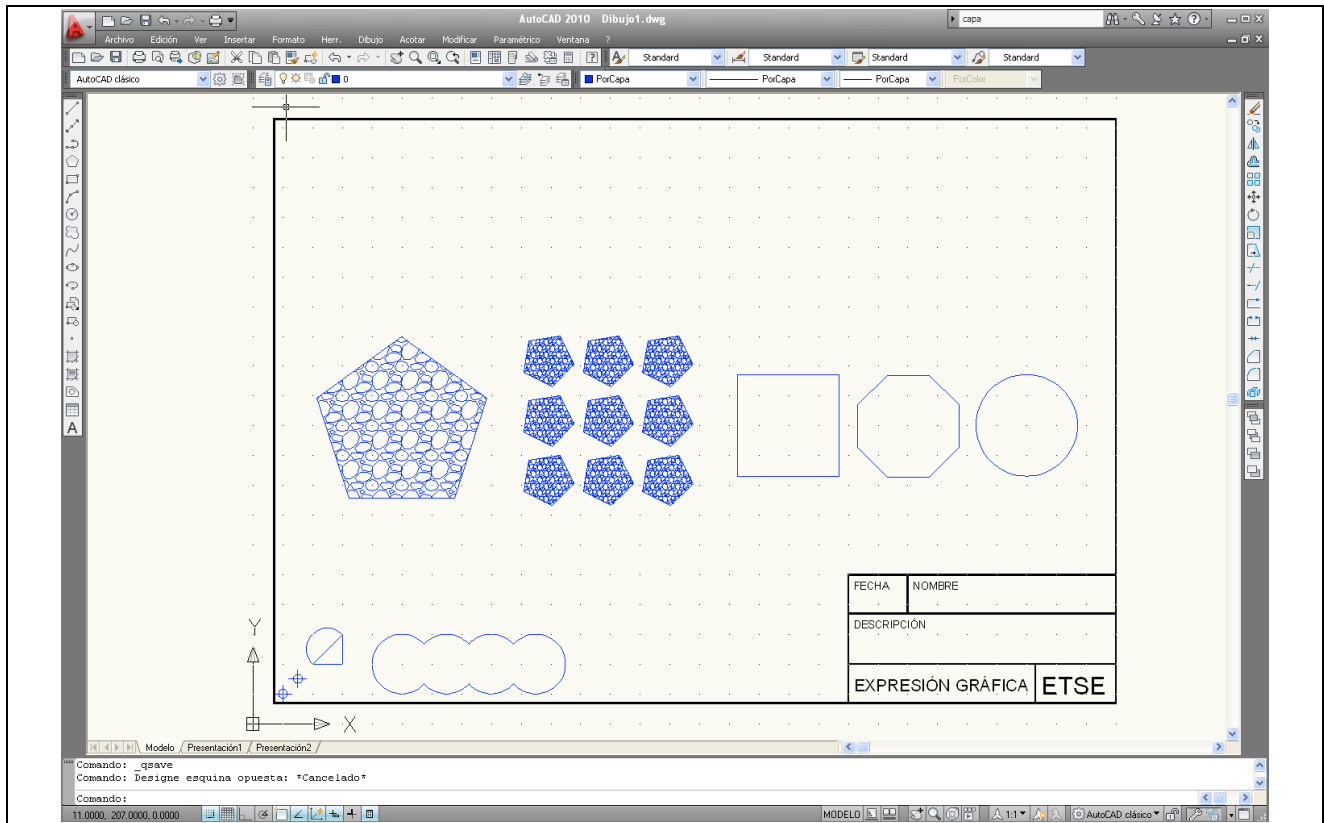


Para crear una nueva capa activar el menú con el botón derecho y elegir la opción “Nueva capa”. Al hacer esto aparecerá una nueva línea donde podrás poner el nombre de tu nueva capa. Cada capa puede ser distinta a las otras en diversas opciones. Para modificarlas bastará con hacer doble clic en la propiedad, por ejemplo el color, tipo de línea, grosor, etc. Para ver el listado de tipos de líneas has de pulsar el botón “cargar”.



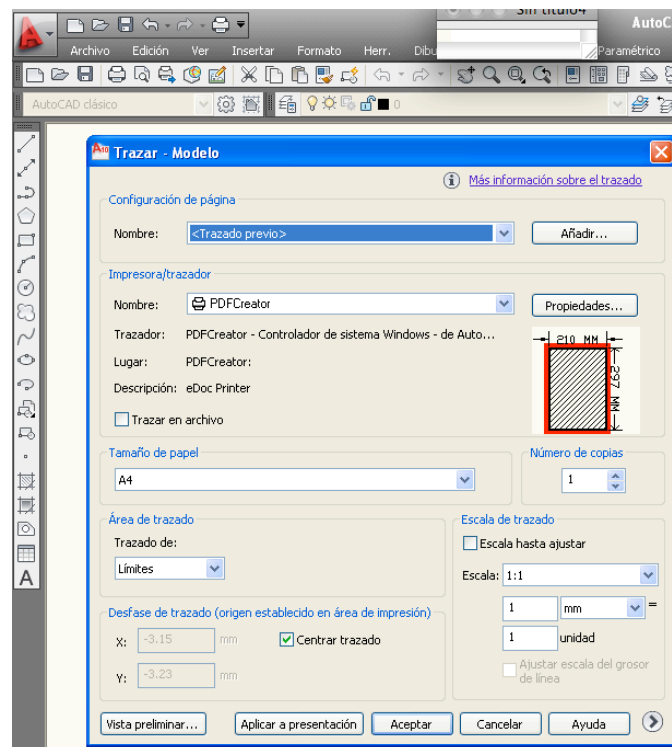
Además las capas se podrán activar o desactivar con el icono representado por la bombilla. Podremos proteger el contenido de cada capa mediante el símbolo representado por el candado.

Ejercicio 13: Crear una capa denominada “FormatoA4” y trasladar allí todos los elementos (polilíneas y textos) de los bordes y el cajetín del formato de dibujo. Cambiar el color de la capa “0” a azul 170. El resultado final resultará como el de la figura siguiente.



5. TRAZADO DE PLANOS

Para poder imprimir el dibujo se ha de seccionar el comando “Trazar” en el menú “Archivo”.



En las prácticas normalmente no imprimiremos sobre papel sino sobre disco en formato pdf. Para ello deberemos tener instalado una impresora pdf en nuestro ordenador. Seleccionamos esta impresora (en el caso de la imagen anterior la impresora seleccionada es “PDFCreator”). Seleccionamos formato de papel A4 y el área de impresión “límites” siempre que hayamos configurado correctamente los límites de un formato A4. Si es así la escala será 1:1. Seleccionar la opción “Centrar trazado”. En otro caso seleccionaremos “Escala hasta ajustar”. Pulsando “Aceptar” entraremos en el menú de nuestro generador de pdf donde pondremos el nombre de nuestro fichero de trazado.

Ejercicio 14: Imprimir el resultado de vuestro dibujo rellenando previamente los campos del cajetín. Poner la fecha de hoy, los nombres de los componentes del equipo de trabajo y en el campo descripción poner “Ejercicios del Tema 2”.

IMPORTANTE

No olvidéis guardar adecuadamente los ficheros resultante según las instrucciones del profesor.

Tema 4 Construcciones geométricas

Tema 4 Construcciones geométricas	1
Operaciones con segmentos y ángulos	3
El teorema de Thales	3
Extensión del teorema de Thales	4
Tercera proporcional	4
Cuarta proporcional	5
Construcciones de perpendiculares: meadiatriz de un segmento	5
Construcción del segmento media proporcional entre dos segmentos dados.	6
Construcción de la raíz cuadrada	7
La circunferencia	7
Circunferencias: definición y elementos.	7
Ángulos respecto de una circunferencia	8
Central, inscrito, semiinscrito, interior, exterior, circunscrito	8
Arco capaz de un segmento	11
Rectificación de la circunferencia: construcciones de Kochansky y de Mascheroni.	11
TRIÁNGULOS:	12
Definición.	12
Clasificación.	12
Cevianas.	14
Puntos notables de un triángulo: Circuncentro. Incentro. Baricentro. Ortocentro. Exicentro.	14
Triángulo órtico o pedal de un triángulo.	16
Teorema de Nagel.	16
Igualdad y semejanza de triángulos.	17
Propiedades fundamentales de los triángulos.	18
Aplicaciones.	19
CUADRILÁTEROS	19
Definiciones y clasificación.	19
Construcción de cuadrados, rectángulos, rombos, romboides, trapecios y trapezoides.	22
CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES INSCRITOS EN UNA CIRCUNFERENCIA	23
Definiciones y clasificación.	23
Triángulo y Hexágono, cuadrado y octógono.	24
Lado del pentágono inscrito en una circunferencia. Construcción.	25
Lado del decágono inscrito en una circunferencia. Construcción.	26
Construcción del pentadecágono.	26
Inscripción aproximada de otros polígonos regulares.	26
Polígono de n lados inscrito en una circunferencia. Construcción.	26
CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES DADO EL LADO	26
Casos particulares.	26
Triángulo.	26
Cuadrado.	26
Pentágono.	27
Hexágono.	27
Heptágono.	27
Octógono.	28
Caso general.	28

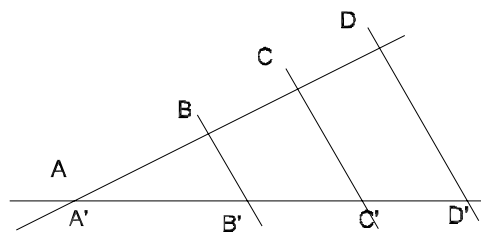
Construcción aproximada de otros polígonos regulares.....	29
Polígonos regulares estrellados	29
Definiciones.....	29
Propiedades	29
Construcción de polígonos regulares estrellados.....	30
Construcción de un polígono estrellado conociendo el lado	31

Operaciones con segmentos y ángulos

El teorema de Thales

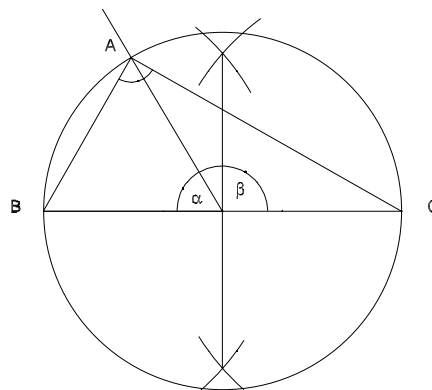
Si se cortan dos rectas concurrentes, r y s , por un haz de rectas paralelas, los segmentos resultantes sobre la recta r son proporcionales a los determinados sobre la recta s . Es decir, son indirectamente proporcionales. (la demostración se puede consultar en <http://www.iesadpereda.net/thales/thales.htm>)

$$AB/A'B' = BC/B'C' = CD/C'D'$$



El segundo teorema de Thales relaciona el triángulo inscrito en una circunferencia y sus ángulos.

La circunferencia que tiene por diámetro la hipotenusa de un triángulo rectángulo pasa por el vértice del ángulo recto.



La construcción con Autocad 2010:

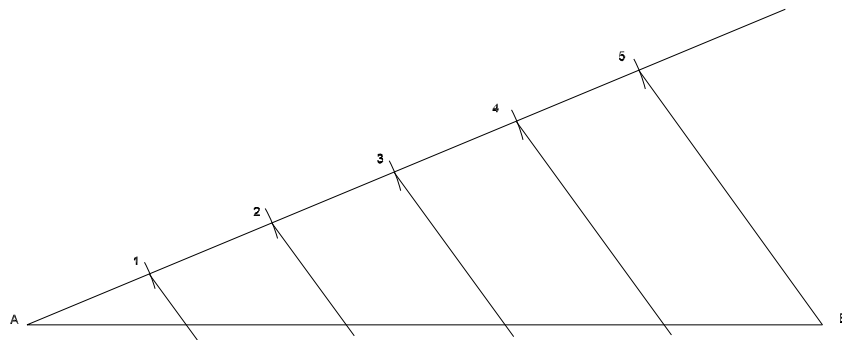
1. Dibujar un segmento BC. Menú: Inicio/Dibujo; Herramienta: Línea
2. Construir la mediatriz. Para ello dibujar dos arcos con el mismo radio partiendo de B y C. Menú: Inicio/Dibujo; Herramienta: Arco con la opción

- Centro, Inicio y Fin. Donde se cortan arriba y debajo de BC se traza la mediatriz. Construir la línea como en 1.
3. Dibujar una circunferencia centrada en el punto medio de BC y con diámetro BC. Menú: Inicio/Dibujo; Herramienta: Circunferencia con la opción centro y radio.
 4. Desde el centro del segmento BC dibujar una línea que corte la circunferencia
 5. Dibujar una línea partiendo de B hasta el corte de la circunferencia con la línea del punto 4. Continuar la línea ahora desde ese punto hasta C.
 6. Se puede cambiar el grosor de la línea. Menú: Inicio/Propiedades; Herramienta: Grosor de línea.

Extensión del teorema de Thales

Estos teoremas de Thales nos permiten, entre otras cosas dividir en partes iguales cualquier segmento, de forma geométrica.

Dado un segmento AB que queremos subdividir en 5 partes iguales, dibujamos una recta r que pase por A con un ángulo cualquiera diferente de 0° . Tomando una distancia cualquiera fija, y partiendo de A, trazamos sobre r los segmentos contiguos correspondientes hasta contar 5. Trazamos a continuación una línea del final del quinto segmento hasta B. Con trazar las paralelas a esta línea que pasen por los otros finales de segmento, conoceremos los cortes sobre AB que subdividen AB en 5 partes iguales.



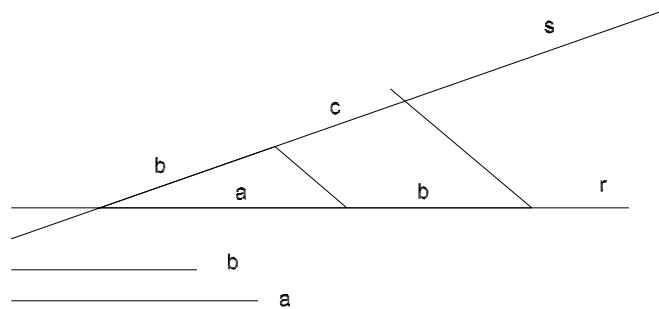
La construcción con Autocad 2010:

1. Dibujar un segmento AB. Menú: Inicio/Dibujo; Herramienta: Línea
2. Dibujar una recta con origen en A. Menú: Inicio/Dibujo; Herramienta: Línea
3. Dibujar arcos con el mismo radio partiendo de A y una continuación de otro. Menú: Inicio/Dibujo; Herramienta: Arco con la opción Inicio, Fin y Radio. Fijar el radio cada vez a una distancia fija. Corregir el centro cada vez para asegurar que la distancia se constante.
4. Dibujar la línea que uno 5 y B.
5. Dibujar las paralelas que pasen por 1, 2, 3 y 4.

Tercera proporcional

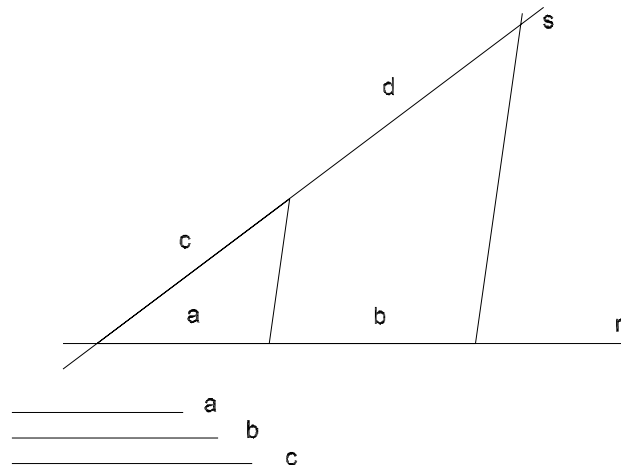
Dados dos segmentos a y b, se denomina tercera proporcional al segmento c, si este cumple que $a/b = b/c$.

Si se trazan dos rectas, r y s, que se cortan y se colocan sobre r los dos segmentos a y b contiguos y sobre s el segmento b. Se traza ahora la línea entre final del segmento a y el final del segmento b (sobre r y s, respectivamente). Ahora se construye una paralela a este segmento al final de b (sobre r). El segmento resultante es c.



Cuarta proporcional

Dados tres segmentos a, b y c, se denomina cuarta proporcional al segmento d, si éste cumple que $a/b = c/d$.

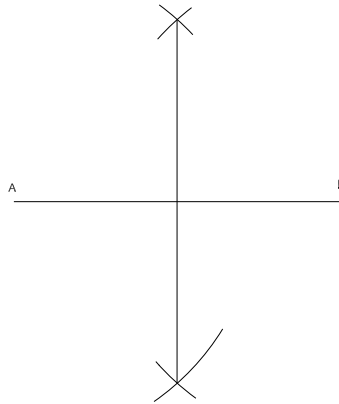


Construcciones de perpendiculares: meadiatriz de un segmento

La meadiatriz de un segmento se construye trazando sendos arcos desde los extremos del segmento (el radio debe ser mayor que la mitad de la longitud del segmento y es conveniente que bastante más largo). Los puntos donde se cortan los arcos por encima y por debajo del segmento definen la recta perpendicular que divide el segmento en dos partes iguales.

La construcción con Autocad 2010:

1. Construir la mediatriz. Para ello dibujar dos arcos con el mismo radio partiendo de B y C. Menú: Inicio/Dibujo; Herramienta: Arco con la opción Centro, Inicio y Fin. Donde se cortan arriba y debajo de BC se traza la mediatriz. Construir la línea como en 1.



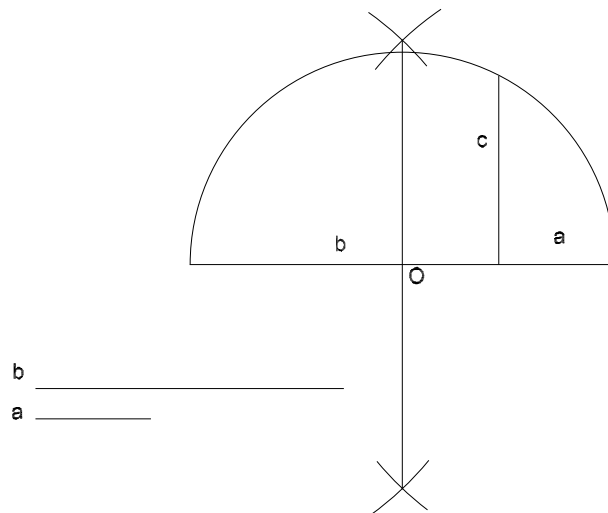
Construcción del segmento media proporcional entre dos segmentos dados.

Dados los segmentos a y b , se denomina media proporcional al segmento c , si cumple que $a/c = c/b$; $a \times b = c^2$. Por tanto $c = \sqrt{ab}$. La demostración que esto es cierto se basa en que a - b -hipotenusa1 y b - c -hipotenusa2 son semejantes.

Para ello se colocan los segmentos a y b uno a continuación del otro. Se busca el punto medio de $a + b$ y se traza una circunferencia desde el punto medio y con diámetro $a + b$. Trazando ahora la perpendicular por la unión entre a y b se obtiene el punto de corte con la circunferencia. Este segmento es c .

La construcción con Autocad 2010:

1. Construir la línea $a + b$. Menú: Inicio/Dibujo; Herramienta: Línea. Se trazan las líneas a y b y se copian y colocan una a continuación de otra.
2. Se busca el punto medio mediante la mediatriz (ver punto anterior).
3. Se dibuja la semicircunferencia. Menú: Inicio/Dibujo; Herramienta: Arco con la opción Centro, Inicio y Fin.
4. Se traza la perpendicular en la unión de a y b y se obtiene c al cortar la semicircunferencia.



Construcción de la raíz cuadrada

Si repetimos la media proporcional fijando la longitud de $a = 1$, entonces $c = \sqrt{b}$

La circunferencia

Circunferencias: definición y elementos.

La circunferencia es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de otro denominado centro.

Los elementos más importantes son:

Centro (O): es el punto del que equidistan los puntos que forman la circunferencia

Radio (r): es el segmento que une el centro (O) de la circunferencia y un punto cualquiera de ella (OA)

Diámetro (d): son todas las rectas que pasan por el centro de la circunferencia y la cortan en dos puntos (BC). Por ello, el diámetro tiene doble longitud que el radio.

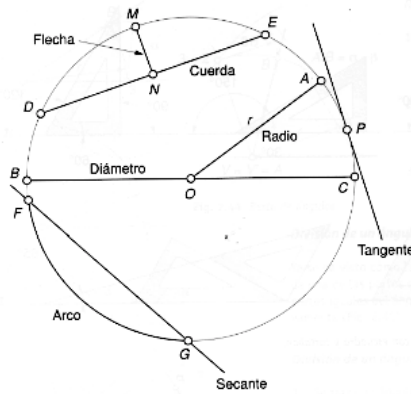
Cuerda (c): es el segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia (D y E)

Arco (A): es el fragmento de circunferencia comprendido entre dos puntos de ella; por ejemplo, la distancia FG.

Flecha (F): es el segmento de la mediatriz de una cuerda que queda entre la circunferencia y la cuerda (MN)

Secante (S): es la recta que corta a la circunferencia en dos puntos (F y G)

Tangente (T): es la recta que toca a la circunferencia en un solo punto (P), llamado punto de tangencia.



El círculo es la superficie plana limitada por la circunferencia.

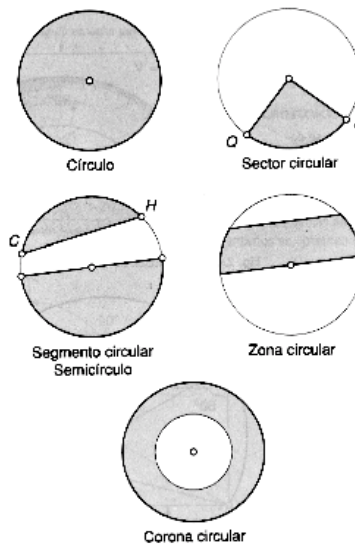
Los elementos del círculo son:

Segmento circular: es la superficie comprendida entre un arco y su cuerda (CH). Si en vez de una cuerda es un diámetro a la superficie, se la denomina **semicírculo**.

Sector circular: es la superficie comprendida entre dos radios y el arco que pasa por sus extremos, Q y J.

Zona circular: es la parte del círculo comprendida entre dos cuerdas paralelas y los arcos comprendidos entre ellas.

Corona circular: es la superficie limitada entre la circunferencia y otra concéntrica.



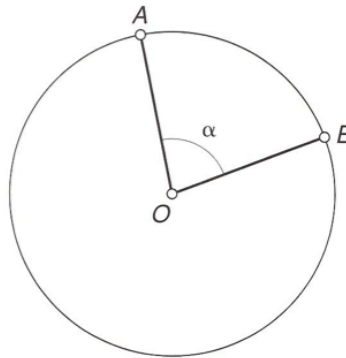
Ángulos respecto de una circunferencia

Hay distintos tipos de ángulos relacionados con la circunferencia; según la posición del vértice y los lados.

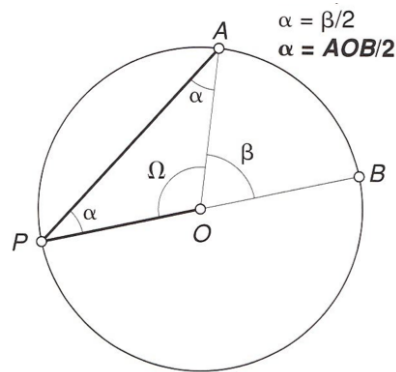
Central, inscrito, semiinscrito, interior, exterior, circunscrito

Ángulo central: se denomina con este nombre al ángulo que tiene situado su

vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son radios de la misma.

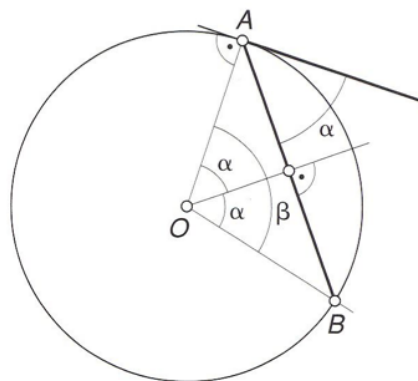


Ángulo inscrito: es el ángulo que tiene su vértice en un punto de la circunferencia y sus lados son interiores a esta. Su valor es la mitad del ángulo central que abarca el mismo arco: $\alpha = \frac{1}{2} \beta$.



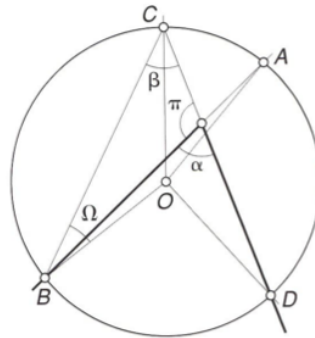
Ángulo semiinscrito: es el ángulo en que uno de sus lados es tangente a la circunferencia. Si se observa, es el caso límite de un ángulo inscrito; por tanto, su valor es igual a la mitad del ángulo central correspondiente al mismo arco.

$$\alpha = AOB/2$$



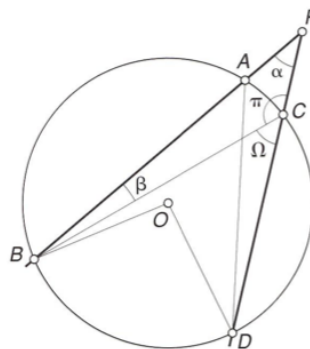
Ángulo interior: es el ángulo cuyo vértice está situado en el interior de la

circunferencia; lógicamente, exceptuando el centro de la misma. El valor de este ángulo es igual a la semisuma de los arcos centrales interceptados por él, y al de su opuesto por el vértice, es decir: $\alpha = (BOD)/2 + (COA)/2$.



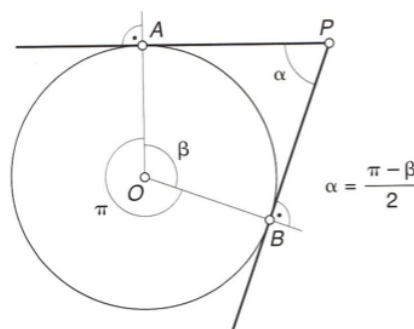
Nota: El ángulo Ω creo que está mal, ya que no debe llegar al segmento BO y debe terminar en BA (es el ángulo CBA).

Ángulo exterior: es el ángulo cuyo vértice es exterior a la circunferencia y los lados del ángulo son secantes a la misma. El valor de este ángulo es igual a la semidiferencia de los ángulos centrales correspondientes a los dos arcos que abarcan sus lados, es decir: $\alpha = (BOD)/2 - (AOC)/2$



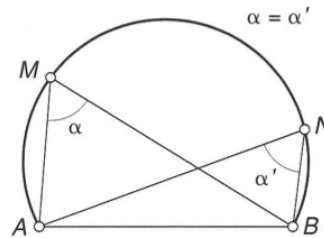
Nota: la figura no muestra el ángulo medio AOC.

Ángulo circunscrito: Es un caso limite del ángulo exterior, los lados del ángulo circunscrito son tangentes a la circunferencia en vez de secantes. Su valor sigue siendo igual a la semidiferencia de los ángulos centrales correspondientes a los dos arcos que abarcan sus lados, es decir $\alpha = \pi - \beta/2$.



Arco capaz de un segmento

Arco capaz: es el lugar geométrico de los puntos sobre los que se observa un segmento dado con un ángulo determinado.



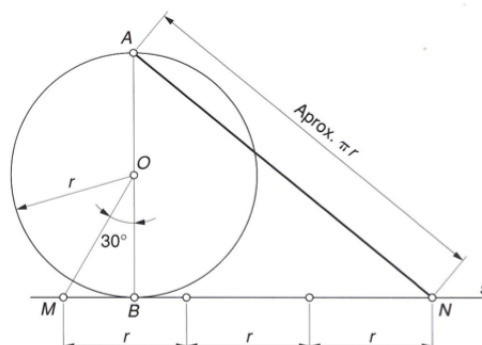
Rectificación de la circunferencia: construcciones de Kochansky y de Mascheroni.

Se denomina rectificación a determinar sobre una recta, mediante un procedimiento gráfico, la longitud de una curva, arco o circunferencia.

Como es sabido la longitud de una circunferencia es $2\pi r$; su representación gráfica es aproximada dado que la función π (3,141592...) es infinita y, por tanto, constituye una imposibilidad para poder operar con regla y compás.

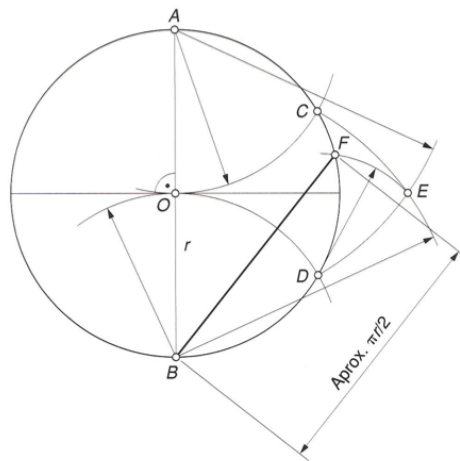
Rectificación de la semicircunferencia (método Kochansky)

1. Se dibuja la circunferencia de centro O y de radio r, y se traza un diámetro AB. En el extremo B se traza una recta r tangente al mismo.
2. A partir de O y sobre el radio OB, se dibuja un ángulo de 30° y, desde el punto M de intersección del lado del ángulo con la tangente trazada anteriormente, se lleva sobre ella, de manera consecutiva, tres veces el radio, obteniendo el punto N.
3. Uniendo A con N se obtiene la rectificación de la semicircunferencia trazada.



Rectificación de un cuadrante. Arco de 90° (método Mascheroni)

1. Se dibuja la circunferencia de centro O y radio r , y se traza un diámetro AB . Con centro en A y B , sucesivamente, y radio OA , se trazan arcos que determinan los puntos C y D sobre la circunferencia.
2. Se hace centro de nuevo en A y B , y radio AD , sucesivamente, se trazan los arcos que determinan el punto E . Con centro en D y radio DE se traza un arco que corta a la circunferencia en el punto F .
3. Se une F con B , y se obtiene el segmento BF que es la magnitud de la rectificación del arco de 90°.

**TRIÁNGULOS:****Definición.**

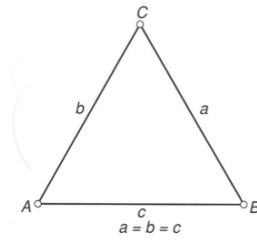
El triángulo es una figura plana y cerrada limitada por tres rectas que se cortan dos a dos. Se denominan **vértices** a los puntos de intersección de las rectas, y los segmentos que los unen se llaman **lados**.

Vértices y ángulos se denominan con letras mayúsculas, la letra que identifica a los ángulos lleva sobre ella un pequeño símbolo a modo de sombrero. Los **lados** opuestos a los ángulos tienen la mismas letras que éstos, sólo que en minúsculas.

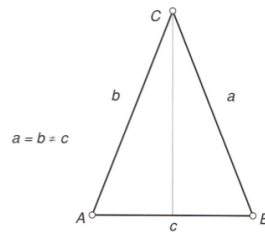
Clasificación.

1. Según la longitud de sus lados:

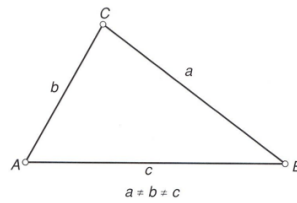
Equilátero. Los tres lados son iguales



Isósceles. Dos lados son iguales

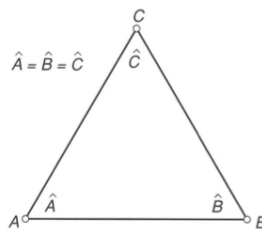


Escaleno. Todos los lados son desiguales

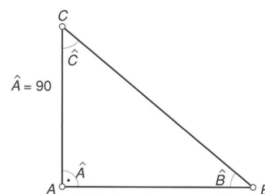


2. Según el valor de sus ángulos:

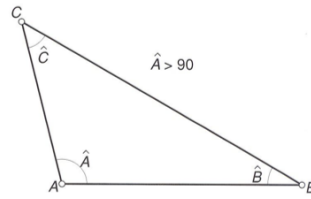
Equiángulo. Los tres ángulos son iguales



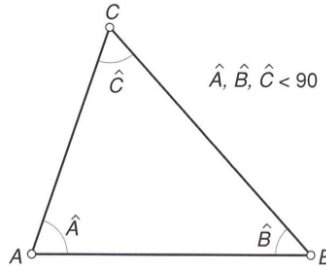
Rectángulo. Uno de sus ángulos es recto



Obtusángulo. Tiene un ángulo obtuso



Acutángulo. Sus tres ángulos son agudos



Cevianas.

Se llama **ceviana** de un triángulo a toda recta que pasa por uno de sus vértices. De las infinitas cevianas se destacan:

Medianas: son las tres rectas que unen los tres vértices con el punto medio del lado opuesto.

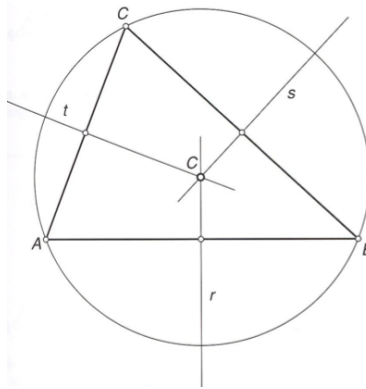
Bisectrices: son las tres rectas que dividen a los tres ángulos en dos partes iguales

Alturas: son las tres rectas perpendiculares a cada lado que pasan por el vértice opuesto.

Puntos notables de un triángulo: Circuncentro. Incentro. Baricentro. Ortocentro. Exicentro.

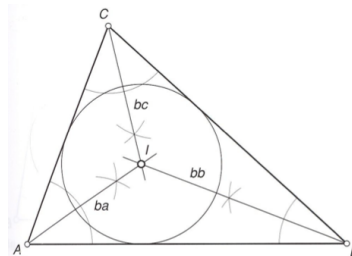
Mediatriz y circuncentro

Las **mediatrices** de un triángulo son las rectas perpendiculares a cada uno de los lados trazadas en su punto medio. Las mediatrices se cortan en un punto denominado **circuncentro**. Es te punto es además el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.



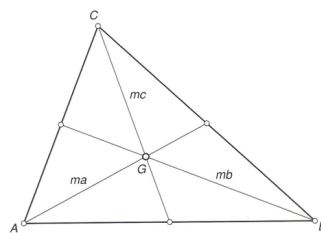
Bisectriz e incentro

Las **bisectrices** de un triángulo son las rectas que pasando por los vértices de los ángulos del triángulo dividen a cada uno de ellos en dos ángulos iguales, y se cortan en un punto llamado **incentro**. Este punto es además el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.



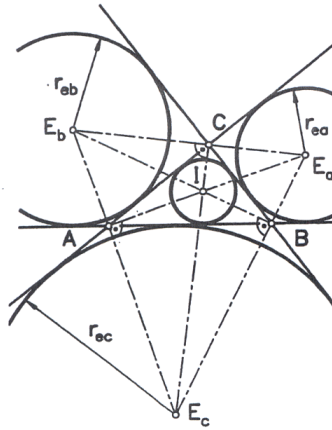
Medianas y baricentro

Las **medianas** de un triángulo son las rectas que unen cada vértice de él con el punto medio del lado opuesto. El punto donde se cortan estas rectas se llama **baricentro**.



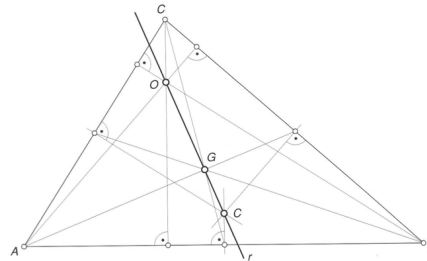
Circunferencias exinscritas y exincentro

Las circunferencias tangentes a cada uno de los lados de un triángulo y a las prolongaciones de los otros dos se denominan **circunferencias exinscritas** y sus respectivos centros **exincentros**.



Recta de Euler

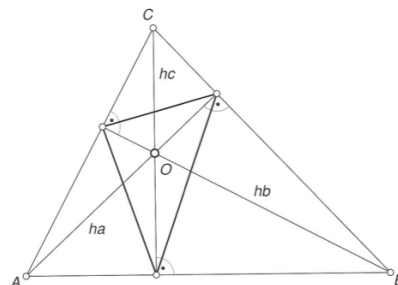
Se verifica que en cualquier triángulo **el baricentro, el ortocentro y el circuncentro están alineados**. La recta que une estos tres puntos se denomina **recta de Euler**.



Triángulo órtico o pedal de un triángulo.

Alturas y ortocentro

Las **alturas** de un triángulo son las rectas perpendiculares trazadas desde cada vértice al lado opuesto del mismo. El punto donde se cortan estas rectas se llama **ortocentro**. Al unir los pies de las alturas, el triángulo que resulta se denomina **triángulo órtico o triángulo pedal**.



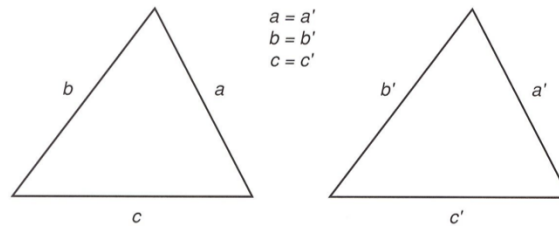
Teorema de Nagel.

Las rectas que unen los vértices de un triángulo con el circuncentro son perpendiculares a los lados del correspondiente triángulo órtico.

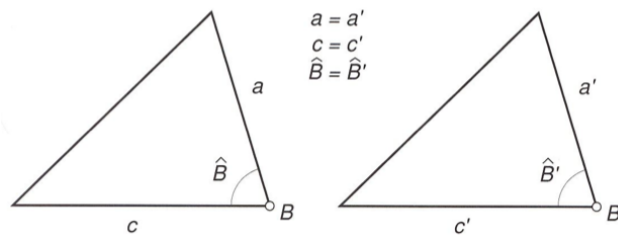
Igualdad y semejanza de triángulos.

Dos triángulos son **iguales** si se cumple una de las siguientes condiciones:

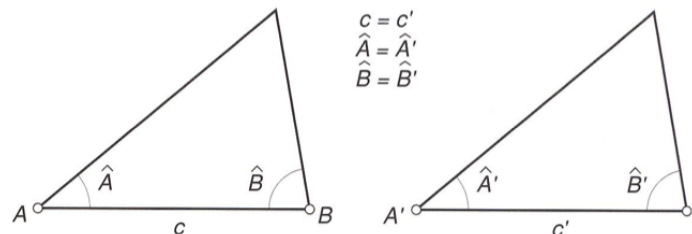
- Cuando tienen los tres lados iguales



- Cuando tienen iguales dos lados y el ángulo que ambos forman

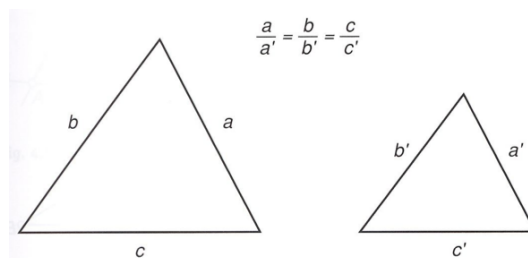


- Cuando tienen iguales dos ángulos y un lado

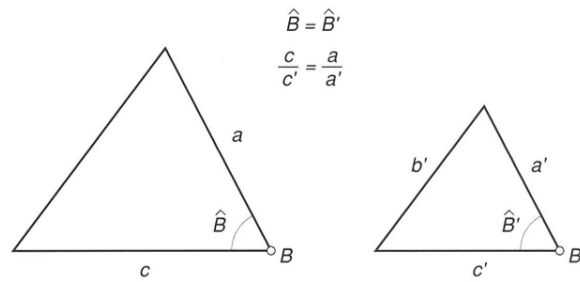


Dos triángulos son **semejantes** si se cumple una de las siguientes condiciones:

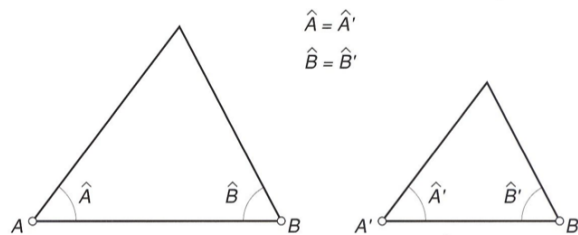
- Cuando tienen los lados proporcionales.



- Cuando tienen un ángulo igual y proporcionales los lados que lo determinan.



- Cuando tienen dos ángulos iguales.

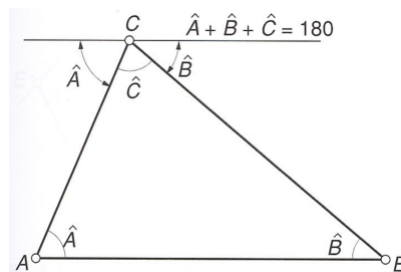


Propiedades fundamentales de los triángulos.

Los ángulos interiores de un triángulo siempre suman 180° .

Los ángulos exteriores de un triángulo siempre suman 360° .

Todo ángulo exterior es igual a la suma de los dos interiores no adyacentes.



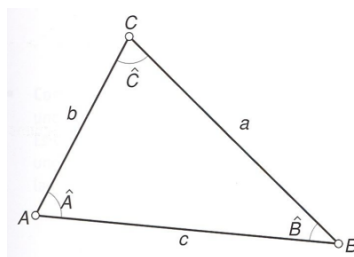
Como consecuencia de este hecho:

- un triángulo no puede tener más de un ángulo obtuso o un ángulo recto
- en un triángulo rectángulo los dos ángulos agudos son complementarios.

Si los lados y ángulos de un triángulo son iguales éste es regular, y se le denomina triángulo equilátero.

La hipotenusa de un triángulo rectángulo es mayor que cada uno de sus catetos.

Cualquiera de los lados de un triángulo es menor que la suma de los dos restantes, pero mayor que su diferencia, por ejemplo $a < b + c$; $a > b - c$.



Aplicaciones.

Existe una regla nemotécnica para saber qué tipo de centro se obtenía con qué tipo de intersecciones. La regla está basada en dos palabras fáciles de recordar: MAMBo y BOCIna (las letras mayúsculas son las que sirven para aplicar la regla):

M edianas	B aricentro
A lturas	O rtocentro
M ediatrices	C ircuncentro
B isectrices	I ncentro
o	na

Más información en <http://blog.sangakoo.com/divulgacion/triangelos/>

CUADRILÁTEROS

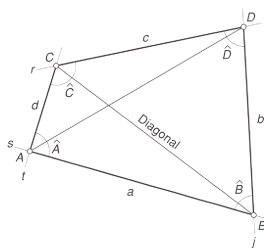
Definiciones y clasificación

Un cuadrilátero es una figura plana y cerrada limitada por cuatro rectas que se cortan dos a dos. Se denominan **vértices** a los puntos de intersección de las rectas, y los segmentos que los unen se llaman **lados**. Por tanto, se trata de polígonos que constan de cuatro lados y cuatro vértices.

De igual modo que en el triángulo, sus vértices se designan con letras mayúsculas y sus lados con minúsculas.

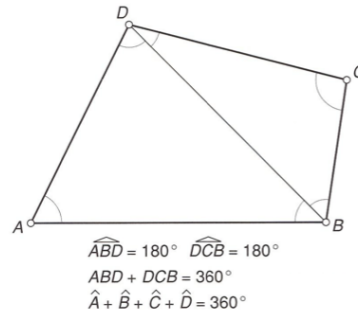
Se conoce como diagonal de un cuadrilátero la recta que une dos vértices no consecutivos. Los cuadriláteros poseen dos diagonales que los dividen en dos triángulos.

Por tanto, un cuadrilátero está compuesto por los siguientes elementos: **cuatro lados, cuatro vértices, cuatro ángulos y dos diagonales**.

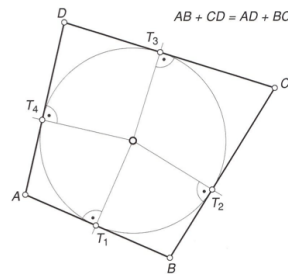


Propiedades.

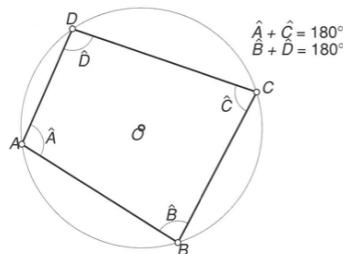
1. Los ángulos interiores de un cuadrilátero siempre suman 360° .



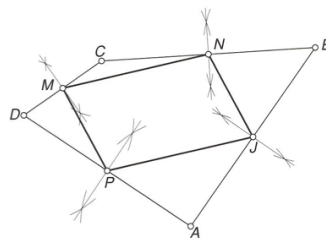
2. Cuando la suma de los lados opuestos de un cuadrilátero coinciden, este puede circunscribir a una circunferencia, es decir es **circunscriptible**.



3. Cuando los ángulos opuestos de un cuadrilátero son suplementarios, éste se puede inscribir en una circunferencia, es decir, es **inscriptible**.



4. Si se unen los puntos medios de los lados de un cuadrilátero, se obtiene un paralelogramo.

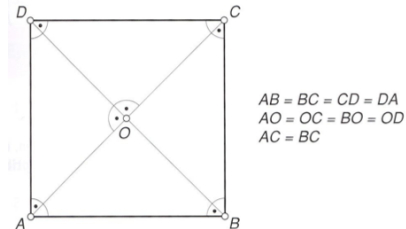
**Clasificación.**

Teniendo en cuenta el paralelismo de los lados de un cuadrilátero, éstos pueden clasificarse en: **paralelogramos, trapecios y trapezoides**.

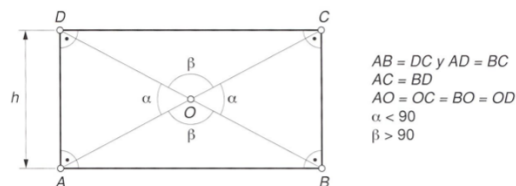
Paralelogramos. Los paralelogramos son cuadriláteros que tienen sus lados paralelos dos a dos.

Se clasifican a su vez en:

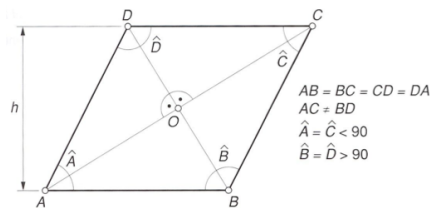
- **Cuadrado:** sus lados son iguales y paralelos dos a dos. Todos sus ángulos son rectos. Sus diagonales son iguales, perpendiculares, y se cortan en el punto medio, es decir se bisecan, formando ángulos de 90° .



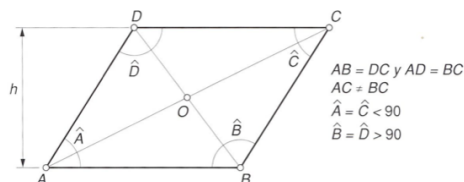
- **Rectángulo:** sus lados paralelos son iguales entre sí. Todos sus ángulos son rectos. Sus diagonales son iguales, pero no perpendiculares y al bisecarse forman ángulos diferentes a 90° .



- **Rombo:** los lados son iguales y paralelos dos a dos. Sus ángulos no son rectos, y los que son opuestos, es decir, los que están uno enfrente de otro, son iguales. Sus diagonales son desiguales, perpendiculares, y al bisecarse forman ángulos de 90° .

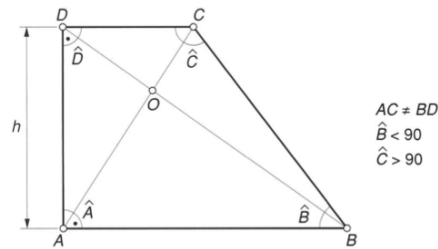


- **Romboide:** los lados paralelos son iguales entre sí. Sus ángulos no son rectos, y los ángulos opuestos son iguales. Sus diagonales son desiguales, oblicuas y se bisecan formando ángulos diferentes a 90° .

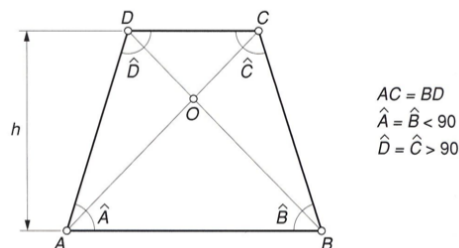


Trapecios. Los trapecios son cuadriláteros que tienen dos lados paralelos, a los que se les denomina bases del trapecio. Se clasifican del modo siguiente:

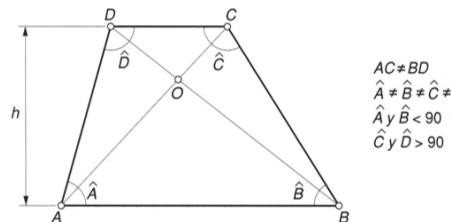
- **Trapezio rectángulo:** dos de sus lados son paralelos y dos ángulos rectos. Las diagonales son desiguales, oblicuas y no se bisecan.



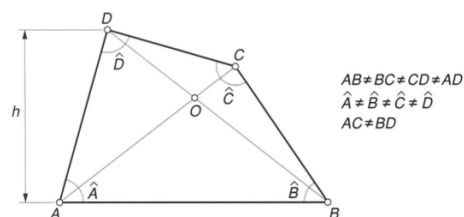
- **Trapezio isósceles:** dos de sus lados son paralelos y sus ángulos iguales dos a dos. Las diagonales son iguales, oblicuas y no se bisecan.



- **Trapezio escaleno:** dos de sus lados son paralelos y sus ángulos son desiguales. Las diagonales son desiguales, oblicuas y no se bisecan.



Trapezoides. Los trapezoides son cuadriláteros que no tienen lados paralelos, y tanto sus lados como sus ángulos son desiguales.



Construcción de cuadrados, rectángulos, rombos, romboides, trapecios y trapezoides.

Si aplicamos la formula $2n - 3 = N$ (donde n es el número de lados), los datos necesarios para poder construir un cuadrilátero serán: $2 \times 4 - 3 = 5$ datos. Sin embargo, en el caso del cuadrado basta con saber el valor del lado, o el de la

diagonal, para poder construirlo; esto es debido a que al tener lados y ángulos iguales basta sólo un dato.

CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES INSCRITOS EN UNA CIRCUNFERENCIA

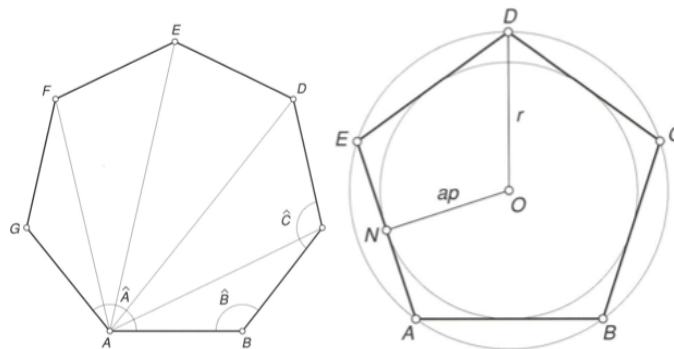
Definiciones y clasificación

Un polígono regular es una figura plana delimitada por un número n de lados que tiene todos los lados y todos los ángulos iguales.

Según el número de lados se denominan del modo siguiente: **triángulo equilátero, cuadrado, pentágono, hexágono, heptágono y octógono.**

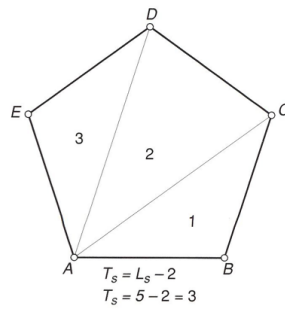
Notación.

- **Vértices:** A, B, C, D, E
- **Lados:** AB, CD, EF, MN
- **Ángulos:** $\hat{A}$, ...
- **Diagonales:** Son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos. Como puede constatarse, el triángulo equilátero no posee ninguna diagonal, y el cuadrado y el pentágono son los únicos polígonos regulares que tienen sus diagonales iguales; en los demás polígonos no todas sus diagonales son iguales.
- **Centro del polígono:** Es el punto interior del polígono (O) que equidista de todos sus vértices. Por consiguiente, el segmento que une el centro con cualquiera de los vértices coincide con el radio de la circunferencia circunscrita a él.
- **Apotemas:** son los segmento (ON o ap) que unen el centro del polígono con el punto medio de cualquier lado. Por tanto, la apotema coincide con el radio de la circunferencia inscrita a dicho polígono.

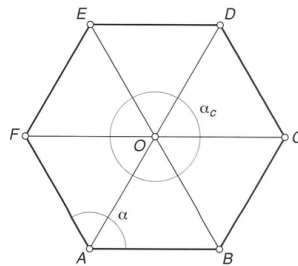


Propiedades

1. Un polígono se puede descomponer en tantos triángulos como lados tiene menos dos.



2. La suma de los ángulos interiores de un polígono es igual al producto de 180° por el número de lados menos dos.

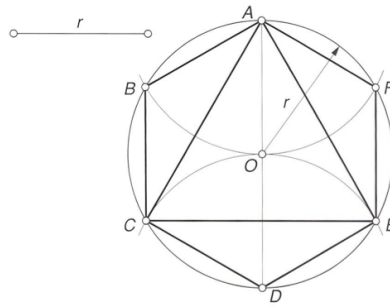


3. La suma de los ángulos externos de un polígono es de 360° .
4. El número de diagonales (N_d) de un polígono viene dado por la siguiente fórmula: $N_d = (n - 3) \times n / 2$ siendo n el número de lados del polígono.
5. El ángulo central de un polígono regular se obtiene al dividir 360° entre el número de lados que lo componen.

Triángulo y Hexágono, cuadrado y octógono.

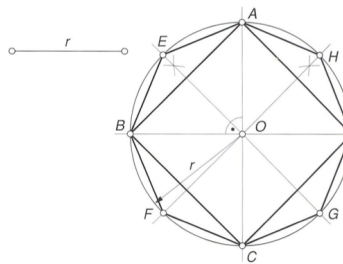
Triángulo equilátero y hexágono. División de la circunferencia en 3 y 6 partes iguales.

1. El hexágono es el único polígono regular en el que se cumple la igualdad de su lado y del radio de la circunferencia circunscrita a él. Esto facilita su construcción, puesto que si conocemos el valor del lado o del radio que lo circunscribe, podremos construirlo siempre del mismo modo.
2. Se traza una circunferencia con radio $r = OA$, Y un diámetro cualquiera, AD.
3. Con centro en los puntos A y D, y radios AO y DO se describen dos arcos, respectivamente, que cortan a la circunferencia en los puntos B, F, y E, C. Al unir estos puntos entre sí, obtenemos el **hexágono regular**.
4. Si los puntos anteriormente definidos se unen de manera alterna, es decir, uno sí y otro no, se obtiene el **triángulo equilátero**.



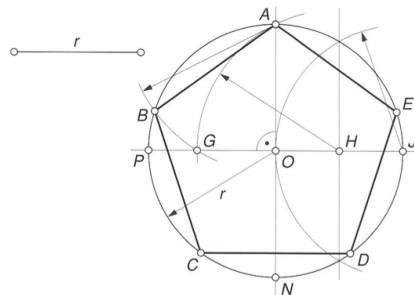
Cuadrado y octógono. División de la circunferencia en 4 y 8 partes iguales.

1. Se dibuja la circunferencia con el radio r dado y se trazan dos diámetros perpendiculares entre sí, obteniendo, al cortar éstos a la circunferencia, los vértices del polígono A, B, C y D. Uniendo dichos puntos se determina el cuadrado.
2. Para construir el octógono regular se trazan las bisectrices de los dos diámetros perpendiculares, que cortan a la circunferencia en cuatro puntos, que unidos junto a los vértices del cuadrado se obtiene el octógono.



Lado del pentágono inscrito en una circunferencia. Construcción.

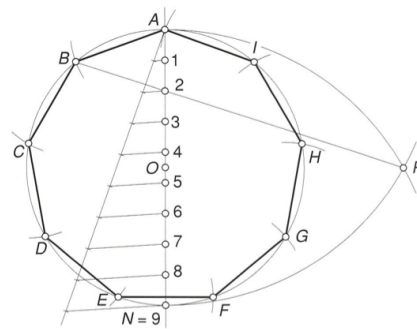
1. Se traza la circunferencia con el radio r dado, y se trazan dos diámetros perpendiculares entre sí, AN y PJ. Se hace centro en H, punto medio de OJ, y radio HA, se describe un arco AG.
2. El segmento AG es el lado del pentágono.
3. A partir del punto A, y con radio AG, se sitúa sobre la circunferencia el valor del lado, determinando así los vértices B, C, D y E, vértices del polígono. Uniendo éstos correlativamente se obtiene el pentágono regular.



Lado del decágono inscrito en una circunferencia. Construcción.**Construcción del pentadecágono.****Inscripción aproximada de otros polígonos regulares.****Polígono de n lados inscrito en una circunferencia. Construcción.**

Como ejemplo vamos a dividir la circunferencia en nueve partes para construir un eneágono regular.

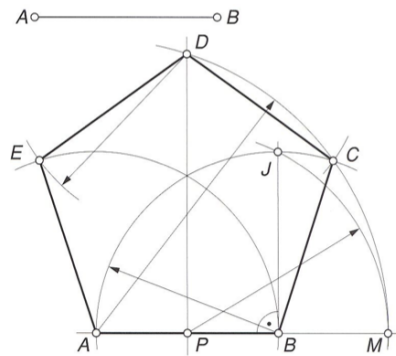
1. Se dibuja la circunferencia con el radio dado y se traza en ella el diámetro AN el cual se divide en tantas partes iguales como lados ha de tener el polígono pedido; en este caso, en nueve.
2. Haciendo centro en A, y posteriormente en N, con radio AN se describen dos arcos que se cortarán en el punto P.
3. Se une P con la división 2 del diámetro hasta cortar a la circunferencia en el punto B. El segmento AB será aproximadamente el lado del polígono buscado.
4. Por tanto, a partir de A llevamos el valor de AB sobre la circunferencia tantas veces como lados tenga el polígono propuesto determinando así los vértices del polígono A, B, C, D, etc. Para conseguir finalmente el polígono sólo será necesario unir los vértices antes determinados.

**CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES DADO EL LADO****Casos particulares.****Triángulo.****Cuadrado.**

Pentágono.

Construcción de un pentágono regular conociendo el lado

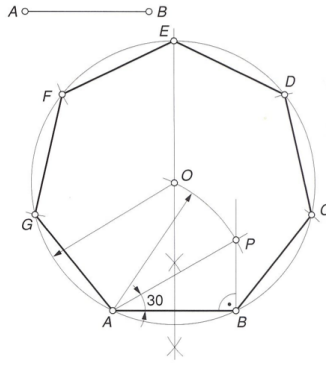
1. Se traza el lado dado AB y se halla su mediatriz, obteniendo el punto P. Se levanta una perpendicular en B, y haciendo centro en dicho punto, con radio BA, se traza un arco que determina el punto J al cortar a la perpendicular trazada antes.
2. Con radio PJ y centro en P se dibuja un arco que corta en el punto M a la prolongación de AB. Con centro en A y radio AM se dibuja un arco que determina sobre la mediatriz el punto D.
3. Por último, trazamos arcos con centros en D, A y B y radio igual al lado AB. Estos arcos, al cortarse entre sí, determinan los puntos C y E, vértices del polígono. Uniendo los puntos C, D y E con los extremos A y B se obtiene el **pentágono regular**.



Hexágono.

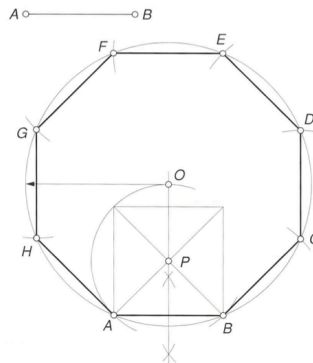
Heptágono.

1. Se sitúa el lado AB y se traza una perpendicular por uno de sus extremos, por ejemplo el B. Se dibuja también la mediatriz de este lado, y en el extremo A y sobre AB se construye un ángulo de 30° , prolongando el lado hasta que corte a la perpendicular trazada por B en el punto P.
2. Con centro en A y radio AP se describe un arco que corta a la mediatriz de AB en el punto O, centro de la circunferencia circunscrita al heptágono cuyo radio es el segmento OA u OB.
3. Sobre la circunferencia se traslada el valor del lado AB siete veces, obteniendo los vértices C, D, E, F y G. Uniendo los mencionados puntos se determina el **heptágono regular**.



Octógono.

1. Con la magnitud AB, lado del octógono, se construye un cuadrado con este valor de lado. Se trazan sus diagonales para así determinar el punto P, centro de este cuadrado. Con centro en P y radio PA se traza un arco que corta en O a la mediatriz de AB.
2. El punto O es el centro de la circunferencia circunscrita al octógono y cuyo radio es el segmento OA u OB. Sobre esta circunferencia se traslada el valor del lado AB ocho veces, así que resultan los vértices C, D, E, F, G y H.
3. Uniendo estos puntos se determina el **octógono regular**.

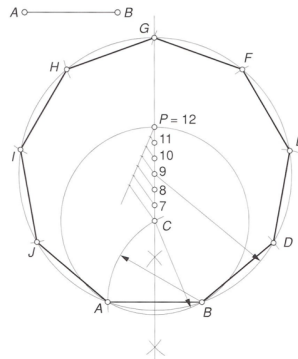


Caso general.

Para estudiar los diferentes procesos de este método vamos a tomar como ejemplo la construcción de un eneágono regular de lado AB.

1. Se halla la mediatriz del segmento AB. Con centro en A y radio AB se traza un arco que corta a la mediatriz en el punto C (observa que el punto C es el centro del hexágono regular de lado AB). Sobre esta recta van a estar situados los centros de las circunferencias de los polígonos.
2. Con centro en C y radio AC se traza una circunferencia, y, donde ésta corta a la mediatriz, se obtiene el punto P.
3. El radio CP se divide en seis partes iguales. Hallamos así los puntos 7, 8, 9, 10, 11 y 12. Cada uno de ellos constituye el centro de la circunferencia circunscrita a los polígonos regulares de 7, 8, 9... lados.

4. En nuestro caso, el centro es el punto 9, y el radio, la magnitud A9. Trazamos la circunferencia y, a partir de A, llevamos el valor AB sobre ella tantas veces como lados tenga el polígono propuesto.
5. Finalmente, se unen los vértices determinados para construir el polígono.



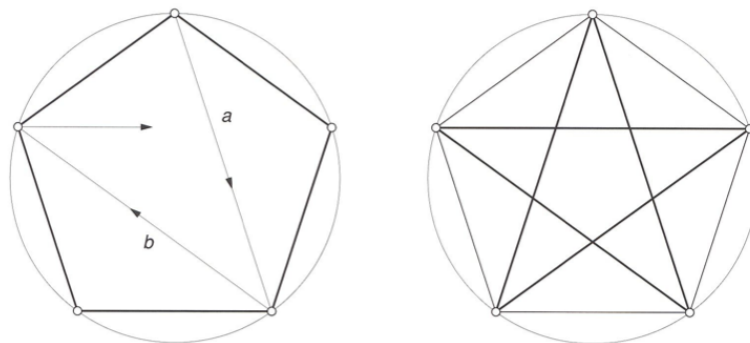
Construcción aproximada de otros polígonos regulares.

Polígonos regulares estrellados

Definiciones

Son polígonos cóncavos que tienen forma de estrella, y resultan de trazar en una circunferencia todas las cuerdas de longitud constante cuyos extremos sean vértices no consecutivos del polígono regular convexo inscrito en ella.

Para dibujarlo debemos obtener sobre una circunferencia los vértices de sus puntas, que son los mismos que los de un polígono regular convexo, pero en vez de unirlos de forma consecutiva se hace a intervalos constantes hasta pasar por todos ellos.



Propiedades

Decimos de los polígonos estrellados regulares que tienen **número**, **genero**, **paso** y **especie**.

- **Número (n):** es la cantidad de puntas que tiene el polígono.
- **Genero (g):** es el número de cuerdas empleadas para el trazado del polígono. Este número coincide con el de lados del polígono regular convexo inscrito en la circunferencia.

- **Especie (e):** es el número de vueltas que hay que dar a la circunferencia para completar el polígono.
- **Paso (p):** es el número de lados que comprende cada cuerda del polígono regular convexo inscrito en ella.

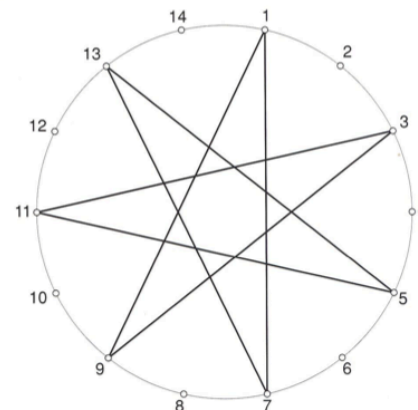
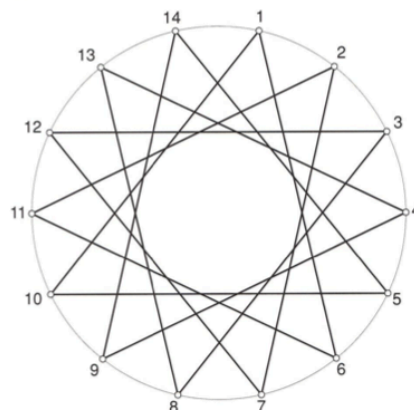
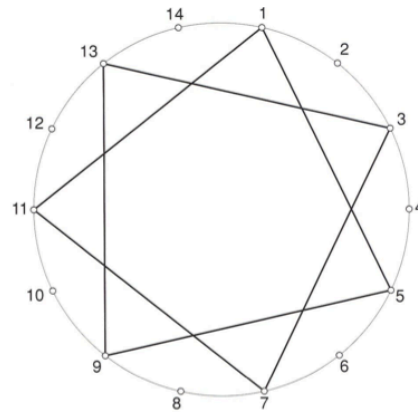
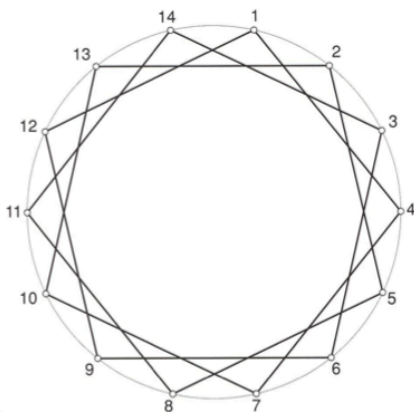
Por tanto, el **número** es igual al **genero**, y la **especie** siempre coincide con el **paso**.

Construcción de polígonos regulares estrellados.

Con cada polígono regular convexo se puede dibujar un número determinado de polígonos estrellados, que pueden coincidir en el número de puntas o no. Para calcularlo se divide el número de lados del polígono regular convexo entre dos, y los valores menores del resultado, que no sean divisores del número de lados del polígono regular convexo, indicarán el paso de los polígonos estrellados regulares que se pueden construir.

Por ejemplo:

Si partimos de un polígono regular convexo de catorce lados, y le aplicamos lo que se acaba de exponer, observamos que $n/2$, en este caso, son 7; por tanto, se podrán dibujar cuatro polígonos estrellados, ya que los valores no divisores de 14 menores de 7 son: 3, 4, 5 y 6. Así, tendremos una estrella de catorce puntas de paso 3, una de siete puntas de paso 4, otra de catorce puntas de paso 5 y una de siete puntas de paso seis.



Construcción de un polígono estrellado conociendo el lado

La solución a esta propuesta pasa por construir un polígono estrellado con una magnitud de lado cualquiera, el cual servirá de base para, aplicándole el concepto de semejanza, poder de este modo hallar el polígono pedido. Veamos un ejemplo:

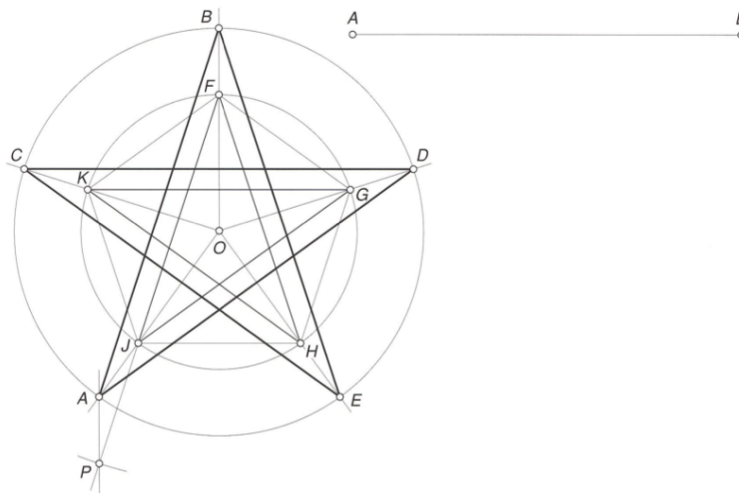
Supongamos que queremos construir un polígono estrellado regular de cinco puntas de lado $l = AB$.

Se parte de una circunferencia de centro O y radio r cualquiera dividida en tantas partes iguales como puntas tenga el polígono estrellado. Se construye dicho polígono F, G, H, J y K , que tendrá un valor de lado que, generalmente, no corresponda con el dado.

Se establece una homotecia de centro O . Para ello, se une O con F, G, H, J y K y se alargan dichos radios. Se prolonga uno de los lados del polígono construido, por ejemplo FJ , y a partir del punto F se lleva el valor del lado AB del polígono pedido, obteniéndose el segmento FP .

Por P se traza una recta paralela al radio OF que corta a la prolongación del radio OJ en el punto A . Por dicho punto se traza una circunferencia concéntrica que corta a las prolongaciones de los radios en los puntos B, C, D y E .

Uniendo estos puntos de manera adecuada se construye el polígono regular estrellado pedido.



Tema 5 Proporcionalidad y escalas

Tema 5 Proporcionalidad y escalas	1
Proporcionalidad	2
Razón.....	2
Proporción	2
Proporcionalidad directa	2
Proporcionalidad inversa.....	3
Construcción de la media proporcional	3
Transformaciones geométricas en el plano	4
Clasificación	5
Igualdad e identidad.....	5
Homotecia	5
Semejanza	6
Escalas.....	6
Tipos de escalas.....	7
Escala gráfica: ejemplo	8
Escala transversal.....	8
Triángulo universal de escalas.....	9
Escalas normalizadas.....	10
Transformaciones anamórficas	11
Equivalencia.....	11
Triángulos equivalentes	11
Polígonos equivalentes	11
Cuadrado equivalente a un triángulo.....	12
Cuadrado equivalente a un círculo (cuadratura del círculo).....	13
Equicomposición.....	13

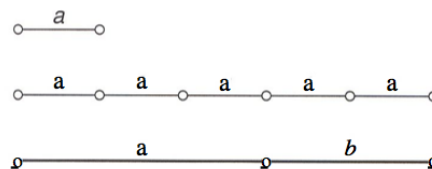
Proporcionalidad

Es la relación que existe entre las partes de una figura con respecto al todo y a los demás objetos. También se dice que la proporcionalidad es la relación que existe entre dos figuras que tienen la misma forma, pero diferente tamaño.

Razón

Razón entre dos segmentos, a y b , es el valor de la relación entre las longitudes de ambos segmentos; los segmentos a y b , son los términos de la razón. Por tanto, este concepto posibilita comparar dos segmentos y saber cuántas veces uno es contenido en el otro. La razón se denomina mediante la letra K . Es decir:

$$\text{Razón} = a/b = K$$

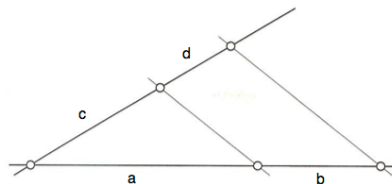


Proporción

Es la igualdad entre dos razones. Es decir, si se toman cuatro segmentos, a , b , c y d , se dice que son proporcionales cuando, tomados dos a dos, su razón es la misma

$$a/b = c/d$$

- **Medios** se llaman a los términos b y c .
- **Extremos** se llaman a los términos a y d .



Proporcionalidad directa

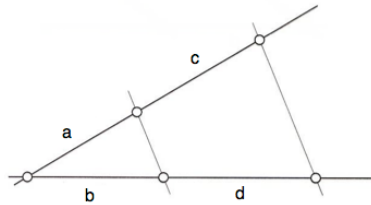
Se dice que son magnitudes **directamente proporcionales** aquellas que varían de tal forma que su razón permanece constante.

$$a/b = a'/b' = a''/b'' = \dots$$

Por tanto, se denominan segmentos directamente proporcionales a los segmentos que cumplen:

$$a/b = c/d = K$$

Donde K es la constante de proporcionalidad directa.



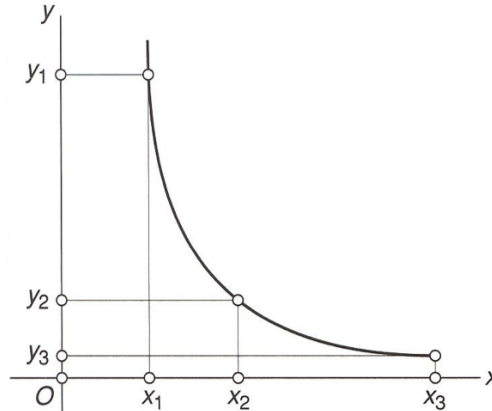
Proporcionalidad inversa

Se dice que son magnitudes inversamente proporcionales aquellas que varían de tal forma que su producto permanece constante. Es decir, cuando una magnitud aumenta, la otra disminuye en la misma proporción.

Dos magnitudes x e y son inversamente proporcionales cuando se verifica que:

$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = \dots = K$$

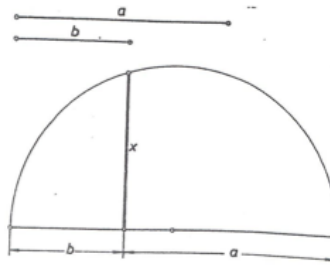
Donde K es la constante de proporcionalidad inversa.



Construcción de la media proporcional

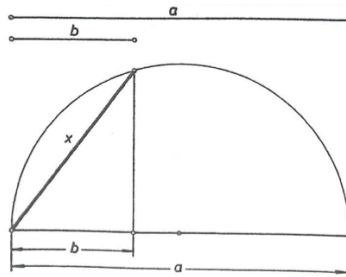
Por el **teorema de la altura**

Teorema de la altura: la altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es la media proporcional entre los segmentos en que divide la hipotenusa. $x^2 = a \cdot b$



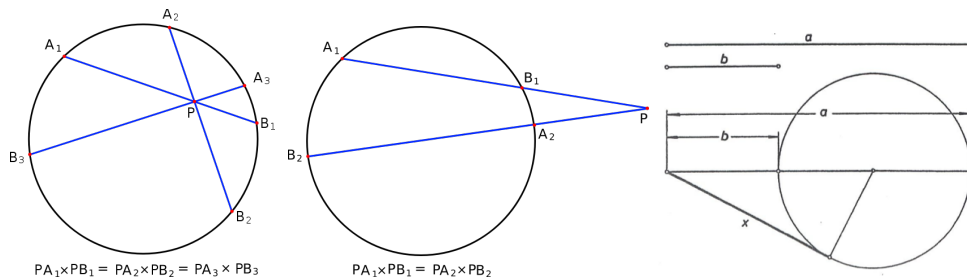
Por el **teorema del cateto**

Teorema del Cateto: cada cateto de un triángulo rectángulo es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella. $x^2 = a \cdot b$



Por la **potencia de un punto**

Potencia de un punto: la potencia de un punto P respecto de una circunferencia, viene dada por el producto de las distancias a cualquier par de puntos de la circunferencia alineados con P. El valor de la potencia es constante para cada punto P, independientemente de la elección de los puntos de la circunferencia. El punto P puede estar dentro y fuera de la circunferencia. Estando el punto P fuera de la circunferencia, la recta tangente es un caso extremo y resulta. $x^2 = a \cdot b$



Transformaciones geométricas en el plano

Se define una **transformación geométrica** como la operación que posibilita obtener una figura nueva a partir de otra dada. Por medio de esta transformación se establece una serie de correspondencias entre elementos (puntos, rectas) o figuras.

Con el nombre de **movimientos** se denominan las transformaciones geométricas que conservan la forma y el tamaño de la figura inicial.

En una transformación geométrica se denominan **elementos dobles o invariantes** a los que al aplicarles la transformación siguen situados en el mismo lugar geométrico, es decir, se transforman en sí mismos.

Clasificación

Atendiendo a las características métricas de la figura transformada respecto a la originaria, las transformaciones geométricas en el plano se clasifican del modo siguiente:

- **Transformaciones isométricas.** Se caracterizan porque la figura transformada conserva las magnitudes y los ángulos de la figura inicial; es decir, el resultado final de la transformación es una figura idéntica a la de partida. Forman parte de las transformaciones isométricas las siguientes: **igualdad, traslación, simetría y giro.**
- **Transformaciones isomórficas.** Son las que su figura transformada conserva sólo la forma de la figura de partida, Los ángulos son iguales y las magnitudes proporcionales. Dentro de este tipo de transformaciones se encuentran la **homotecia y la semejanza.**
- **Transformaciones anamórficas.** En estas transformaciones la figura transformada es totalmente diferente a la figura de partida. La **equivalencia** es un ejemplo de este tipo de transformación geométrica.

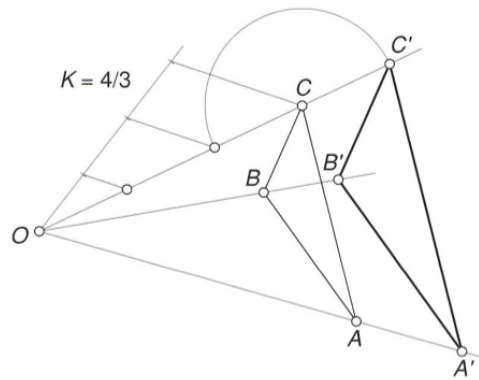
Igualdad e identidad

Dos figuras planas son **iguales** cuando sus lados y sus ángulos son iguales y, además, están dispuestos en el mismo orden.

Dos figuras son **idénticas** cuando coinciden exactamente al superponerlas.

Homotecia

Es una transformación geométrica en la que a cada punto (A, B ...) se le hace corresponder otro punto (A', B' ...) estando ambos alineados con un punto fijo O, llamado centro de homotecia, y verificándose que $OA' / OA = K$; siendo K la razón de la homotecia.



Semejanza

Dos figuras son semejantes cuando tienen sus ángulos iguales y sus lados proporcionales.

Los elementos que se corresponden en una figura original y su semejante se denominan homólogos.

Razón de semejanza, K , es la relación de proporcionalidad que existe entre segmentos homólogos, $K = A'B' / AB$; de tal modo, se verifica lo siguiente:

- Si $K > 1$ la figura semejante es mayor que la original.
- Si $K < 1$ la figura semejante es menor que la original.
- Si $K = 1$ la figura semejante es igual a la original.

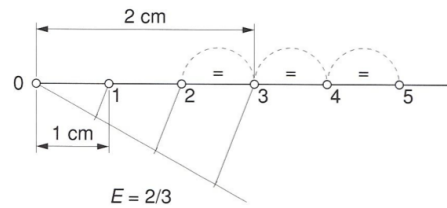
Cuando dos figuras semejantes están alineadas con relación a un punto fijo, O , pasan a denominarse homotéticas, siendo O el centro de homotecia. Al igual que sucede en la homotecia, la semejanza puede ser directa o inversa dependiendo del sentido que tenga la figura original con respecto a su transformada. Es conveniente tener en cuenta que no todas las figuras semejantes son homotéticas.

Escalas

A veces, cuando se va a representar un objeto, surgen dificultades derivadas de su tamaño, bien porque es muy grande para dibujarlo en los límites del papel de dibujo, o porque es muy pequeño y no se pueden precisar detalles de su forma. Las escalas surgen para dar solución a estos problemas que se plantean en la representación gráfica de los objetos.

La escala es la razón que existe entre las dimensiones de un dibujo y sus correspondientes medidas en la realidad.

Esta relación puede expresarse en forma de proporción (escala 2:3), en forma de fracción (escala $2/3$), en forma decimal (escala = 0,66), o en forma gráfica.



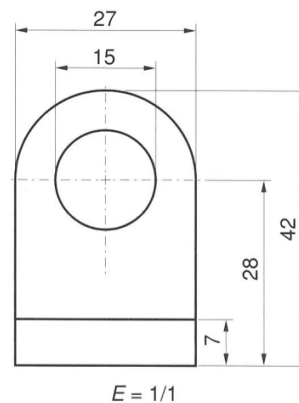
Escala = medida del dibujo / medida de la realidad.

Sobre la base de la igualdad de que escala E es igual a la medida gráfica del dibujo D dividido entre su correspondiente realidad, R, podemos hallar cualquiera de los otros datos:

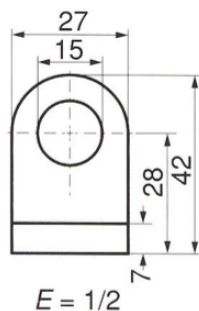
$$E = D / R; D = E \cdot R; R = D / E$$

Tipos de escalas

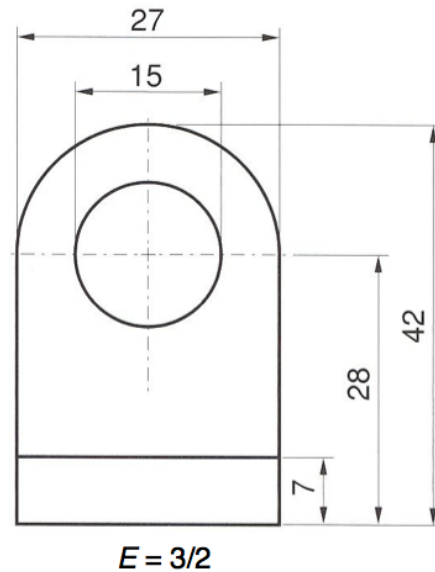
Escala natural: es la que tiene la relación 1:1. En ella, las medidas del dibujo son iguales a las de la realidad. $E = mD / mR = 1$.



Escala de reducción: las medidas del dibujo son menores que las reales; por ejemplo, 1/2. $E = mD / mR < 1$.



Escala de ampliación: en este caso las medidas del dibujo son mayores que las reales; por ejemplo, 3/2. $E = mD / mR > 1$

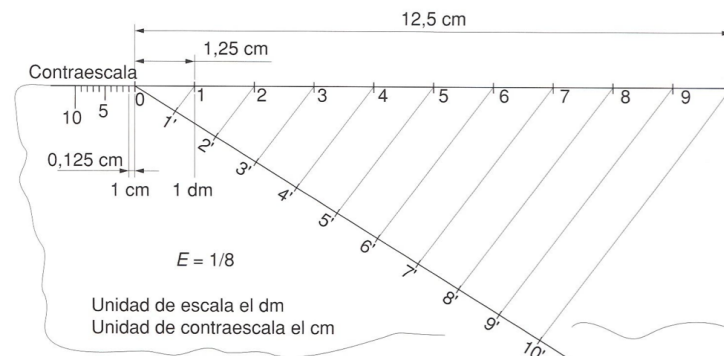


Escala gráfica: ejemplo

Supongamos que la escala es de $1/8$. Podríamos expresarla también en forma decimal: 0,125, lo que nos indica que, por cada unidad en la realidad, utilizamos 0,125 unidades en el dibujo.

Si elegimos el centímetro como unidad, 100 cm reales tienen una representación en el dibujo de 12,5 cm; es decir, 1 m sería igual a 12,5 cm. En este caso, se coloca sobre el borde de un papel o cartulina la medida de 12,5 cm y se divide en diez partes iguales, con lo que se obtiene el valor de cada decímetro en la escala gráfica.

A la izquierda del cero se transporta una unidad de escala, que se divide en diez partes iguales, quedando así representada la contraescala.

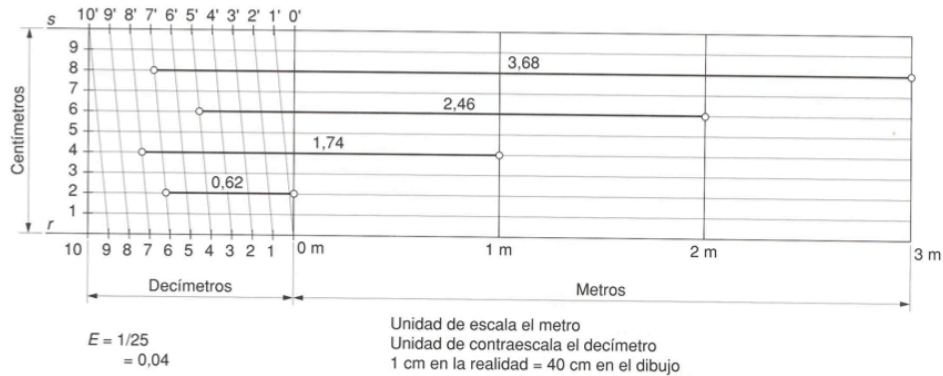


Escala transversal

Este tipo de escala se utiliza siempre que es necesario trabajar precisando décimas en la representación del dibujo. El proceso de construcción de la escala transversal vamos a desarrollarlo tomando como ejemplo la escala $1/25$.

1. Se realiza la escala gráfica o volante de la escala dada, $1/25$ sobre una recta r . Por los puntos 0 m, 1 m, 2 m, 3 m, etc. y 10 de la contraescala, y se trazan perpendiculares a la recta r .
2. Sobre la perpendicular trazada en el punto 10 se llevan las diez divisiones de la contraescala, y por ellas se trazan paralelas a la recta r , es decir, la recta donde está representada la escala gráfica.

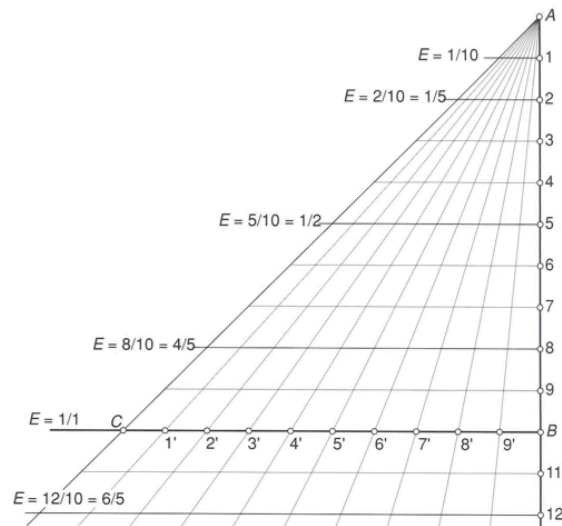
- Se llevan las divisiones de la contraescala 1, 2, 3, etc., sobre la recta s , determinando los puntos $1'$, $2'$, $3'$... Se unen los puntos 0 con $1'$, el 1 con $2'$, y así sucesivamente hasta unir 9 con $10'$; de este modo, se habrá terminado la construcción de la escala transversal, también denominada de décimas.
- En los segmentos trazados sobre la escala se puede apreciar sus magnitudes.



Triángulo universal de escalas

Partiendo de un triángulo rectángulo isósceles podemos crear cualquier tipo de escala gráfica, tanto de reducción como de ampliación. El proceso de construcción es el siguiente:

- Se parte de un triángulo rectángulo isósceles ABC cuyos catetos tienen una longitud, cada uno de ellos, de 10 cm. Se dividen éstos en diez partes iguales determinando los puntos 1, 2, 3 ..., y $1'$, $2'$, $3'$... Se prolonga el cateto AB y la hipotenusa AC.
- Se trazan paralelas por los puntos 1, 2, 3, etc., y se unen, posteriormente, los puntos $1'$, $2'$, $3'$... con el vértice A del triángulo.
- Fijándose en la construcción se pueden observar diferentes escalas de reducción: escala 8/10 igual a $4/5$, escala 5/10 igual a $1/2$, etcétera.
- Prolongando las rectas que concurren en A, y trazando más paralelas al cateto BC, separadas por ejemplo con la distancia A1, se determinan otras tantas escalas, en este caso de ampliación: escala 12/10 igual $6/5$, etcétera.



Escalas normalizadas

La norma UNE-1.026-83 recomienda las siguientes escalas para el dibujo técnico:

Escalas de ampliación: 50:1, 20:1 y 10:1

Tamaño natural: 1:1

Escalas de reducción: 1:5, 1:10, 1:20, 1:50, 1:100, 1:200, 1:500, 1:1000, 1:2000, 1:5000, 1:10000.

Fabricación e instalación	Escalas de reducción			Escalas de ampliación
	Construcciones civiles y edificación	Topografía	Urbanismo	
1:2,5	1:5	1:100	1:500	2:1 5:1 10:1
1:5	1:10	1:200	1:2000	
1:10	1:20	1:500	1:5000	
1:20	1:50	1:1000	1:25000	
1:50	1:100	1:2000	1:50000	
1:100	1:200	1:5000		
1:200	1:500	1:10000		
	1:1000	1:25000		
		1:50000		

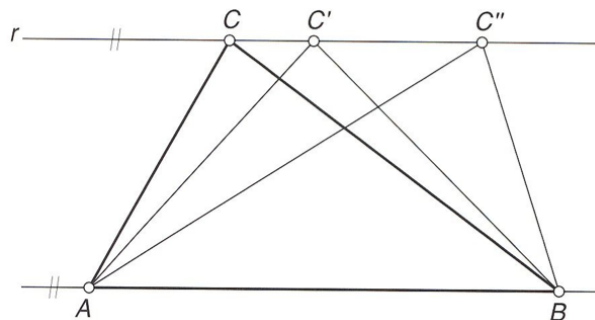
Transformaciones anamórficas

Equivalencia

Se denominan figuras **equivalentes** aquellas que teniendo diferente forma tienen igual área.

Triángulos equivalentes

Todos los triángulos que tengan la misma base y el vértice opuesto a ella sobre una recta r paralela a dicha base son equivalentes.

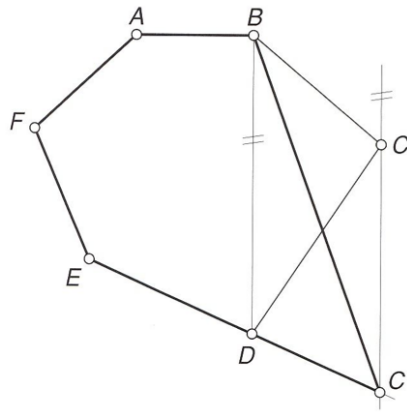


Polígonos equivalentes

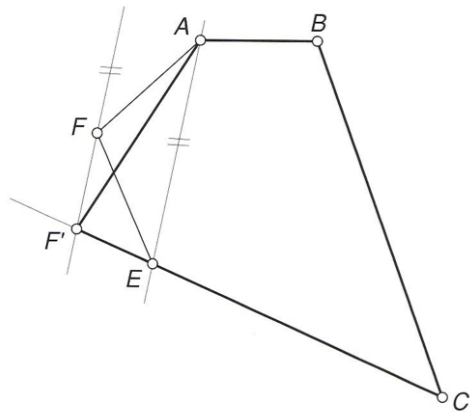
Con el método que a continuación se explica se puede construir un polígono equivalente a otro dado de un número igual de lados menos uno. Es decir, si se parte de una forma poligonal de seis lados, se puede pasar a una de cinco y, con una nueva aplicación del procedimiento, a otra de cuatro y así sucesivamente.

Veamos un ejemplo. Transformar una figura poligonal de seis lados ABCDEF en otra figura equivalente de cuatro lados ABCT:

1. Se traza la diagonal que une los vértices B y D, determinando así el triángulo BCD.
2. Por C se traza una paralela a la diagonal BD. Se prolonga el lado ED hasta que corte en C' a la paralela anteriormente trazada en C. Con estos trazados se ha obtenido un triángulo BCD con la misma área que el BCD, dado que tienen ambos la misma base e igual altura.
3. Por tanto, el polígono ABCDEF se ha transformado en otro equivalente de cinco lados ABCEF.

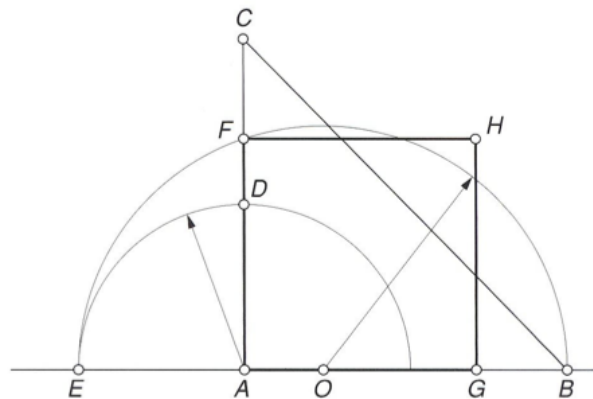


4. Para hallar la siguiente transformación sólo es necesario aplicar otra vez el mismo procedimiento, quedando de esta manera determinando el cuadrilátero ABCT buscado.



Cuadrado equivalente a un triángulo

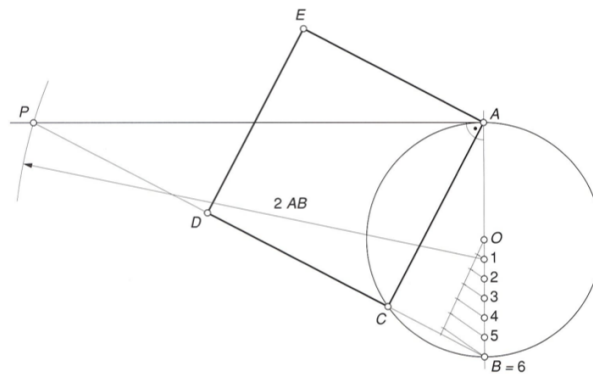
1. Se halla el punto D, punto medio de la altura AC del triángulo ABC dado. Con centro en el vértice A y radio AD, se describe un arco que corta a la prolongación de AB en el punto E.
2. Con centro en O, punto medio del segmento EB, y radio OE se traza una semicircunferencia que corta a AC en el punto F.
3. El segmento AF es el lado del cuadrado pedido.



Cuadrado equivalente a un círculo (cuadratura del círculo)

La cuadratura del círculo es una construcción aproximada, dado que en el cálculo del área del círculo se encuentra el número π , del que se desconoce su expresión decimal exacta.

1. Se dibuja un diámetro cualquiera AB, y por A se traza una recta tangente a la circunferencia. Se divide el radio OB en seis partes iguales, 1, 2, 3, etcétera.
2. Con centro en el punto 1, y radio igual al doble de la magnitud del diámetro, se traza un arco que corta a la tangente trazada anteriormente en P.
3. Se unen P y B con una recta que determina el punto C al cortar a la circunferencia. El segmento CA es el lado del cuadrado equivalente al círculo dado.



Equicomposición

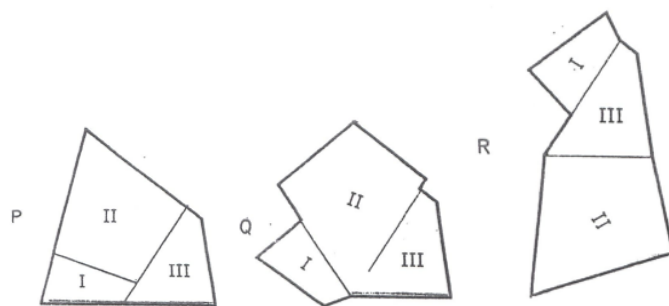
Si se divide en partes una figura plana dada, se denomina **equicomposición** a la construcción de otra de configuración distinta, compuesta con las partes de aquella.

A las figuras así obtenidas (que incluida la dada pueden ser dos más) se les denomina **equicompuestas**.

Las figuras equicompuestas son equivalentes, pues sus áreas son iguales, y deben cumplir las siguientes condiciones:

- que cada figura tenga el mismo número de partes
- que el número de partes sea finito
- que cada parte tenga su respectiva igual en cada figura

Los polígonos P, Q y R son equicompuestos.



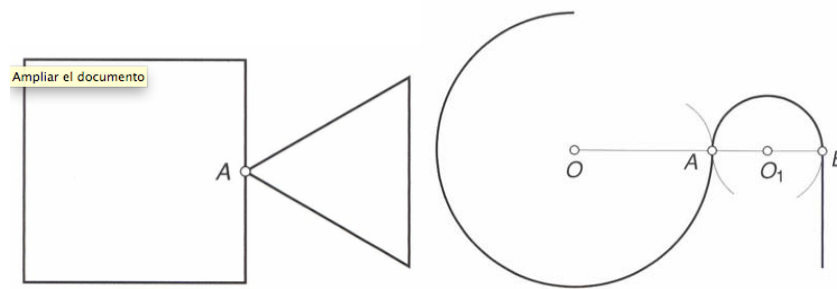
Tema 6 Tangencias y polaridad

Tema 6 Tangencias y polaridad	1
Tangencias	2
Propiedades.....	2
Enlaces.....	3
Definición.....	3
Construcción de enlaces.....	3
Enlace de dos rectas oblicuas mediante dos arcos del mismo sentido y distinto radio, conociendo los puntos T y T' de tangencia.....	3
Enlace de dos rectas oblicuas mediante dos arcos de sentido contrario, conociendo los puntos de tangencia T y T' y el radio r de uno de los arcos	4
Enlace de dos rectas paralelas mediante dos arcos del mismo sentido y distinto radio conociendo los puntos T y T' de tangencia	5
Enlace de un arco de radio conocido y una recta s dada, mediante un arco del mismo sentido y de radio r.....	5
Enlace de dos arcos, conociendo sus radios, que se cortan en sentido contrario mediante un arco de radio r.....	6
Enlace de dos arcos, conociendo sus radios, que se cortan en el mismo sentido, mediante un arco de radio r"	7
Enlace de una serie de arcos tangentes entre sí que envuelven una línea poligonal dada.....	7
Molduras.....	8
Arcos.....	9
Polaridad	9
Eje radical.....	9
Recta polar	10

Tangencias

Se dice que dos figuras planas son tangentes cuando tienen un solo punto en común, al que se conoce como punto de tangencia.

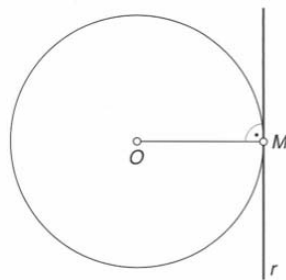
Las tangencias pueden producirse entre circunferencias y rectas, entre polígonos y rectas, entre circunferencias y polígonos, etc. Sin embargo, las tangencias más habituales en dibujo técnico son aquellas que se generan entre rectas y circunferencias, y entre circunferencias entre sí. El punto tangente en los siguientes dos ejemplos es A.



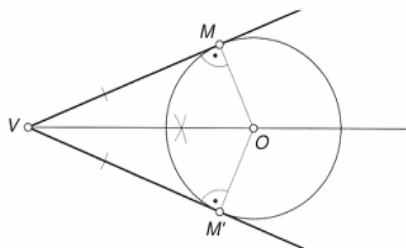
Propiedades

Para solucionar con exactitud los trazados de tangencias, han de tenerse en cuenta los siguientes teoremas:

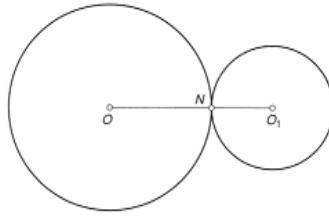
Primer teorema: una recta r es tangente a una circunferencia cuando tienen entre sí solamente un punto M en común, y la recta es perpendicular al radio de la circunferencia en el punto M .



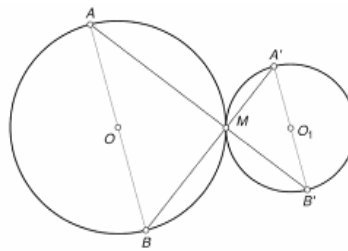
Segundo teorema: una circunferencia es tangente a dos rectas r y s que se cortan si su centro está situado en la bisectriz del ángulo que forman las rectas.



Tercer teorema: dos circunferencias son tangentes si tienen un punto en común N , alineado con los centros de la circunferencia.



Cuarto teorema: En dos circunferencias tangentes, si se traza un par de diámetros paralelos y se unen mediante rectas los extremos opuestos de ellos, se observa que dichas rectas de unión están alineadas con el punto de tangencia M .



Enlaces

Definición

La unión armónica entre curvas y rectas o de curvas entre sí se denomina enlace, y esta unión debe producirse por tangencia.

Construcción de enlaces

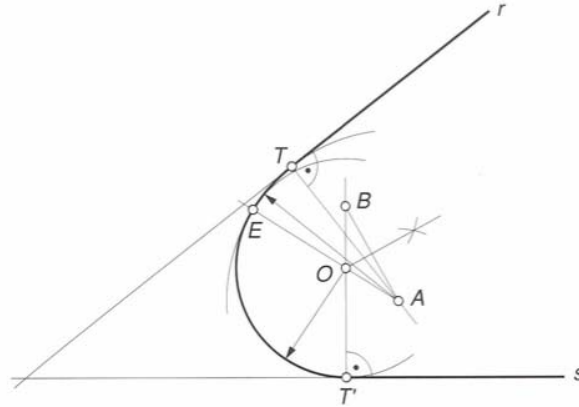
El modo de operar es el siguiente:

- a) Se determinan los puntos de tangencia del problema planteado.
- b) Se traza la línea de enlace entre los puntos de tangencia. De este modo el conjunto de líneas, rectas y curvas o curvas entre sí, aparece como una sola línea continua y armónica.

Enlace de dos rectas oblicuas mediante dos arcos del mismo sentido y distinto radio, conociendo los puntos T y T' de tangencia

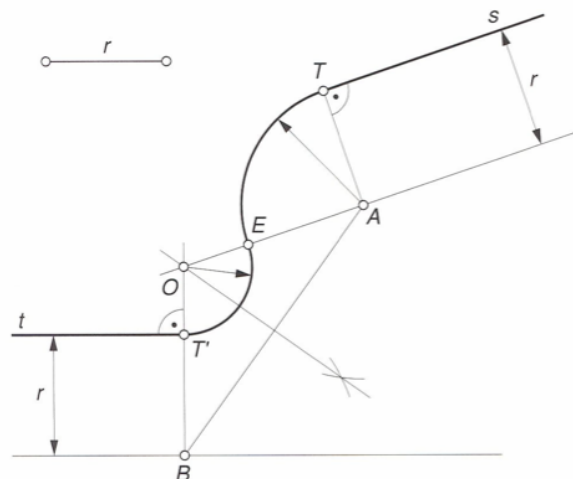
1. Se trazan perpendiculares por los puntos T y T' de tangencia dados a las rectas r y s , señalando sobre ellas los puntos A y B de manera arbitraria, pero siendo igual el segmento AT que el BT' .
2. Se toma el punto A como centro de uno de los dos arcos que van a unir las dos rectas. Por tanto, con centro en A y radio AT se traza un arco,

3. Se dibuja el segmento AB y donde su mediatriz corta al segmento BT' se encuentra el centro O del otro arco buscado.
4. Con centro en O y radio OT' se traza otro arco que corta al anterior en el punto E de tangencia entre ambos arcos. Este punto se encuentra situado en la recta que une los centros de dichos arcos.



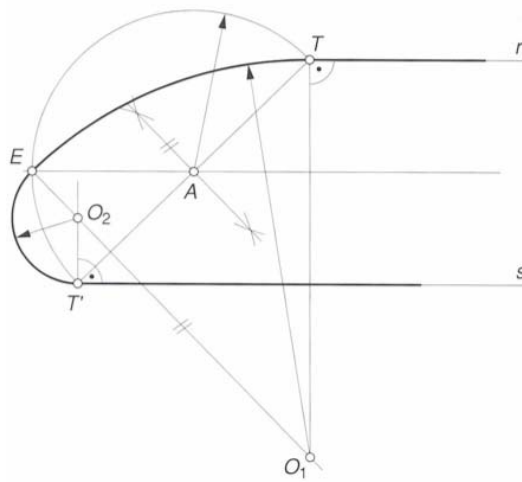
Enlace de dos rectas oblicuas mediante dos arcos de sentido contrario, conociendo los puntos de tangencia T y T' y el radio r de uno de los arcos

1. Se trazan perpendiculares por los puntos de tangencia T y T' dados a las rectas s y t. Con una distancia igual a r, se trazan paralelas a s y a t, determinando los puntos A y B, como se indica en la figura.
2. Se dibuja el segmento AB y, donde su mediatriz corta a la prolongación de T'B queda determinado O, centro de uno de los arcos buscados. Se une A con O, y con centro en A y radio AT se describe un arco hasta cortar al segmento OA en el punto E, punto de enlace de los arcos buscados.
3. Con centro en O y radio OT', se realiza un arco hasta el punto E, determinando de este modo el enlace pedido.



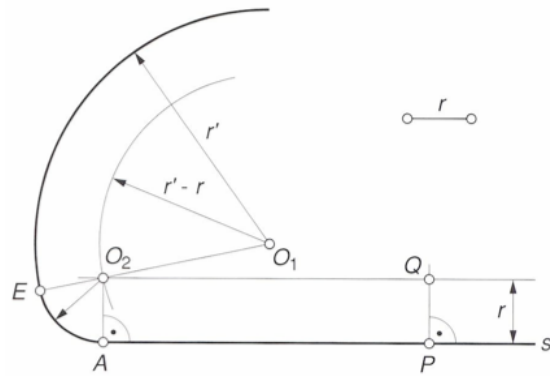
Enlace de dos rectas paralelas mediante dos arcos del mismo sentido y distinto radio conociendo los puntos T y T' de tangencia

1. Se trazan por los puntos de tangencia T y T' perpendiculares a las rectas dadas r y s. Se traza el segmento TT' y se halla su mediatriz obteniendo el punto A.
2. Por A se traza una recta paralela a las rectas r y s. Con centro en A y radio AT se describe un arco que corta a la paralela en el punto E, punto de tangencia de los dos arcos que unen las rectas r y s.
3. Por el punto E se traza una paralela a la mediatriz de TT' que corta a las perpendiculares trazadas desde T y T' a las rectas r y s, respectivamente, en los puntos O₁ y O₂, centros de los arcos buscados.



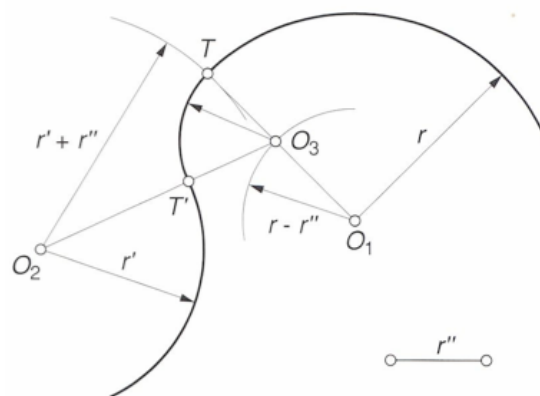
Enlace de un arco de radio conocido r' con centro en O1 y una recta s dada, mediante un arco del mismo sentido y de radio r

1. Se toma un punto P cualquiera de la recta s, y a partir de él se traza una perpendicular a s. Sobre la perpendicular, y a partir de P se lleva la magnitud de r, obteniendo así el punto Q. A partir de él se traza una paralela a la recta s.
2. Se resta al radio r', el radio r del arco conocido de unión. Se toma como medida esta diferencia para trazar un arco con centro en O1 que corta a la paralela en O2, centro del arco buscado. Se une O1 con O2 para determinar E, punto de enlace de los dos arcos.
3. Con centro en O2 y radio O2E, se traza el arco solución hasta unir con A, punto éste hallado al trazar la perpendicular desde O2 a la recta s.



Enlace de dos arcos, conociendo sus radios, que se cortan en sentido contrario mediante un arco de radio r''

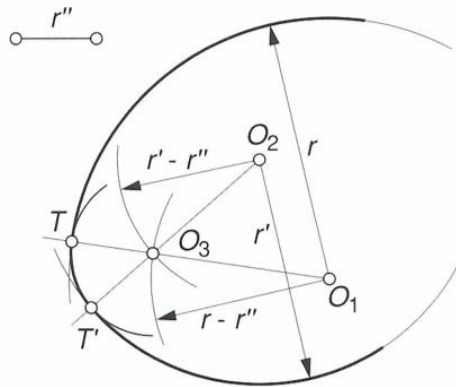
1. Los centros de los arcos conocidos son los puntos O_1 y O_2 y sus radios r y r' , respectivamente. Se resta a r el radio r'' , radio del arco de enlace buscado, tomando la medida resultante como radio, se traza desde O_1 un arco.
2. Se suma a r' el radio r'' y, con el valor del resultado como radio, se traza desde O_2 otro arco. El punto O_3 queda determinado al cortarse los arcos realizados desde O_1 y O_2 .
3. Se une O_3 con O_1 y O_2 , respectivamente, y se obtienen los puntos T y T' , que son los puntos de tangencia en el enlace. Para terminar, se hace centro en O_3 y, con radio O_3T , se traza un arco desde T hasta T' , para determinar el enlace pedido.



Ojo, la figura está mal; la explicación está bien

Enlace de dos arcos, conociendo sus radios, que se cortan en el mismo sentido, mediante un arco de radio r''

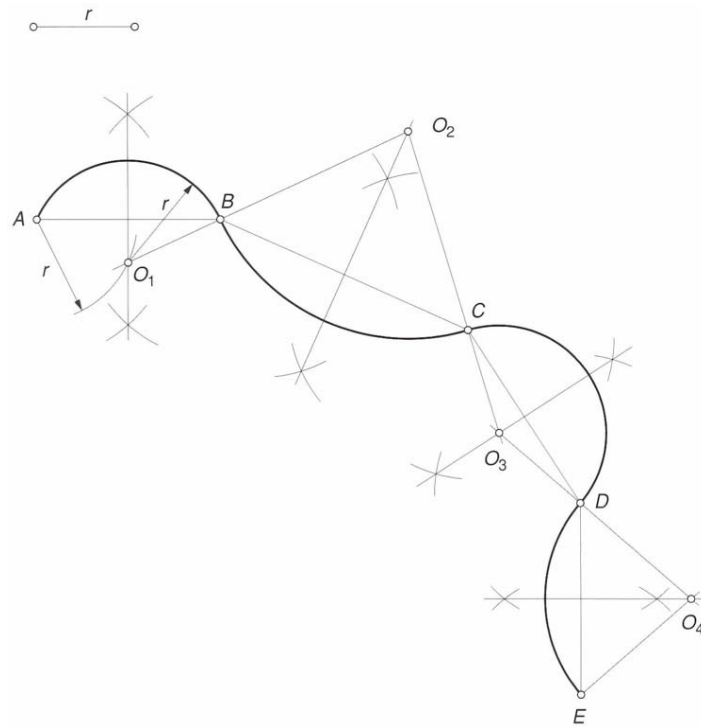
1. Los centros de los arcos conocidos son los puntos O_1 y O_2 y sus radios r y r' , respectivamente. Se resta a r el radio r'' , radio del arco de enlace buscado, tomando la medida resultante como radio, se traza desde O_1 un arco.
2. Se resta a r' el radio r'' , radio del arco de enlace buscado, y tomando la medida resultante como radio se traza desde O_2 un arco. El punto O_3 queda determinado al cortarse los arcos realizados desde O_1 y O_2 .
3. Se une O_3 con O_1 y O_2 , respectivamente, y se obtienen los puntos T y T' que son los puntos de tangencia en el enlace. Para terminar se hace centro en O_3 y, con radio O_3T , se traza un arco desde T hasta T' , para determinar el enlace pedido.



Enlace de una serie de arcos tangentes entre sí que envuelven una línea poligonal dada

Se parte del conocimiento de donde están los puntos A, B, C etc., y el valor del radio r que tiene el arco AB.

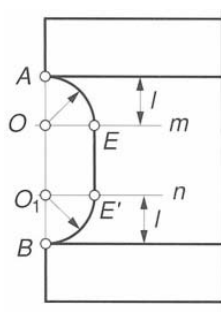
1. Se halla la mediatriz del segmento AB; con centro en A y radio r se traza un arco que corta a la mediatriz en el punto O_1 . Después, con centro en O_1 y radio r se traza un arco que une los puntos A y B.
2. Se unen los puntos B y C y se halla la mediatriz del segmento que corta a la recta O_1B en el punto O_2 . Con centro en O_2 , se traza el arco BC.
3. Se unen los puntos C y D, y se traza la mediatriz del segmento CD que corta a la recta O_2C en el punto O_3 . Con centro en O_3 se traza el arco CD, y así sucesivamente.



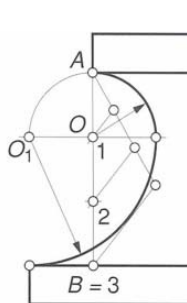
Molduras

Las **molduras** son adornos que se utilizan principalmente en obras de arquitectura. Se suelen poner a lo largo de las fachadas de edificios entre la unión de dos elementos arquitectónicos, o incluso dentro de sus estancias. Por ejemplo, en la unión de las paredes con el techo de las habitaciones, alrededor de las ventanas y puertas, etc. En algunas ocasiones sirven también como elemento de refuerzo.

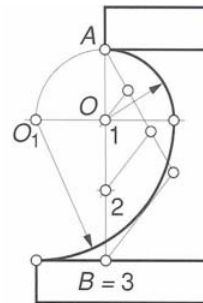
La moldura, por tanto, consiste en una banda en relieve con un perfil uniforme que se repite sucesivamente. Las siguientes figuras muestran la construcción de las molduras más comunes.



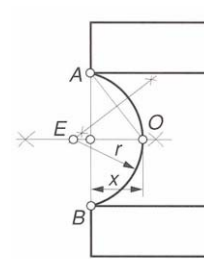
Corona



Escocia



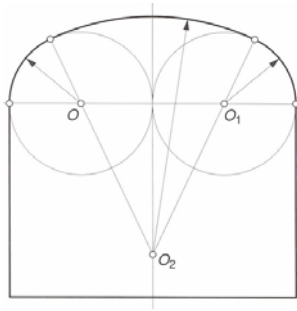
Gola



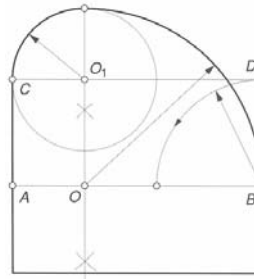
Gorguera

Arcos

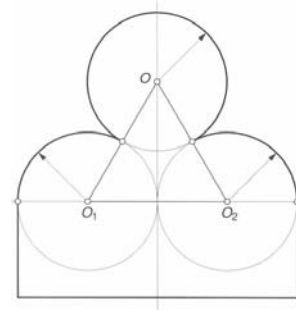
Los **arcos** son también construcciones arquitectónicas de configuración generalmente curva que cubre el vano de un muro o la luz entre pilares, mandando a éstos las cargas de la edificación que hay encima del vano. Las siguientes figuras recogen la construcción de varios arcos utilizados en arquitectura.



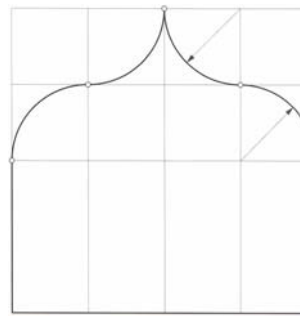
Arco carpanel



Arco rampante



Arco trebolado

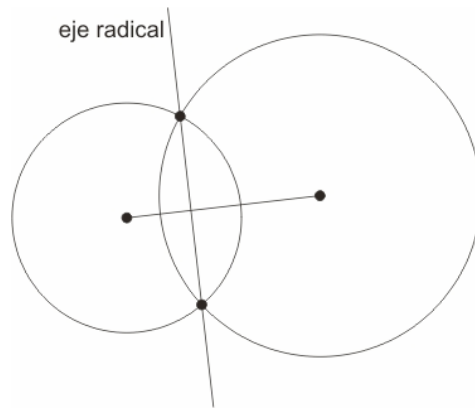


Arco flamígero o conopial

Polaridad

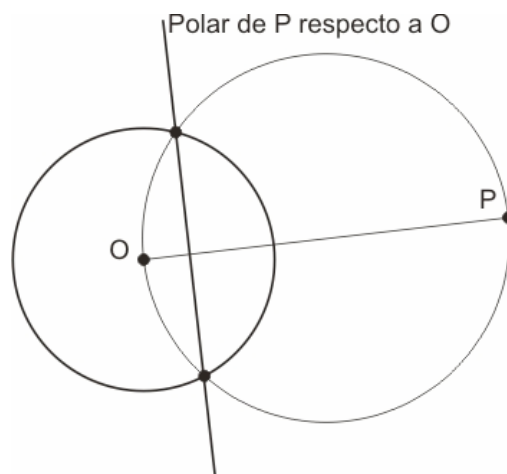
Eje radical

El eje radical de dos circunferencias es el lugar geométrico de los puntos del plano que tienen igual potencia con respecto a ambas. Este lugar es una recta que debe ser perpendicular a la recta que une los centros de las dos circunferencias.



Recta polar

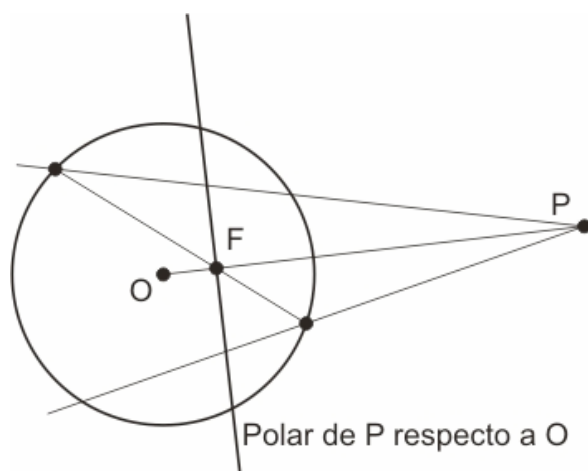
La recta polar de un punto P (que se denomina polo) y una circunferencia de centro O (también llamada círculo director) es el eje radical de esa circunferencia y otra cuyo diámetro es PO . Si el polo es interior al círculo director, la polar es una recta exterior a éste. Si el polo pertenece al contorno del círculo director, la polar es la tangente al círculo director por el polo.



Una posible forma de trazar la recta polar es

1. Trazar la recta OP
2. Trazar dos secantes simétricas a OP
3. Unir los puntos de corte opuestos, dando el punto F en OP

La perpendicular a OP por F es la polar.



Tema 8

Sistemas de Representación

Geometría Descriptiva (I)

- Geometría: Parte de las matemáticas que estudia el espacio y las figuras que se pueden formar en él a partir de puntos, líneas, planos y volúmenes. Del griego *geo* (tierra) + *metron* (medida)
- Geometría Descriptiva: parte de la geometría que tiene como objeto representar cuerpos en superficies planas
- Los objetos del mundo real son 3D
- Los medios de impresión y comunicación (papiros, papeles, libros, mapas, monitores) usados a lo largo de la historia han sido fundamentalmente 2D (excepción: globo terráqueo)

Geometría Descriptiva (II)

- Se necesita una transformación de 3D a 2D que cumpla ciertas propiedades. Estas dependen del tipo de aplicación: militar, ingeniería, arte, etc
- <http://www.tododibujo.com>
- <http://trazoide.com/index.html>

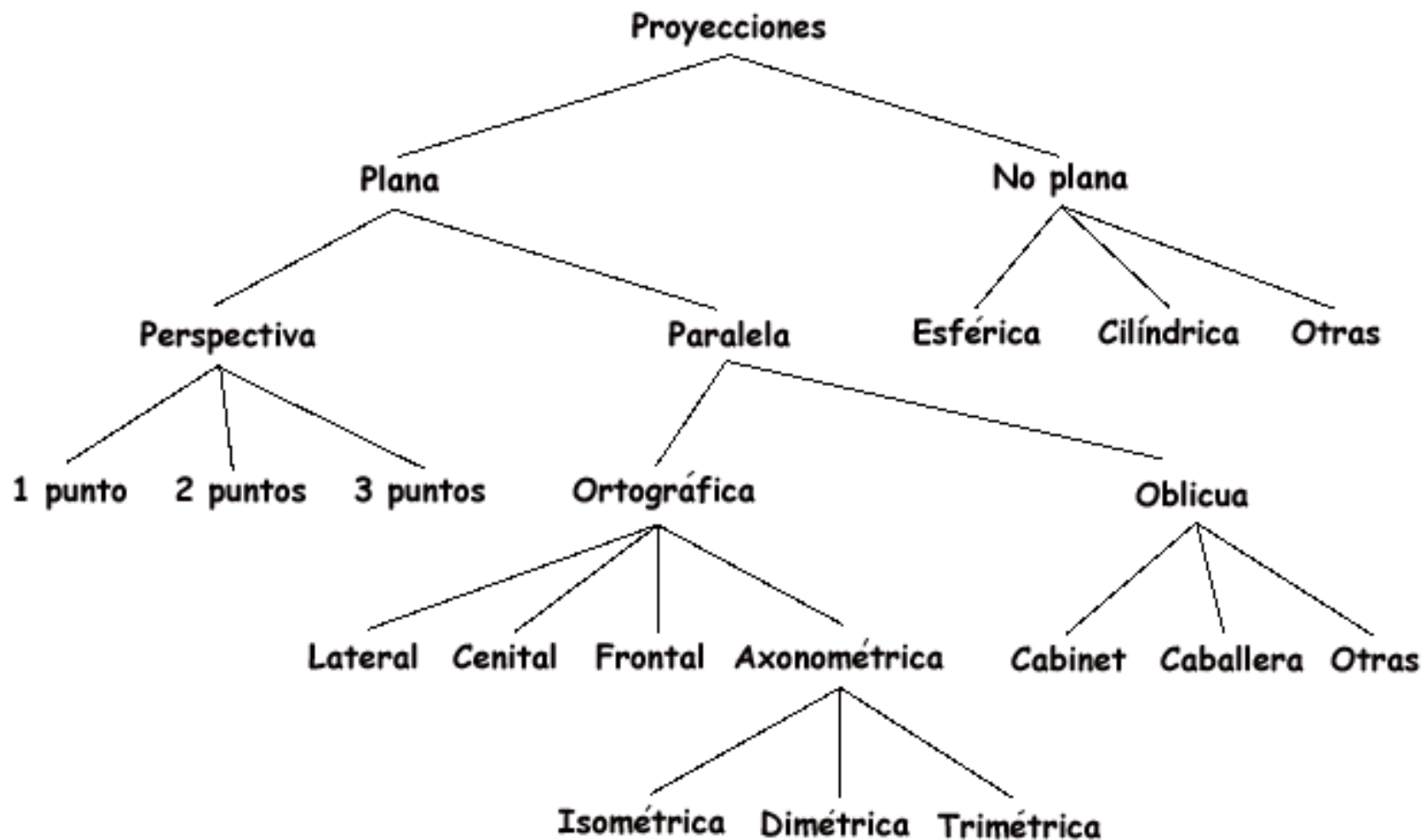
Proyecciones (I)

- El paso de 3D a 2D es necesario para hacer una descripción bidimensional de un cuerpo físico tridimensional. A esto se le llama **proyección**
- Estrictamente, en matemáticas **una proyección** es cualquier aplicación que **transforma puntos de un sistema de coordenadas de dimensión n en puntos de un sistema de coordenadas de dimensión m menor que n**
- Es decir, una función de C^n en C^m , siendo C un conjunto cualquiera y m, n enteros tal que $m < n$

Proyecciones (II)

- En geometría, nos interesa sólo el conjunto de los números reales con dimensiones 3 y 2. Es decir, proyecciones de 3D a 2D (de R^3 en R^2)
- Las proyecciones no son aplicaciones biyectivas. Al aplicar una proyección perdemos información, por lo que con sólo una proyección de una figura 3D, normalmente no podemos inferir la estructura tridimensional de la figura

Tipos de Proyecciones (I)

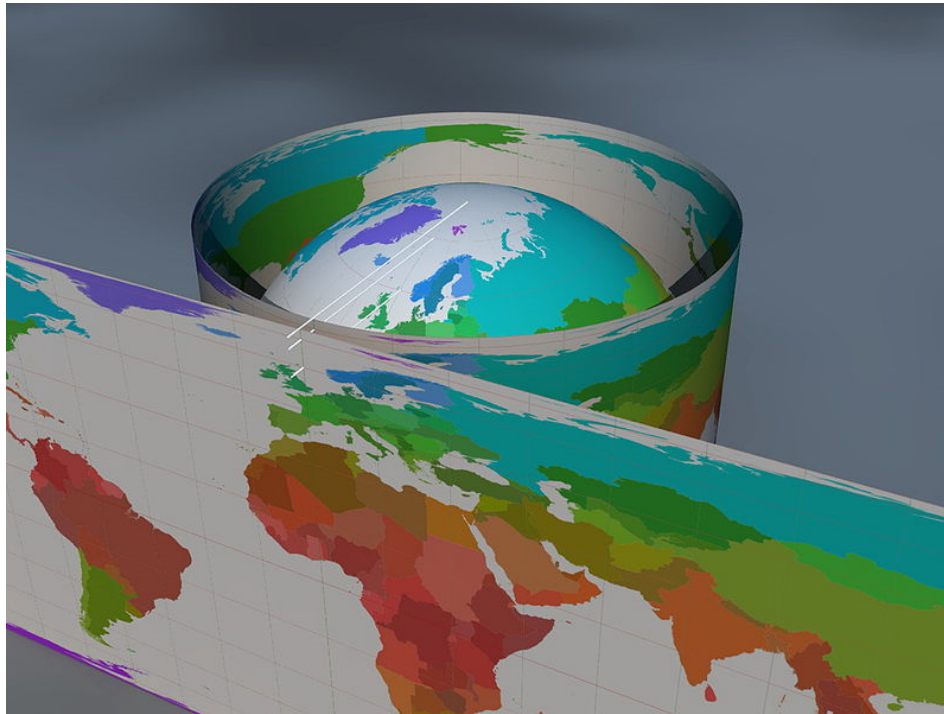


Tipos de Proyecciones (II)

- **Proyecciones No Planas:** aquellas que se realizan sobre superficies no planas (cilindros, esferas, conos, secciones esféricas, secciones cilíndricas...). El ojo humano ve con proyección aproximadamente esférica (aunque el cerebro hace correcciones)
- **Proyecciones Planas:** aquellas que se realizan sobre un plano. Son las más comunes (fotografía, dibujo) y las que usaremos en este curso

Proyecciones No Planas

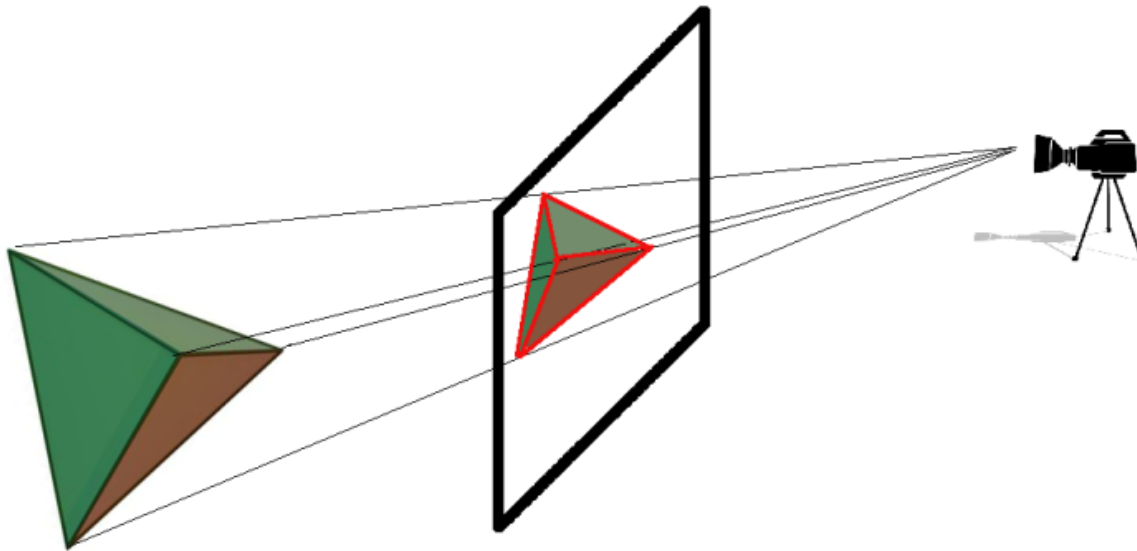
- Su uso más habitual es en geografía -> **proyecciones cartográficas** como la de **Mercator** (Google Maps la usa)



Ejemplo de proyección no plana cilíndrica

Proyecciones Planas

- Para obtener la proyección de un objeto sobre un plano (**plano de proyección**) se trazan rectas (**proyectantes** o **proyectoras**) desde los puntos característicos del objeto hacia un punto (**centro de proyección**) situado al otro lado del plano de proyección

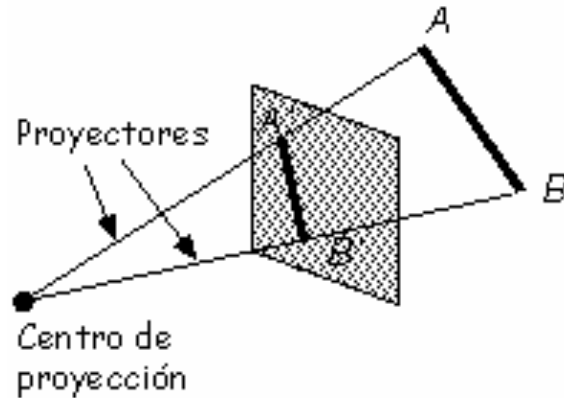


Tipos de Proyecciones Planas (I)

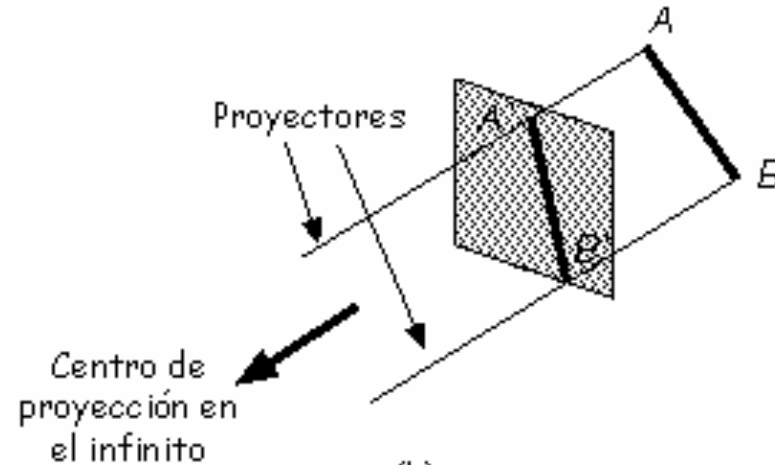
- Según la posición del centro de proyección, las proyecciones planas se clasifican en:
- a) **Proyección paralela** (también llamada cilíndrica): si el centro de proyección está situado en el infinito (por tanto las proyectantes no se llegan a cruzar y son paralelas)
- b) **Proyección perspectiva** (también llamada central o cónica): si el centro de proyección no está en el infinito y por tanto las proyectantes se acaban cortando en el centro de proyección

Tipos de Proyecciones Planas (II)

- a) Proyección perspectiva (o cónica)
- b) Proyección paralela (o cilíndrica)



(a)



(b)

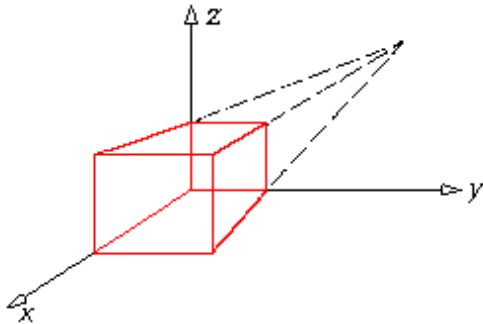
Proyección Perspectiva

- Es la más empleada en fotografía, dibujo, simulación, videojuegos, ... ya que es la más parecida de las planas a cómo ve el ojo humano el mundo
- En general no se mantienen distancias ni ángulos en la proyección. De hecho, los objetos lejanos aparecen más pequeños que los cercanos (*foreshortening*) lo que le da un aspecto natural a la representación
- Apropiaada para arte y dibujo pero menos para descripciones matemáticas

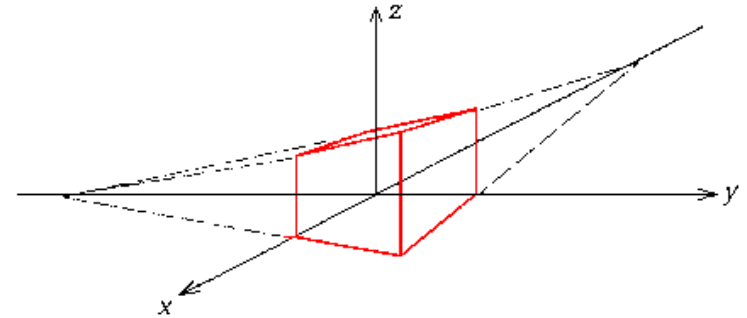
Perspectiva: Puntos de Fuga (I)

- Dependiendo de la orientación del plano de proyección respecto a los ejes de coordenadas, la proyección perspectiva puede presentar 1, 2 ó hasta 3 puntos de fuga, que es el lugar donde convergen todas las rectas paralelas a una dirección dada.
- **1 punto de fuga:** plano de proyección paralelo a 2 ejes y perpendicular al otro)
- **2 puntos de fuga:** plano de proyección paralelo a un eje, y oblicuo a los otros 2
- **3 puntos de fuga:** plano de proyección oblicuo a los 3 ejes de coordenadas

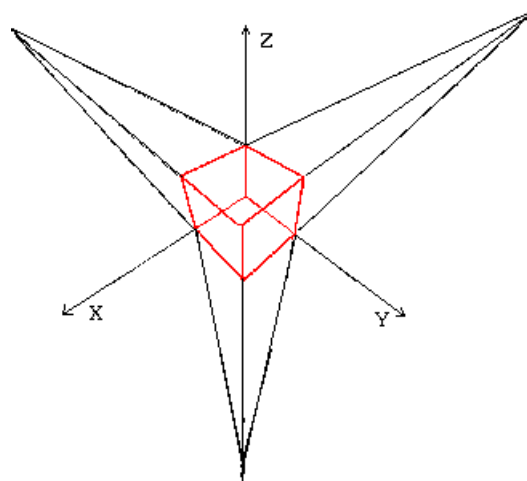
Perspectiva: Puntos de Fuga (II)



Perspectiva con **1 punto de fuga**
(**Perspectiva frontal**)
(Ej: Plano proyección paralelo a **Z** y a **Y**,
perpendicular a **X**)



Perspectiva con **2 puntos de fuga**
(**Perspectiva oblicua**)
(Ej: Plano proyección paralelo a **Z**,
oblicuo a **X** y a **Y**)

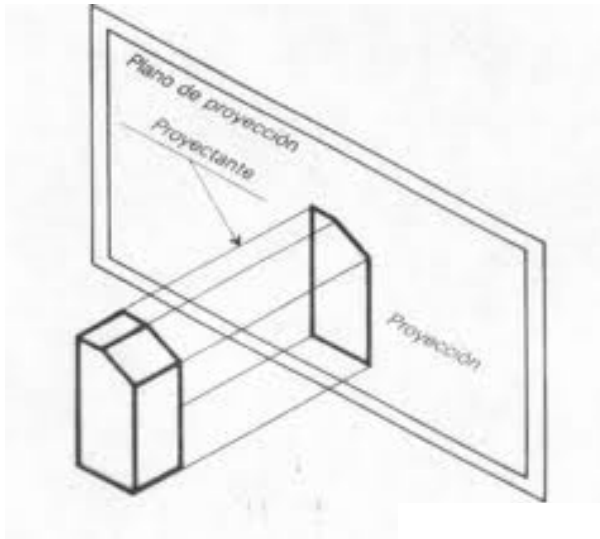


Perspectiva con **3 puntos de fuga**
(**Perspectiva aérea**)
(Plano proyección oblicuo a **X**, **Y** y **Z**)

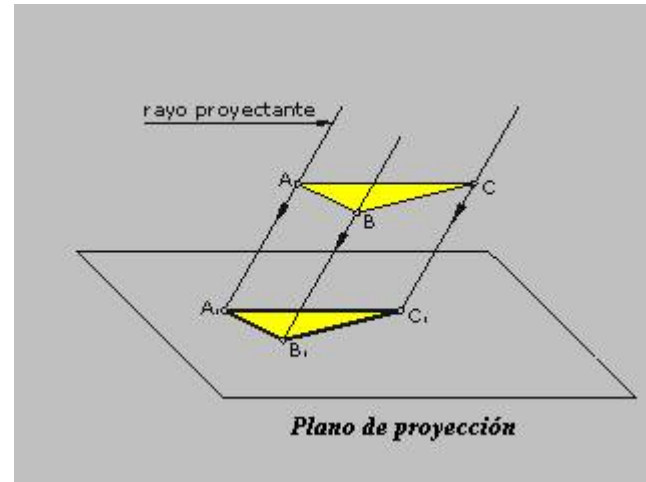
Proyección Paralela (I)

- Es la más usada en geometría descriptiva porque muchas veces conserva ángulos y/o distancias, o al menos hay una relación conocida con las reales
- Según la dirección de las proyectantes respecto al plano de proyección hay 2 tipos:
- a) Proyecciones paralelas ortogonales (o ortográficas)
- b) Proyecciones paralelas oblicuas

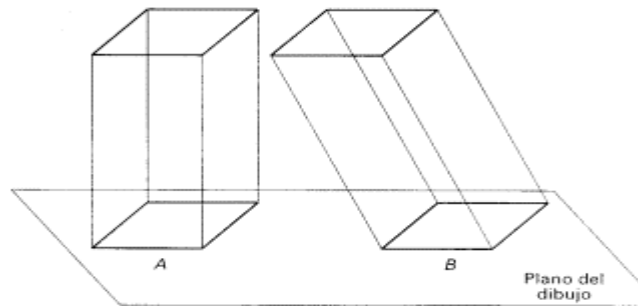
Proyección Paralela (II)



Proyección paralela ortogonal



Proyección paralela oblicua



Proyección ortogonal (izq) y oblicua (der)

Proyección Paralela Ortogonal

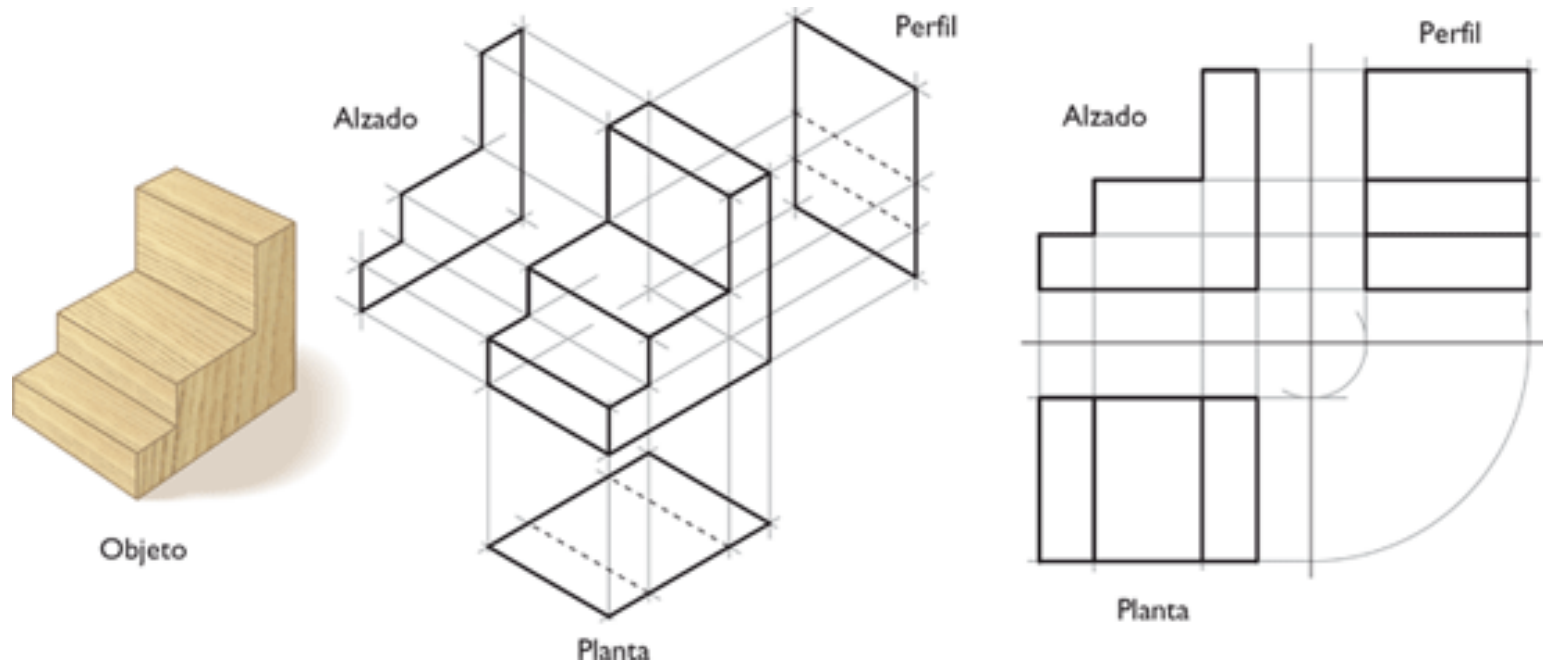
- Estas proyecciones son bastante poco realistas, ya que aunque conservan distancias y ángulos, la dirección de profundidad se pierde por lo que el cerebro tiene más problemas para inferir la tridimensionalidad que con las proyecciones perspectivas.
- Son útiles sin embargo para descripciones exactas de piezas, edificios y en general para la ingeniería

Tipos de Proyección Paralela Ortogonal

- Dependiendo de la orientación del plano de proyección respecto a los ejes de coordenadas, se clasifican en:
 - a) alzado (plano de proyección frontal)
 - b) planta (plano de proyección cenital)
 - c) perfil (plano de proyección lateral)
 - d) axonométrica (plano de proyección arbitrario: no paralelo a ningún eje)

Alzado, Planta y Perfil

- La elección de qué es “ancho, alto o largo” es arbitraria, aunque intenta hacerse según la posición natural de la pieza



Proyección Paralela Ortogonal

Axonométrica (I)

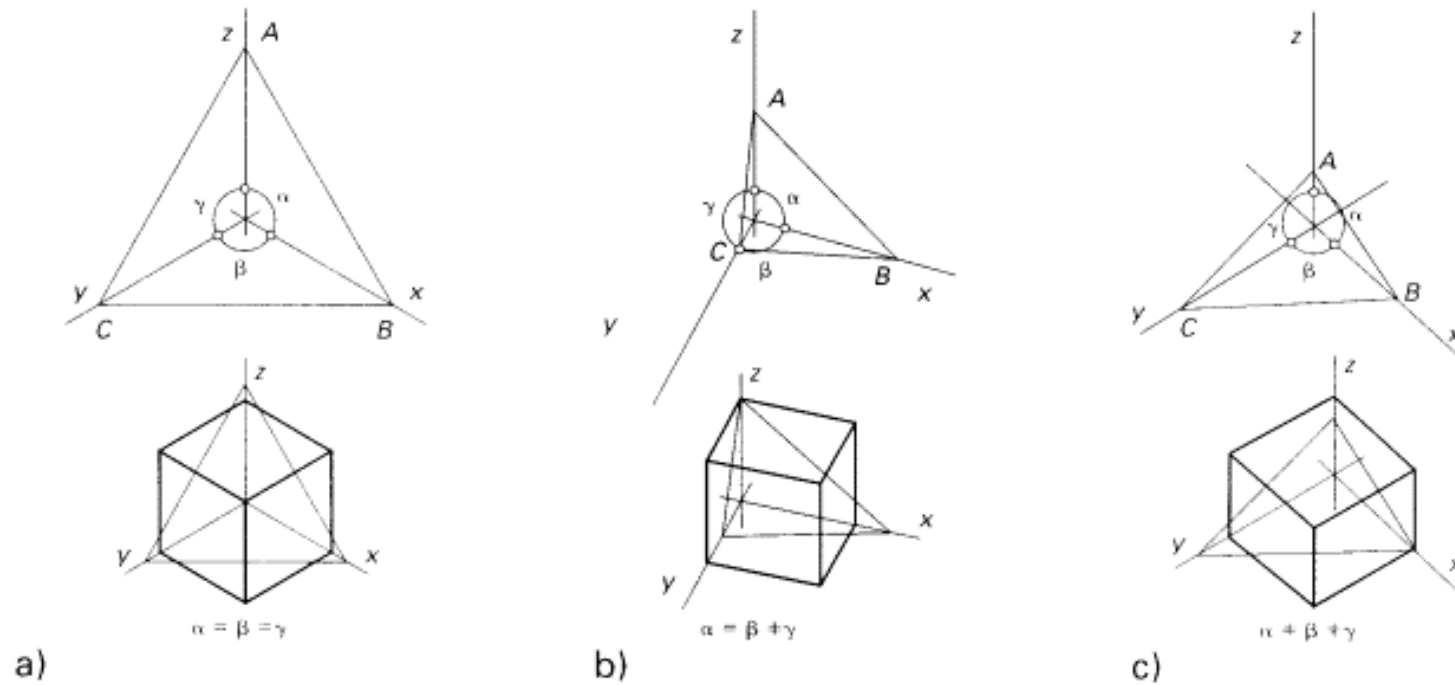
- Axonométrico significa “**medida sobre los ejes**”
- Según como corte el plano de proyección a los ejes, se dividen en:
- Isométrica: los 3 ángulos de corte son todos iguales
- Dimétrica: 2 de los ángulos de corte son iguales, el otro es diferente
- Trimétrica: los 3 ángulos de corte son distintos

Proyección Paralela Ortogonal

Axonométrica (II)

- Del griego: axon (eje) + metron (medida)
- Desde tiempos ancestrales, la proyección más empleada era la natural (perspectiva). Ésta, sin embargo, no es sencilla de manejar cuando se quieren medir distancias y ángulos.
- La necesidad de diseñar piezas y elementos de forma sencilla se puso de manifiesto en la Revolución Industrial. William Farish, publicó en 1820, en la Universidad de Cambridge, su “On Isometrical Perspective”. La proyección isométrica formulada por Farish resolvía con sencillez los complicados problemas métricos de las perspectivas con puntos de fuga. Dibujando siempre en la dirección de tres rectas que forman ángulos de 120° , se representan a la misma escala las tres magnitudes de los objetos: altura, anchura y profundidad.

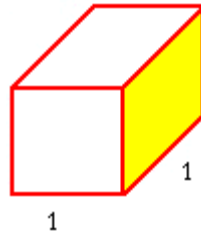
Proyección Paralela Ortogonal Axonométrica (III)



Proyecciones: a) isométrica, b) dimétrica, c) trimétrica

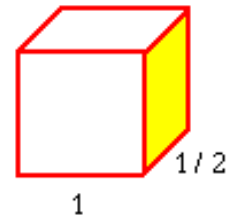
Tipos de Proyección Paralela Oblicua

- **Caballera:** el ángulo que forma la dirección de proyección con el plano de proyección (que es perpendicular a 1 de los ejes) es aquel cuya tangente es 1. Es decir, 45° . El efecto de profundidad es extraño ya que no hay *foreshortening*



- **Cabinet:** el ángulo que forma la dirección de proyección con el plano de proyección (que es perpendicular a 1 de los ejes) es aquel cuya tangente es $\frac{1}{2}$. Es decir, 63.4° . Esto la hace algo más realista que la caballera ya que el efecto de profundidad es mayor

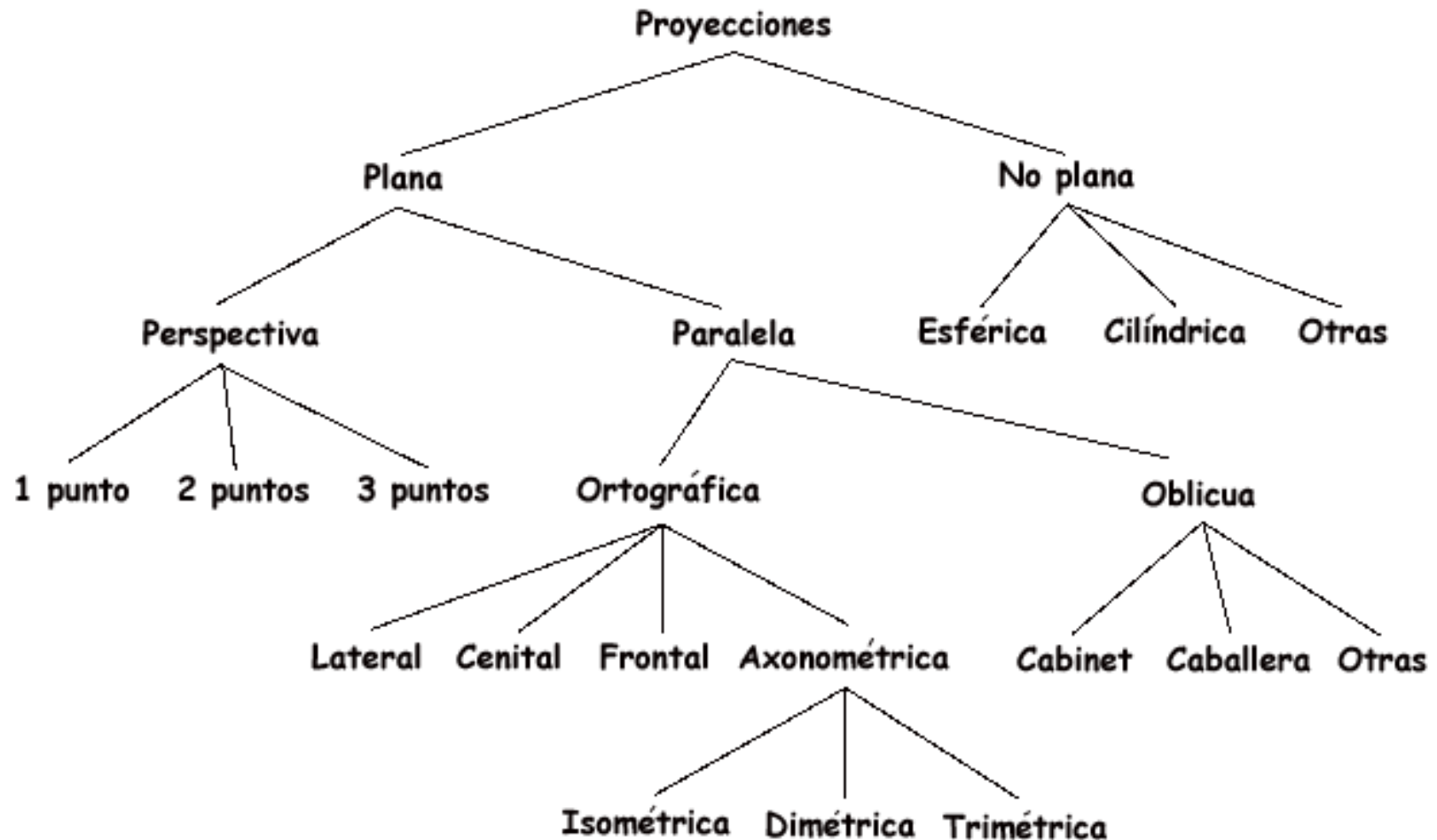
- Axonométricas (el plano de proyección es oblicuo)
- Otras



Proyección Caballera

- Al ser el ángulo 45° , ($\tan(45^\circ) = 1$) la proyección de una línea perpendicular al plano de proyección tiene la misma longitud que la línea original.
- Además, tiene la ventaja de que 2 de los ejes proyectados forman un ángulo de 90° (cosa que no ocurre en la proyección axonométrica)

Tipos de Proyecciones (repetición)



Sistemas de Representación

- Es un sistema donde se define la manera de representar piezas 3D en planos (hojas) 2D
- Dependiendo del ámbito de aplicación, se emplea una proyección diferente
- Sistemas:
 - a) diédrico
 - b) de planos acotados
 - c) de perspectiva caballera
 - d) de perspectiva cónica
 - e) axonométrico

Sistema Diédrico (I)

- Usa 2 proyecciones paralelas ortogonales (normalmente alzado y planta)
- Tiene la ventaja de que conserva distancias
- Tiene el inconveniente de que las caras perpendiculares a los planos de proyección (perfiles) se proyectan en una recta, con lo que hay ambigüedad: se resuelve dando una tercera vista (la de perfil normalmente)

Sistema Diédrico (II)

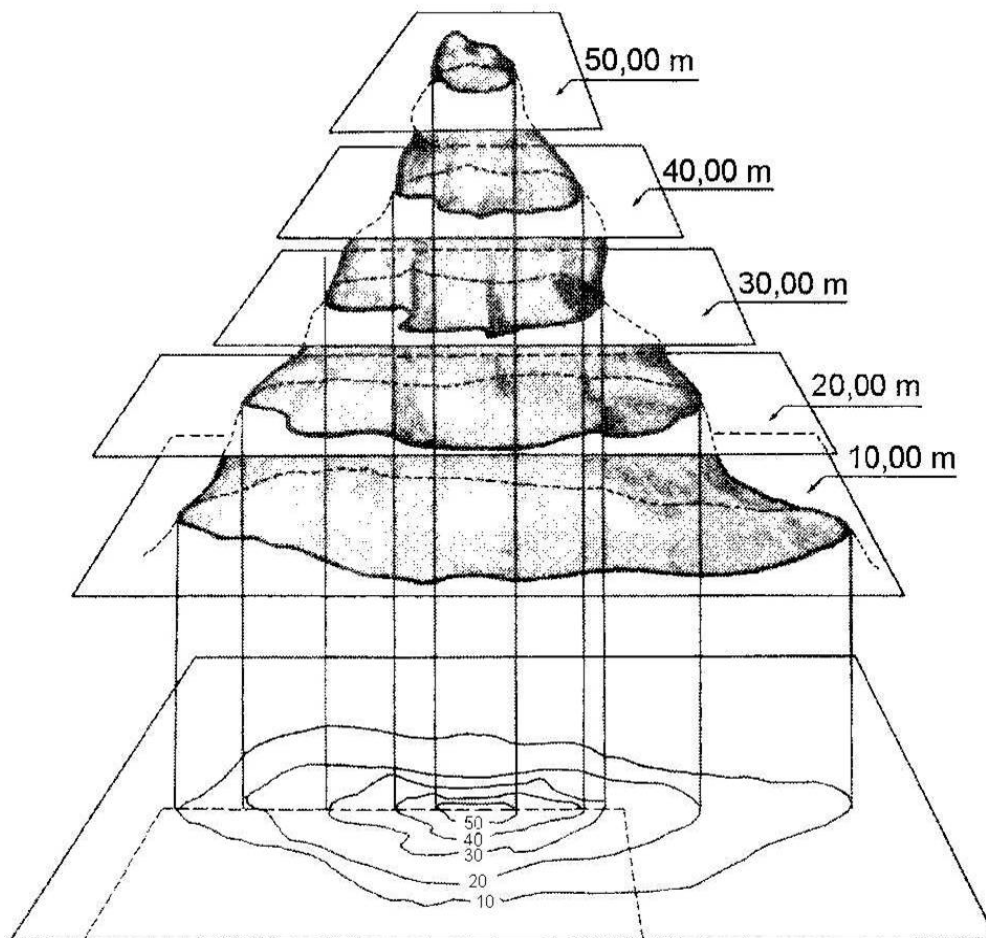
- <http://palmera.pntic.mec.es/~jcuadr2/laboratoriosd/index.html>

Sistema de Planos Acotados (I)

- También llamado de **curvas de nivel**
- Utiliza una sola proyección paralela ortogonal (normalmente planta) pero indicando las cotas (o alturas) sobre este plano
- Se utiliza fundamentalmente en mapas topográficos
- Las cotas se espacian a intervalos constantes de forma que la distancias entre las curvas de nivel de la proyección dan una idea de la pendiente (a menor distancia más pendiente)

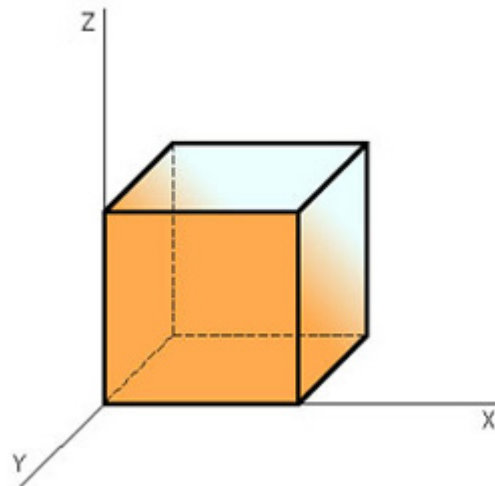
Sistema de Planos Acotados (II)

Ejemplo de curvas de nivel con espaciado de 10 metros



Sistema de Perspectiva Caballera

- Usa la proyección paralela oblicua caballera
- Aunque no es una proyección perspectiva, se le llama perspectiva porque da un aspecto parecido al realista (aunque falso porque los objetos lejanos no se empequeñecen) y por eso se le llama perspectiva

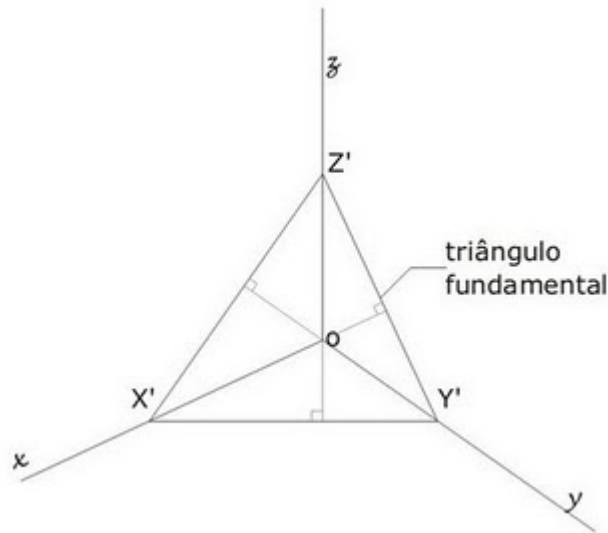


Sistema Axonométrico

- Cuando el plano de proyección no es paralelo a los ejes de coordenadas, se habla de proyección axonométrica.
- Si las proyectantes son perpendiculares al plano de proyección, se llama **axonometría ortogonal** (es la más usada)
- Si las proyectantes no son perpendiculares al plano de proyección se llama **axonometría oblicua**
- Un sistema axonómico es aquél que usa una proyección axonométrica para la representación de objetos en un plano

Triângulo Fundamental (I)

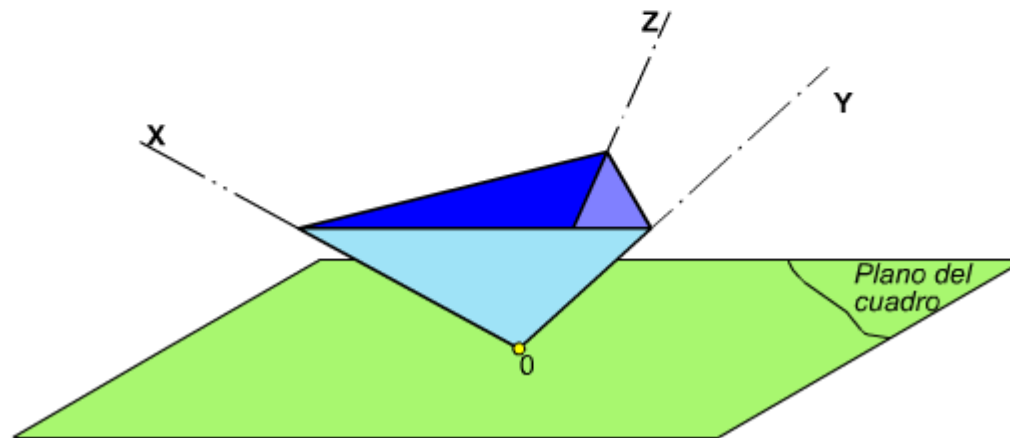
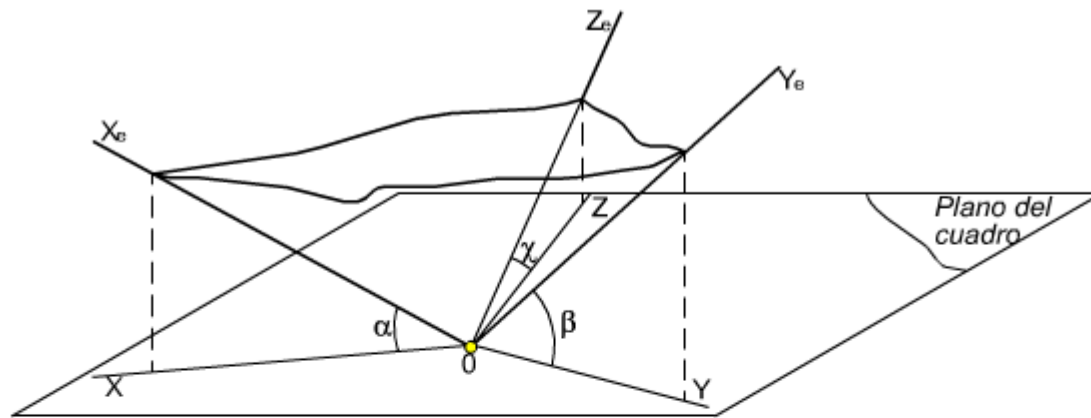
- Triângulo fundamental o de las trazas: es aquél formado por el plano de proyección al cortar con los ejes de coordenadas (las trazas son los cortes con los ejes coordenados, de ahí el nombre)



Triángulo Fundamental (II)

- Hay infinitos triángulos fundamentales (ya que no importa a que altura hagamos el corte), pero son todos semejantes
- La importancia del triángulo fundamental es que conociéndolo queda definido el sistema axonométrico
- Los ejes se proyectan según las alturas de dicho triángulo

Triedro de Referencia

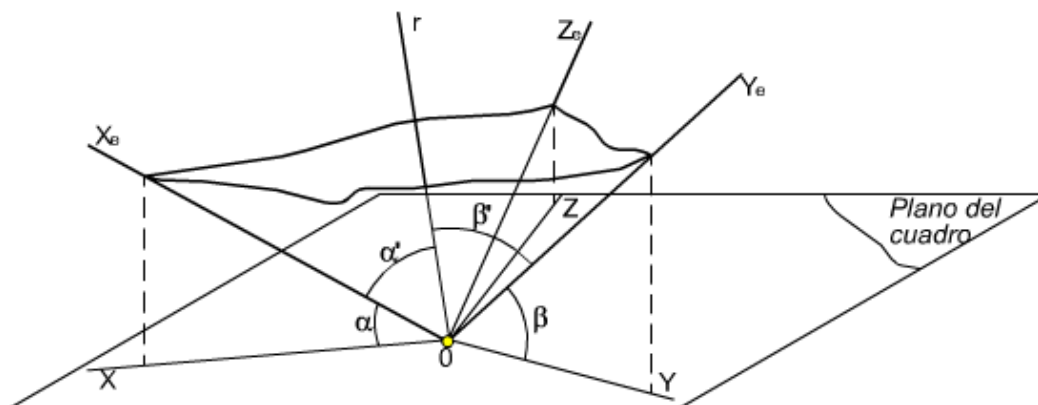


Coeficientes Axonométricos (I)

- Cada tipo de axonometría presenta unos coeficientes de reducción (factor entre el tamaño de lo proyectado respecto del tamaño real)
- El isométrico reduce por igual con un coeficiente de **0,8165:1** ($0,8165 = \cos(35,26^\circ)$) las distancias a lo largo de los 3 ejes, ya que $35,26^\circ$ es el ángulo que forma el plano de proyección con cualquiera de los ejes
- El dimétrico reduce 2 ejes con un coeficiente, y el tercero con otro distinto
- En el trimétrico los 3 coeficientes son distintos

Coeficientes Axonométricos (II)

Los ángulos α , β y γ guardan entre sí una relación debido a que son siempre perpendiculares entre sí. Para poder determinar dicha relación vamos a considerar una recta r que pase por el origen del sistema de referencia y sea perpendicular al plano del cuadro.



Esta recta forma con los ejes del espacio los ángulos α' , β' y γ' , y por lo tanto sus cosenos directores verifican la siguiente expresión:

$$\cos^2 \alpha' + \cos^2 \beta' + \cos^2 \gamma' = 1$$

Coeficientes Axonométricos (III)

Como α y α' son ángulos complementarios (suman 90) y lo mismo ocurre con β y con γ entonces:

$$\cos^2 \alpha' = \sin^2 \alpha$$

$$\cos^2 \beta' = \sin^2 \beta$$

$$\cos^2 \gamma' = \sin^2 \gamma$$

Con lo cual tenemos: $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$

Y en función de los cosenos (porque $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$) queda:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 2$$

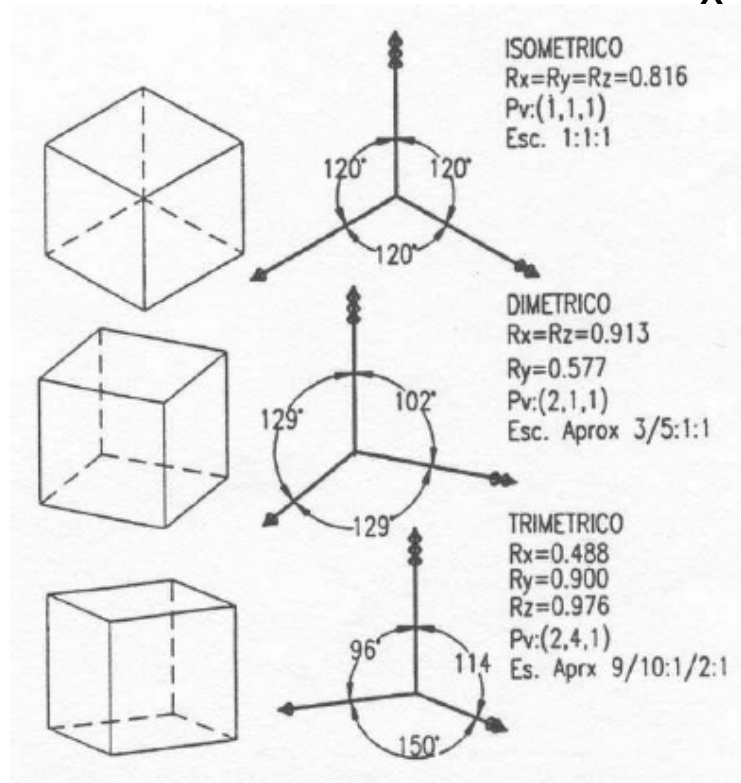
Definimos entonces los coeficientes axonométricos como

$R_x = \cos \alpha$ $R_y = \cos \beta$ $R_z = \cos \gamma$ con lo que tenemos:

$$R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 = 2$$

Coeficientes Axonométricos(IV)

- Se cumple la siguiente relación entre los coeficientes de reducción: $R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 = 2$



Ejemplos de escalas: a) isométrica, b) dimétrica, c) trimétrica

Coeficientes Axonométricos(V)

- Ej: isometría
- Los 3 ejes cortan al plano de proyección con el mismo ángulo

$$R_x = R_y = R_z$$

$$R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 = 2$$

$$3 \cdot R_x^2 = 2$$

$$R_x = R_y = R_z = \mathbf{0.8165}$$

- Y el ángulo es $\arccos(0.8165) = \mathbf{35,26^\circ}$
- Este es el ángulo que forma el plano de proyección con los ejes. No confundir con el ángulo que forman los ejes proyectados, que en isométrica es 120°

Escalas Axonométricas (I)

- El valor que resulta de dividir cada uno de los coeficientes de reducción por el valor del mayor es la **relación de escalas axonométrica**
- Ej: dimetría con $R_x = R_z = 0.913$ $R_y = 0.577$
- Factor de escala $1:1:0.632 \approx 1:1:3/5$ puesto que $0.577/0.913 = 0.623$
- Muchas veces el coeficiente de reducción que hay con los ejes originales se ignora, y lo que importa es la relación que hay entre las longitudes de los ejes (la escala)
- Ej: en isometría el factor 0,816 a veces se ignora y se toma la unidad proyectada como unidad real

Escalas Axonométricas (II)

AXONOMETRIAS MAS USUALES				
SUBSISTEMAS	Esquema de ejes	Perspectiva axonométrica (teórica)	Perspectiva axonométrica (práctica)	Dibujo axonométrico de un cubo $L = 1$
ISOMETRIA		$U_x \neq U$ $U_y \neq U$ $U_z \neq U$ $U_x = U_y = U_z$	$U_x = U$ $U_y = U$ $U_z = U$	
DIMETRIA $1=1/2=1$			$U_x = U$ $U_y = 1/2 U$ $U_z = U$	
DIMETRIA $1=1/3=1$		$U_x \neq U$ $U_y \neq U$ $U_z \neq U$ $U_x = U_z \neq U_y$	$U_x = U$ $U_y = 1/3 U$ $U_z = U$	
DIMETRIA $1=1/4=1$			$U_x = U$ $U_y = 1/4 U$ $U_z = U$	
TRIMETRIA $5/6=2/3=1$		$U_x \neq U$ $U_y \neq U$ $U_z \neq U$ $U_x \neq U_y \neq U_z$	$U_x = 5/6 U$ $U_y = 2/3 U$ $U_z = U$	
TRIMETRIA $9/10=1/2=1$			$U_x = 9/10 U$ $U_y = 1/2 U$ $U_z = U$	

U - Unidad de longitud real

U_x - Unidad reducida o escala axonométrica

Proyecciones o Vistas Normalizadas (Normas UNE 1032:1982, ISO 128) *Proyecciones cilíndricas ortogonales.*

La Norma define que hay 6 vistas:

a: Vista Principal, de Frente o Alzado

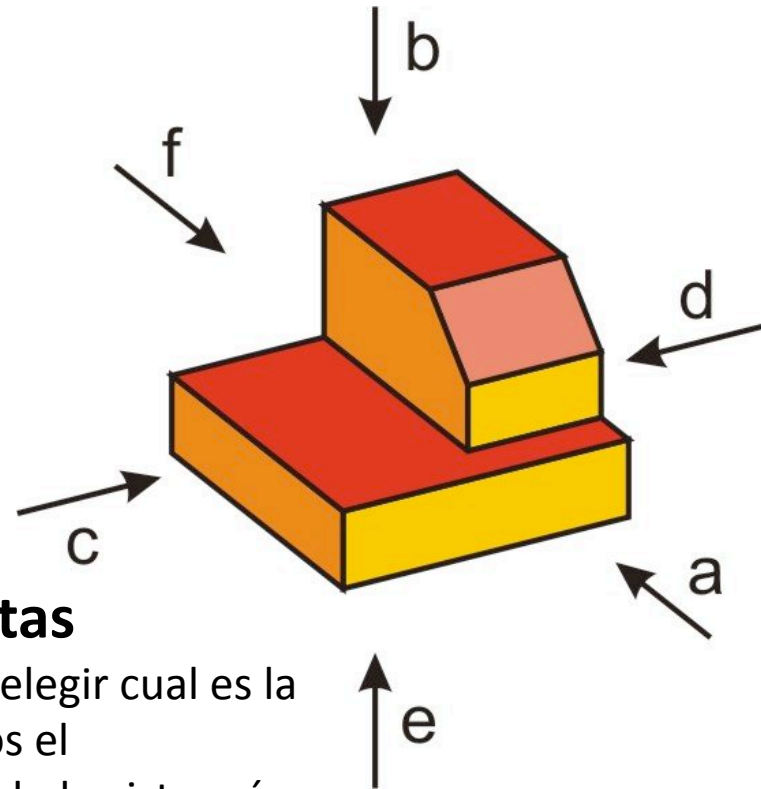
b: Vista Superior o Planta

c: Lateral o Perfil Izquierdo

d: Lateral o Perfil Derecho

e: Vista Inferior

f: Vista Posterior o Alzado Posterior.



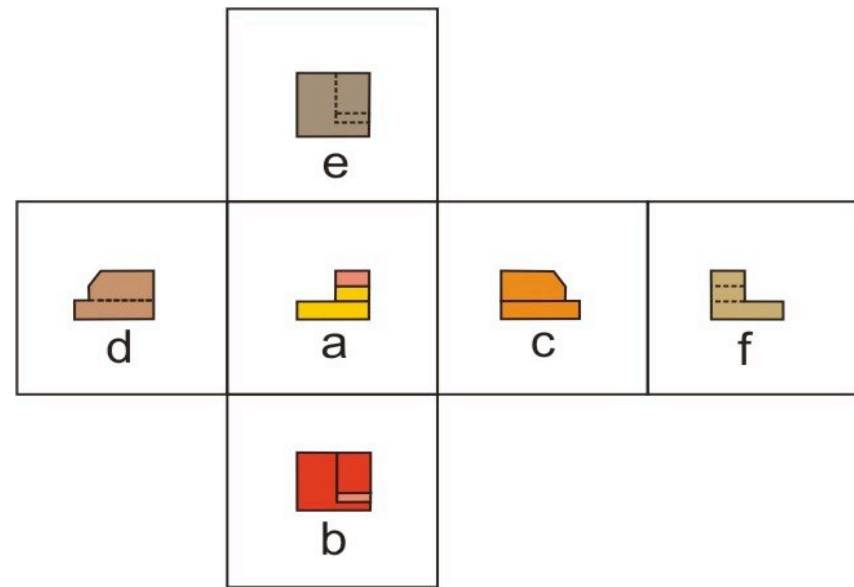
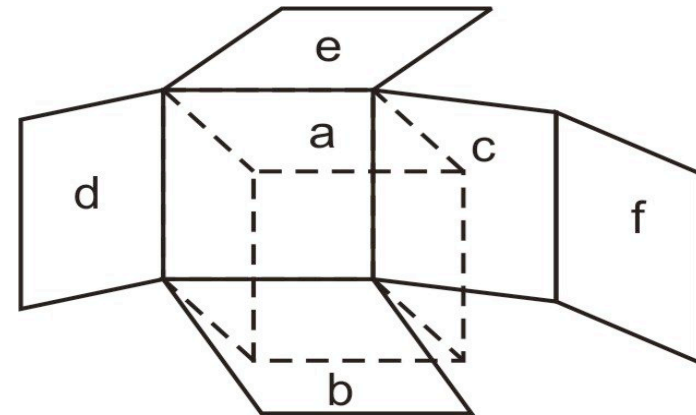
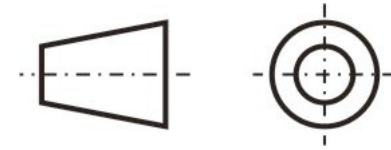
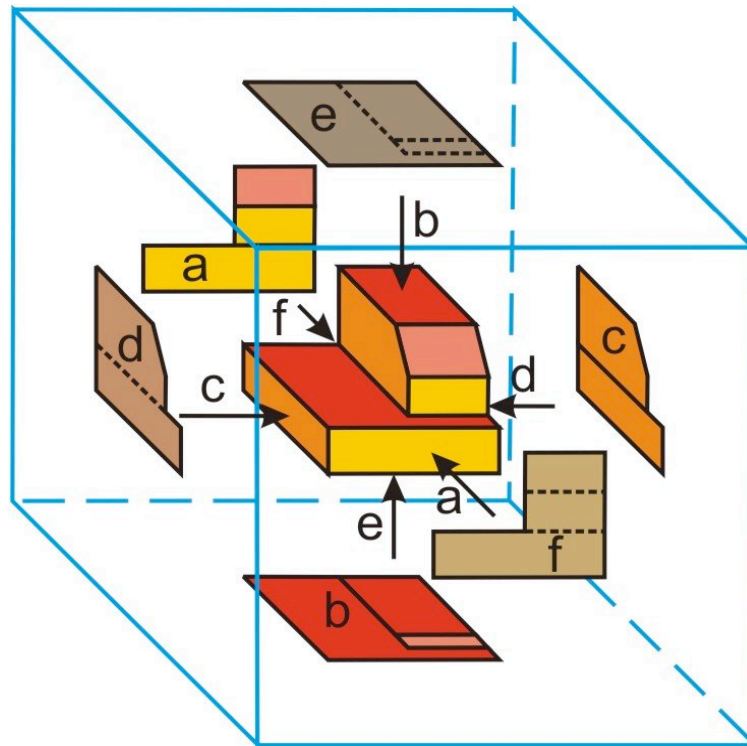
Elección del Alzado y del resto de vistas

Antes de comenzar a realizar un dibujo, debemos elegir cual es la proyección o vista principal, la que consideraremos el Alzado. Debe elegirse como Vista de Frente o Alzado la vista más característica del objeto, generalmente la que lo representa en su posición de utilización.

En general, en la elección de vistas, hay que seguir estas reglas:

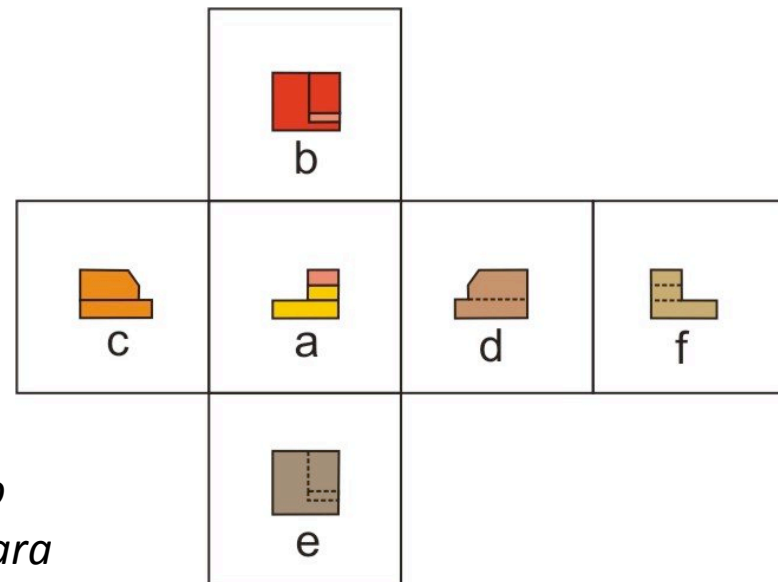
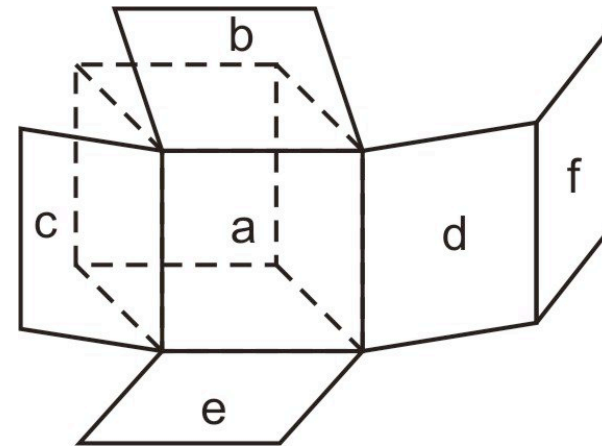
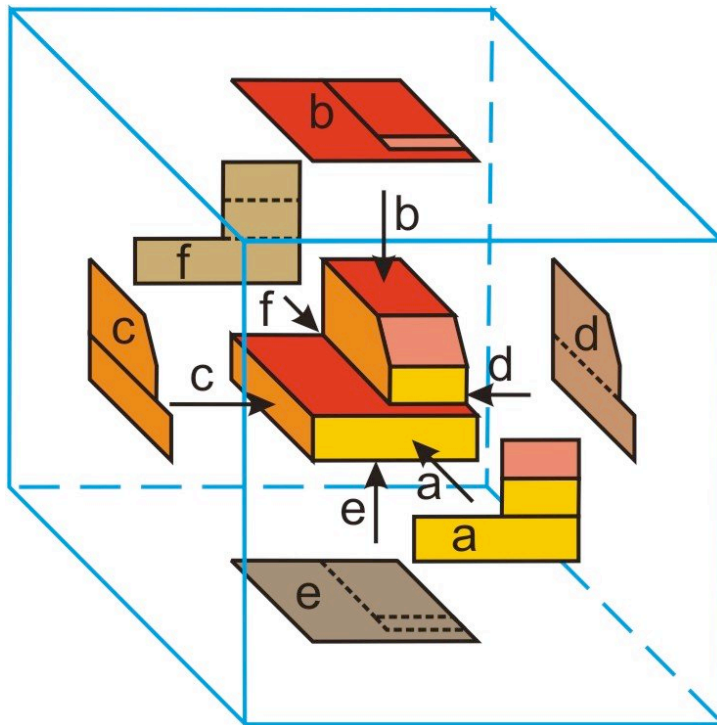
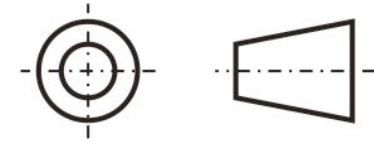
- Limitar el número de vistas al mínimo necesario.
- Evitar la profusión de contornos y aristas ocultos.
- Evitar la repetición inútil de detalles.

Método Europeo o del Primer Diedro



En el Sistema Europeo colocamos el objeto sobre el papel y lo giramos por encima de él para obtener las 6 vistas

Método Americano o del Tercer Diedro



En el Sistema Americano *colocamos el objeto bajo el papel y lo giramos por debajo de él para obtener las 6 vistas.*

Tema 11. Acotación

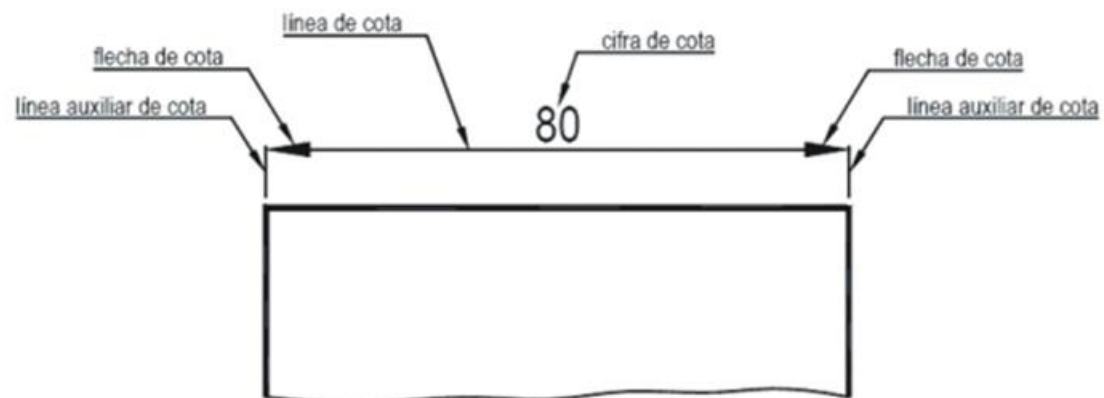
Expresión Gráfica

Definiciones

- La **acotación** es la indicación en un plano de las medidas reales que tienen los objetos representados en él, con independencia de la escala a que estén dibujados. Esta información, que se incorpora en forma de cotas, es la más importante que aparece en el plano, y por tanto hay que proporcionarla de forma clara, precisa e inequívoca.
- En un plano deben figurar todas las cotas necesarias para conseguir su objetivo, con indicación expresa de las más importantes: un objeto representado y correctamente acotado en un plano se deberá poder fabricar sin necesidad de realizar mediciones sobre el dibujo ni deducir medidas por suma o diferencia de cotas.
- El dibujante también deberá evitar incluir cotas innecesarias o repetitivas, que pueden dar lugar a errores o malas interpretaciones.

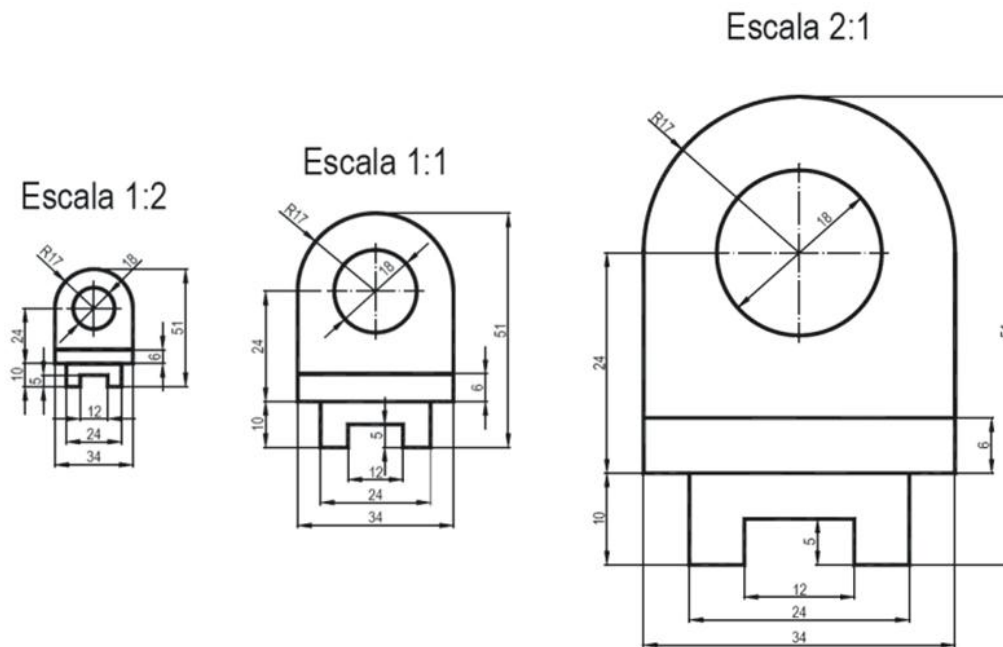
Elementos de las cotas

- **Líneas auxiliares de cota.**
- Son líneas paralelas que parten de los extremos de la magnitud que se va a medir. Salvo casos excepcionales, se dibujan perpendiculares a esa magnitud. Se dibujan con línea fina continua, y no deben tocar a la vista (debe dejarse una pequeña separación).
- **Línea de cota.**
- Es una línea paralela a la magnitud a medir. Las líneas auxiliares deben sobrepasarla ligeramente. En los extremos de la línea de cota se colocan las flechas (o símbolos similares), y sobre ella se coloca la cifra de cota. Se dibuja con línea fina continua.
- **Flechas de cota.**
- Son dos símbolos que se dibujan en los extremos de la línea de cota. La norma permite variaciones sobre estos símbolos, tal y como se verá más adelante.
- **Cifra de cota.**
- Es la indicación numérica de la medida, en las unidades de medida que tenga el plano por defecto. Es la parte más importante de la cota y, como se verá, debe tener visibilidad preferente en el plano. Normalmente se coloca centrada en la línea de cota, sin especificar el tipo de unidad de medida. En mecánica la unidad de medida lineal es el milímetro (mm), y los ángulos se miden en grados ($^{\circ}$), minutos ($'$) y segundos ($''$). Si se usan otras unidades o sistemas debe indicarse en el cuadro de rotulación y/o en una leyenda del plano, o bien especificar las unidades junto a las cifras de cota.



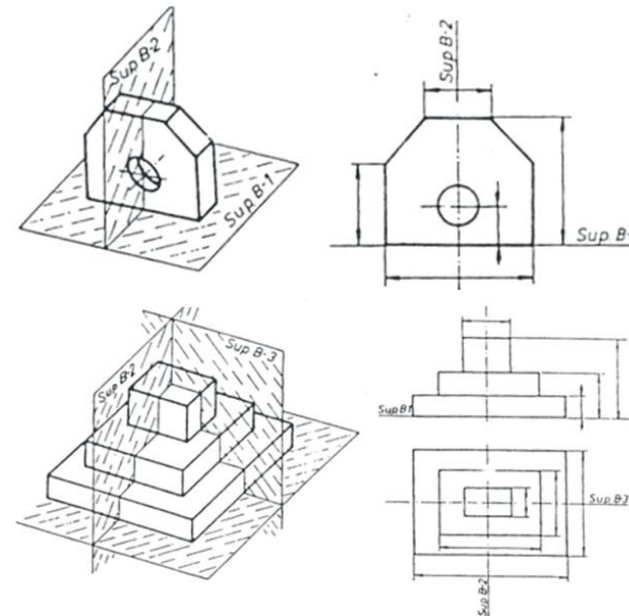
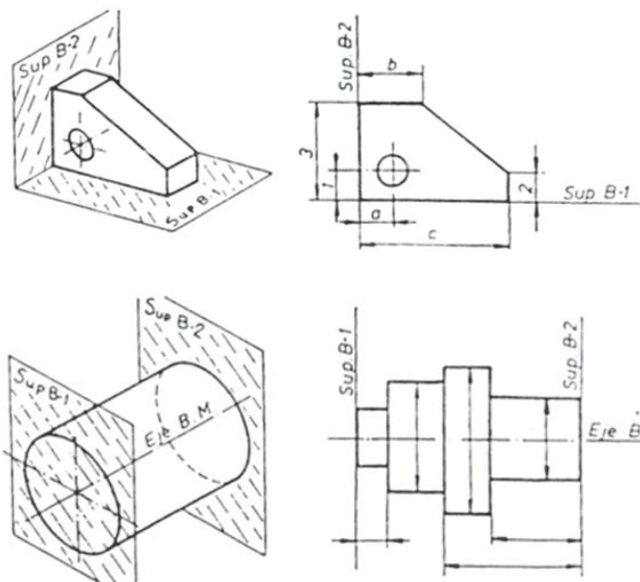
Escalas y Acotación

- La acotación es independiente de la escala. En la cifra de cota siempre debe aparecer la medida real, sea cual sea la escala utilizada.



Elección de los planos de referencia

- Las cotas siempre se definen con respecto a unos planos de referencia, que se eligen dependiendo de la morfología de la pieza o conjunto. En general, hay que seguir estas reglas:
 - Si la pieza tiene caras planas, se eligen como planos de referencia las caras exteriores de la mismo.
 - Si la pieza es simétrica, un plano de referencia debe coincidir con el plano de simetría.
 - Si la pieza es de revolución, los planos de referencia deben ser perpendiculares al eje de revolución.
 - Si la pieza es prismática y tiene dos planos de simetría, se eligen ambos como planos de referencia.

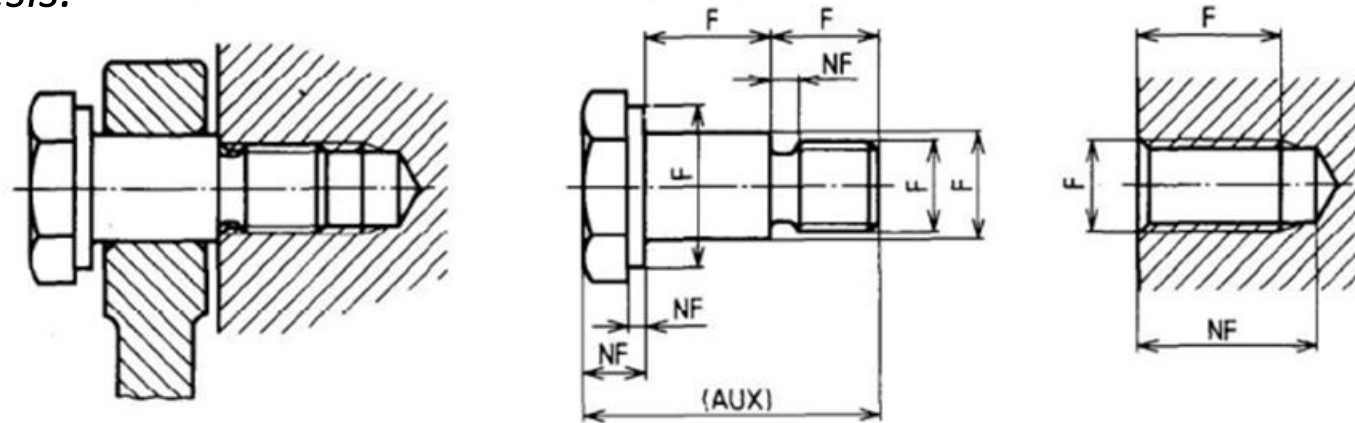


Definiciones

- Atendiendo a su funcionalidad, las cotas pueden ser:

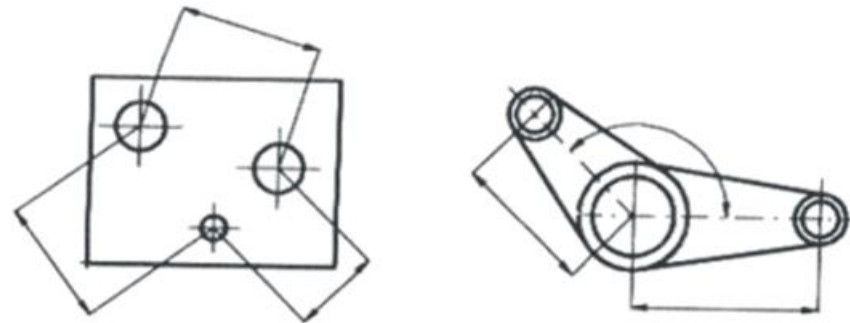
Cotas Funcionales (F): Son cotas esenciales para determinar la funcionalidad de la pieza o del hueco o elemento. Debe aparecer obligatoriamente en el plano (deben ser explícitas).

- Cotas No Funcionales (NF):** Son cotas no esenciales para la función de la pieza.
- Cotas Auxiliares (AUX):** Son cotas dadas únicamente a título informativo. Puede deducirse aritméticamente de otras cotas funcionales y/o no funcionales o de otros planos o documentos. *Puede ponerse entre paréntesis.*



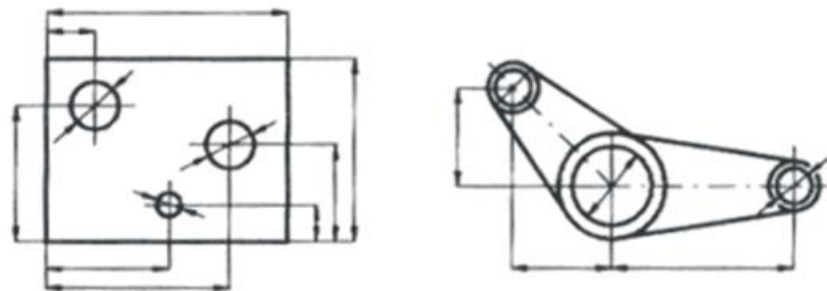
Definiciones

- Según el criterio de función o funcionamiento
- Su objetivo es proporcionar información de las condiciones de trabajo o funcionamiento de la pieza o conjunto. Según este criterio, pueden obviarse las medidas no funcionales (NF) y la auxiliares (AUX).



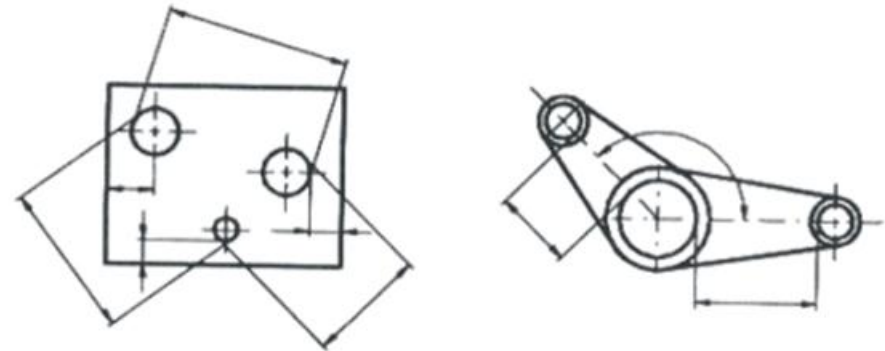
Definiciones

- Según el criterio de fabricación
- Su objetivo es proporcionar toda la información necesaria para fabricar la pieza. Deben aparecer todas las cotas necesarias.



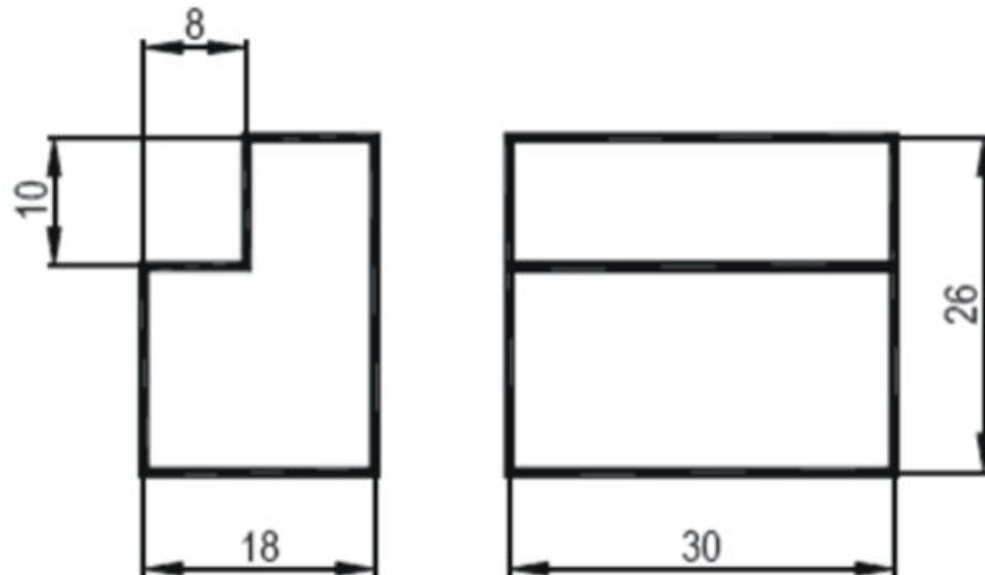
Definiciones

- Según el criterio de verificación.
- Su objetivo es proporcionar medidas que van a permitir verificar (mediante instrumentos o equipos de medida adecuados) que la pieza o máquina cumple los requerimientos necesarios.



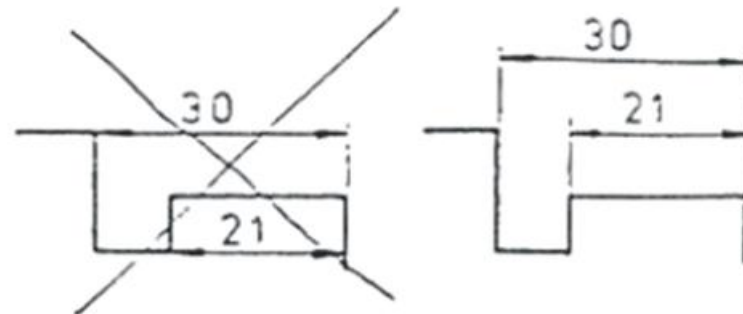
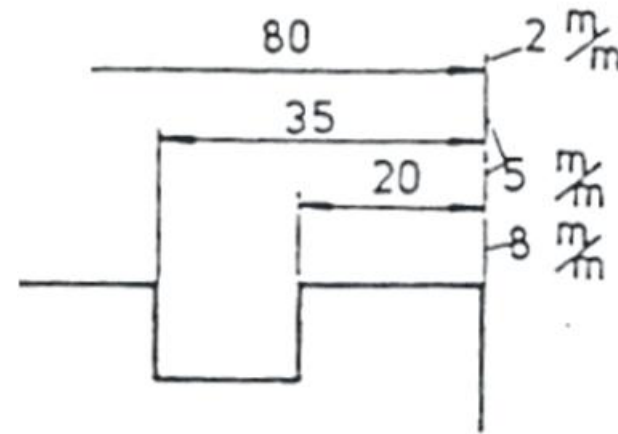
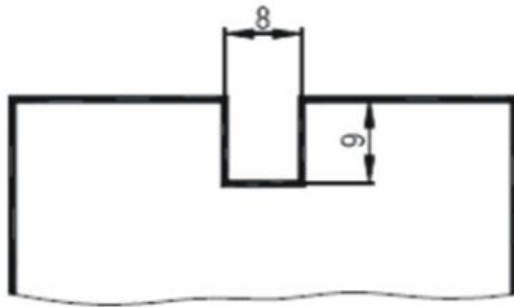
Sobre la repetición de cotas

- Cada elemento o detalle se acotará una única vez en un plano, y debe hacerse en la vista o corte que lo represente más claramente y en verdadera magnitud. Deben evitarse cotas repetitivas.



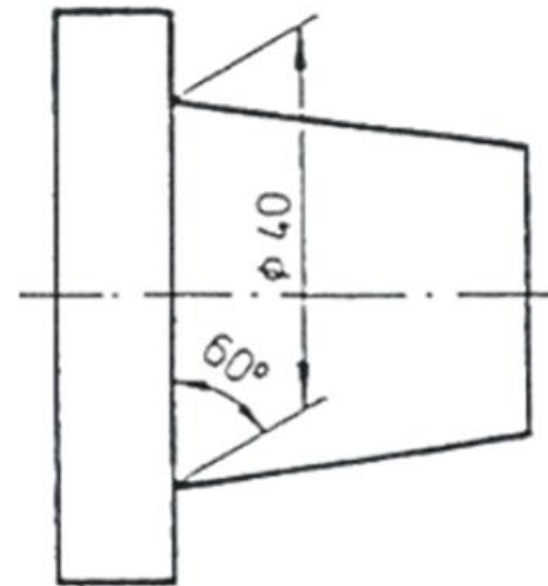
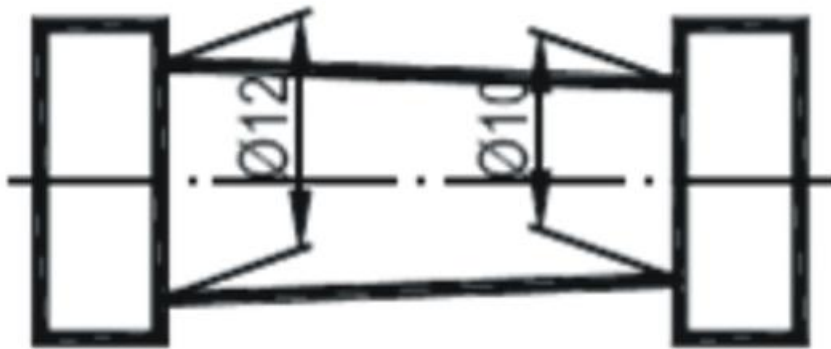
Colocación de las cotas

- Las cotas, siempre que sea posible, deben situarse fuera de la vista, separándolas de ella aprox. 8 mm y entre sí aprox. 5 mm.
- Si es inevitable, podrán situarse en el interior de la vista, pudiendo hacer coincidir las líneas auxiliares con las aristas de la vista.
- Sin embargo, no está permitido usar aristas ni sus prolongaciones como líneas de cota.



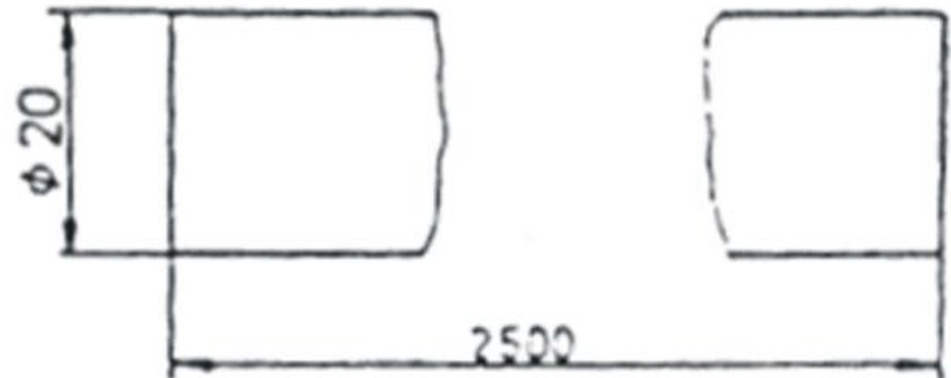
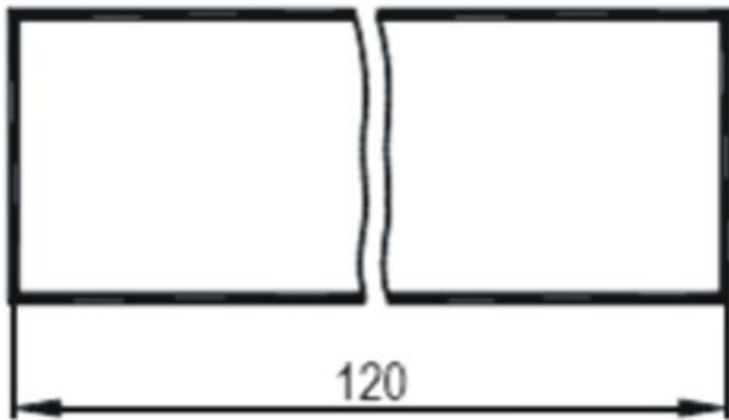
Cotas oblicuas

- Las líneas auxiliares deben ser perpendiculares a la magnitud a acotar y, por tanto, a la línea de cota, pero en casos excepcionales pueden colocarse oblicuas (normalmente a 60°) pero conservando su paralelismo.



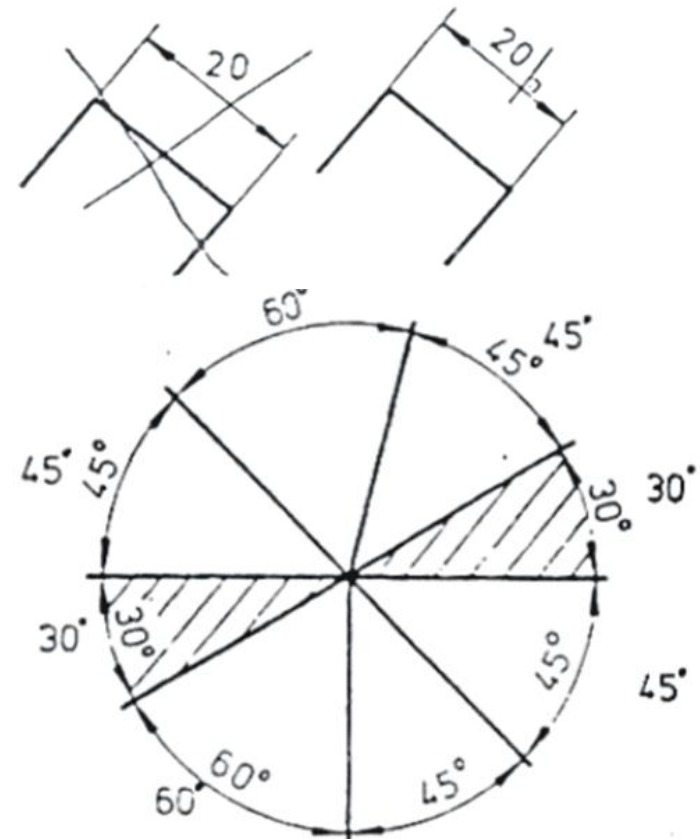
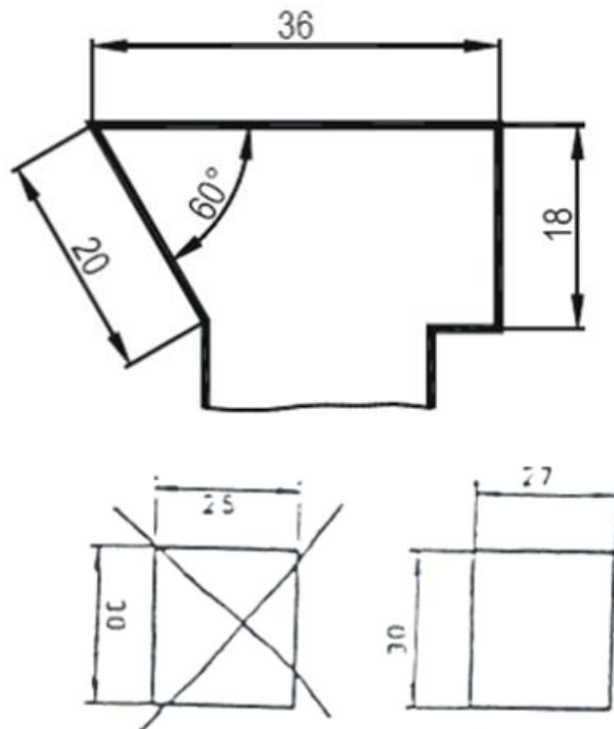
Acotación de Vistas Interrumpidas

- Las líneas de cota deben ser completas aunque la vista esté interrumpida mediante una rotura. Y, naturalmente, la cifra de cota debe indicar la longitud total de la magnitud.



Posición de la cifra de cota

- Salvo excepciones, la cifra de cota debe situarse centrada encima o a la izquierda de la línea de cota y con los caracteres perpendiculares a ella.
- Si la cota está inclinada, el dibujante debe tener en cuenta que las cotas deben poder leerse claramente en posición normal o desde la derecha del dibujo.



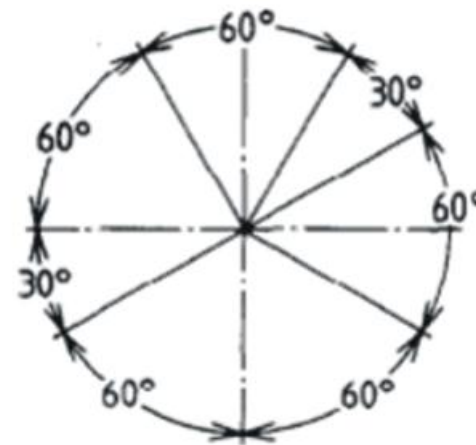
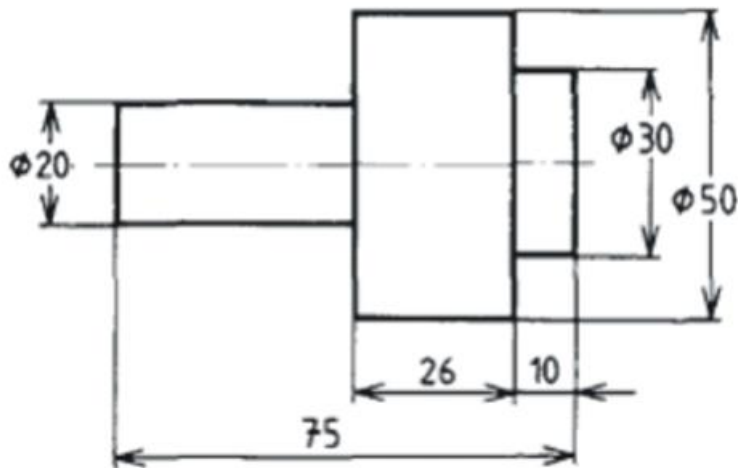
Posición de la cifra de cota

- Las cifras de cotas angulares pueden colocarse siempre horizontales.



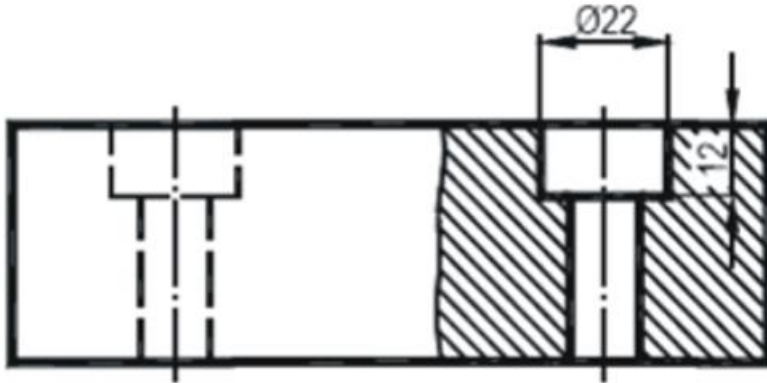
Posición de la cifra de cota

- La norma especifica un segundo método para poner las cotas no horizontales, interrumpiendo las líneas de cota.



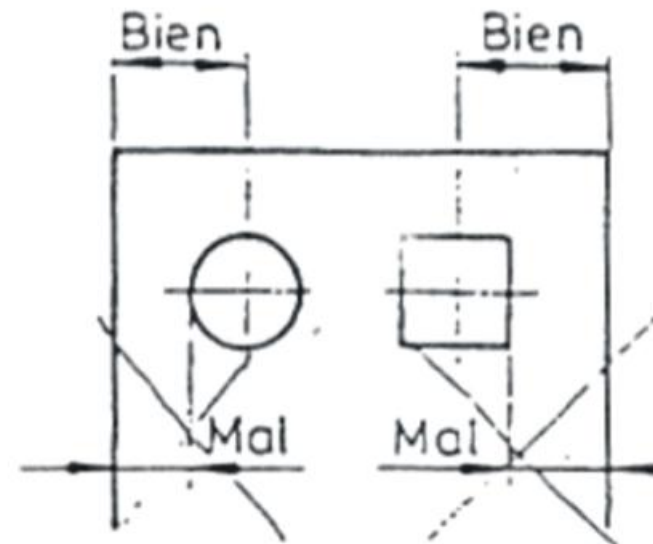
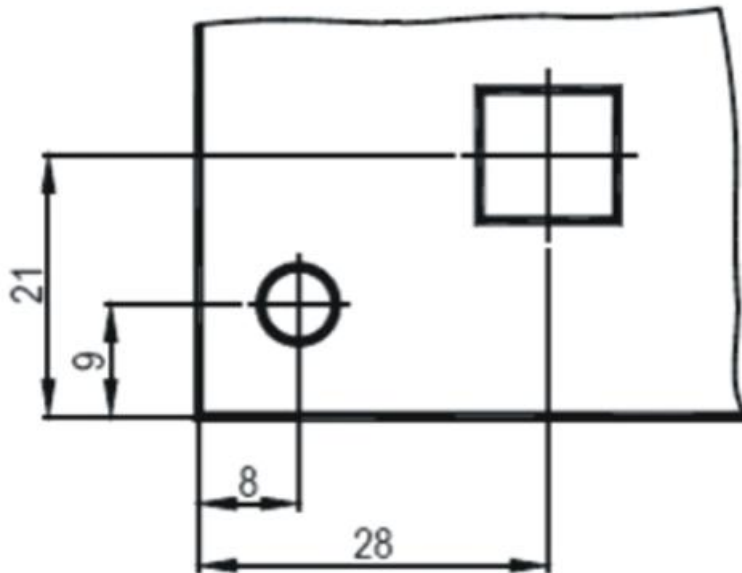
Acotación sobre aristas ocultas

- Debe evitarse acotar sobre aristas ocultas. Si es posible, se realizarán cortes para convertirlas en aristas aparentes.

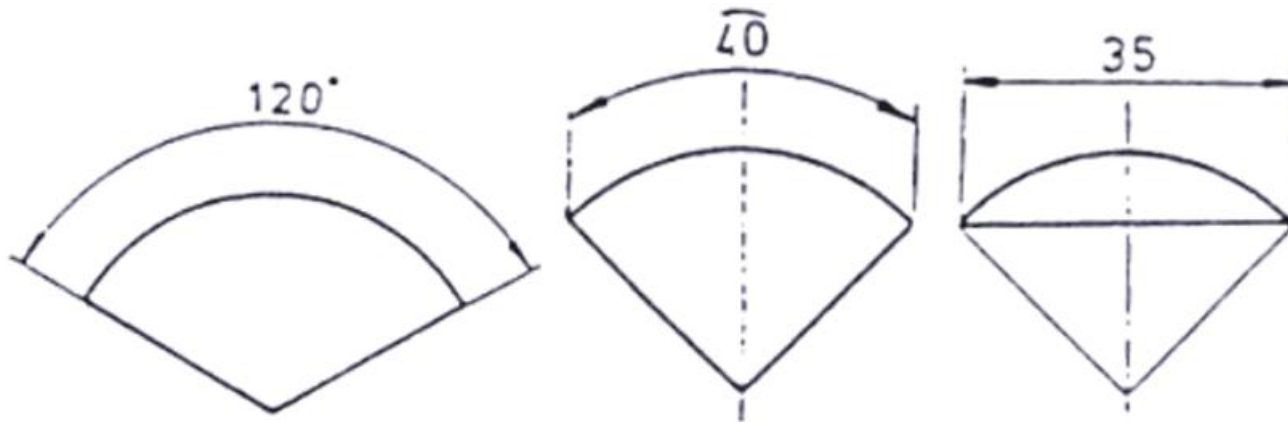


Acotación de taladros y detalles

- Para situar elementos o detalles (como por ejemplo taladros o agujeros) dentro de una vista, se acotará la posición de su centro (que se indicará mediante dos líneas de trazo y punto).

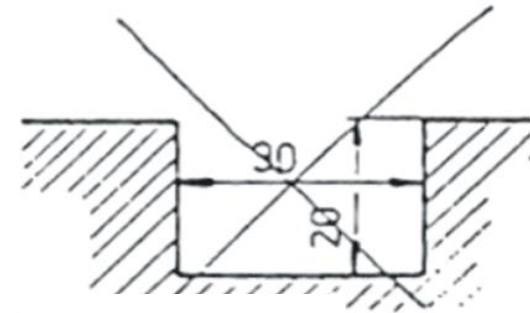
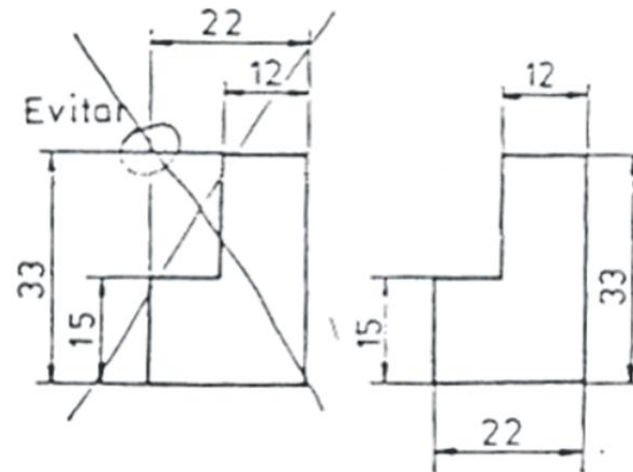
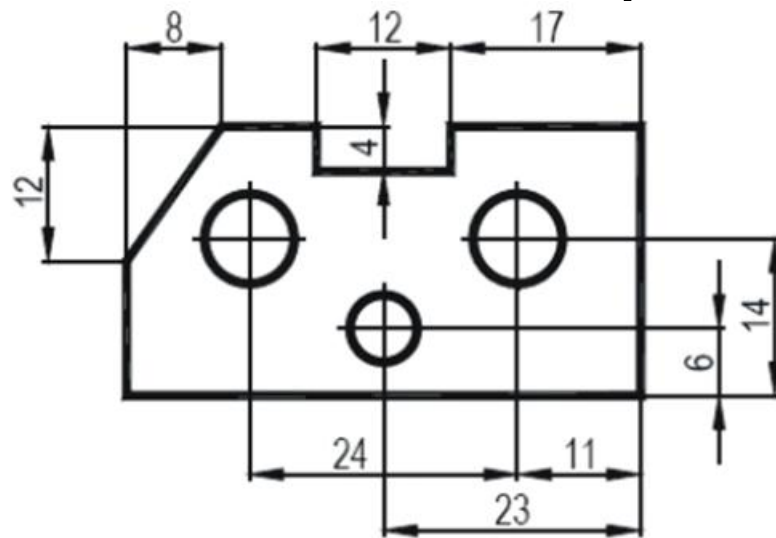


Acotación de ángulo, arco y cuerda



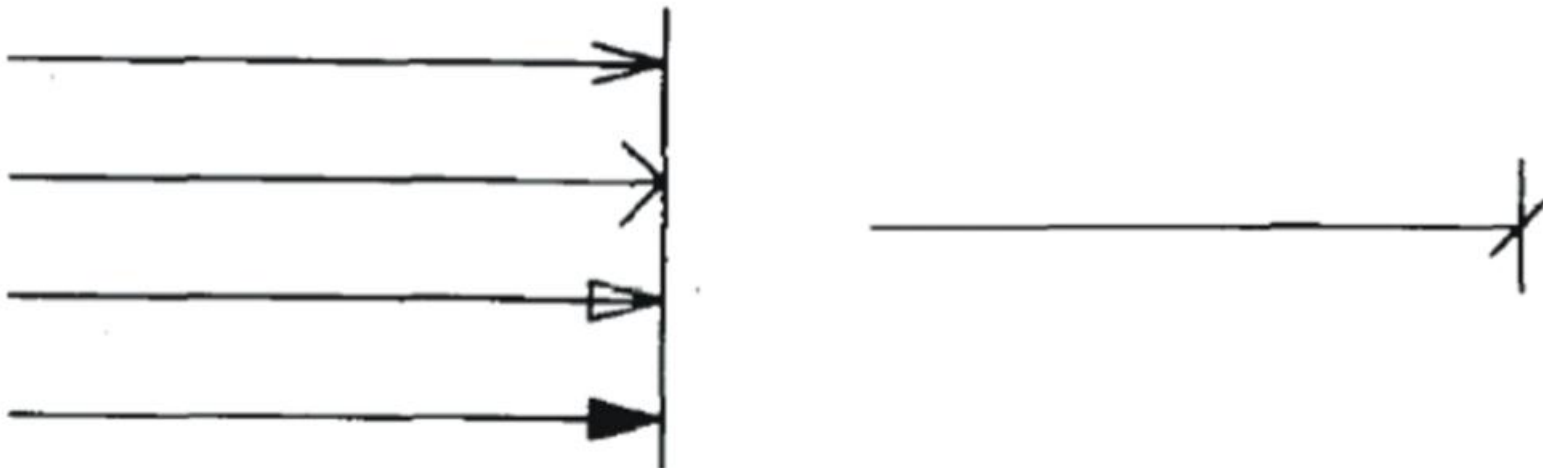
Cruce de cotas

- Las líneas de cota no deben cortarse entre sí.
- Se debe evitar en lo posible que las líneas auxiliares y las líneas de cota corten a otras líneas del dibujo.



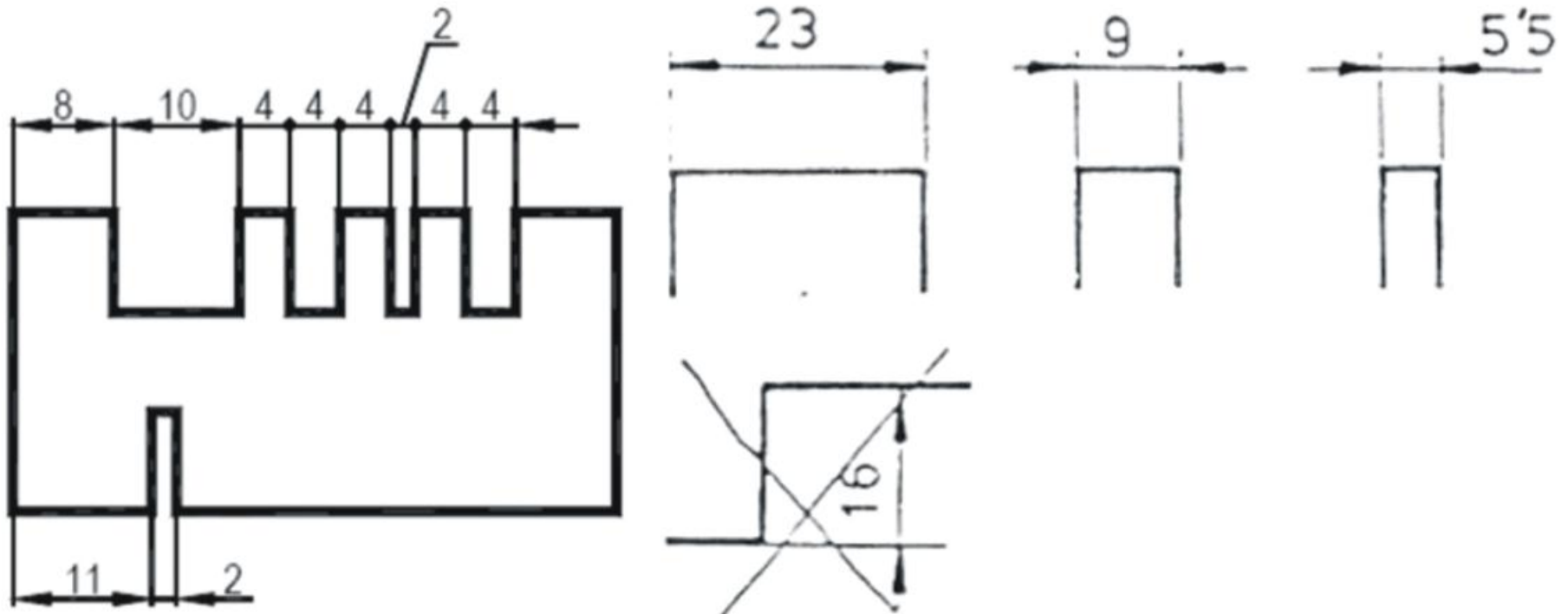
Sobre las flechas de cota

- *Solo se debe usar un mismo tipo de flecha en un mismo dibujo.*
- La flecha se representa por dos trazos cortos que forman un ángulo comprendido entre 15° y 90° . Puede ser abierta, cerrada o llena.
- Si se utiliza un trazo corto, estará a 45° de la línea de cota.



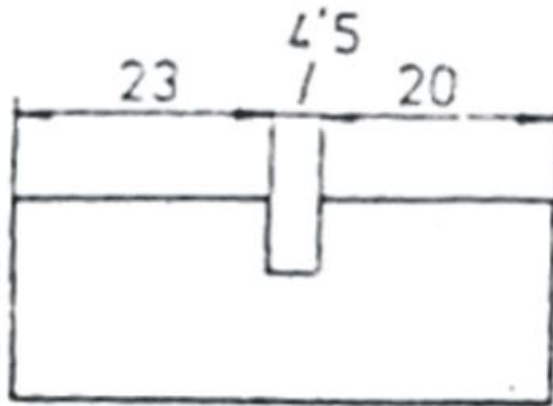
Sobre las flechas de cota

- Si no hay sitio para las flechas en la línea de cota, pueden ponerse en su prolongación exterior.
- Si aparecen ambas flechas, deben mirar en dirección opuesta. Para cotas en serie, dos flechas que apuntan a un mismo punto pueden sustituirse por un punto grueso.



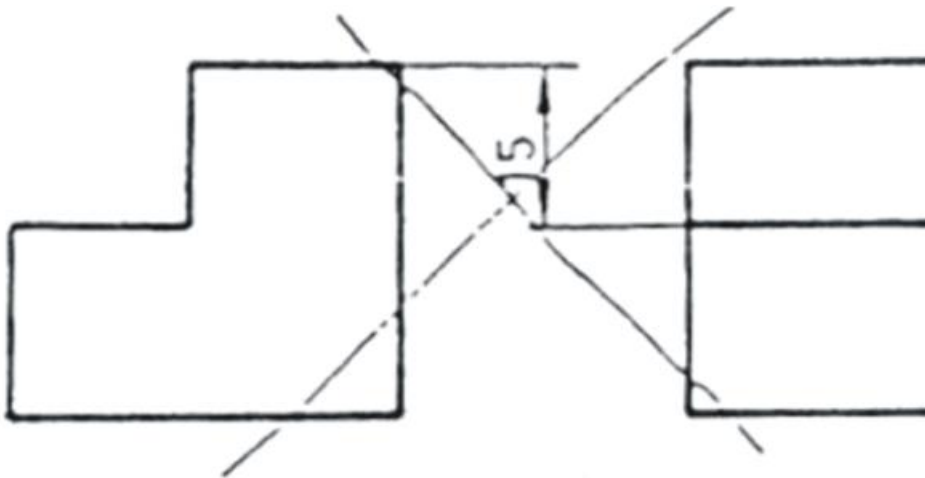
Sobre la cifra de cota

- Si la cifra no cabe en la línea de cota, puede ponerse a un lado o ponerse aparte uniéndola a la línea de cota mediante una línea de referencia.



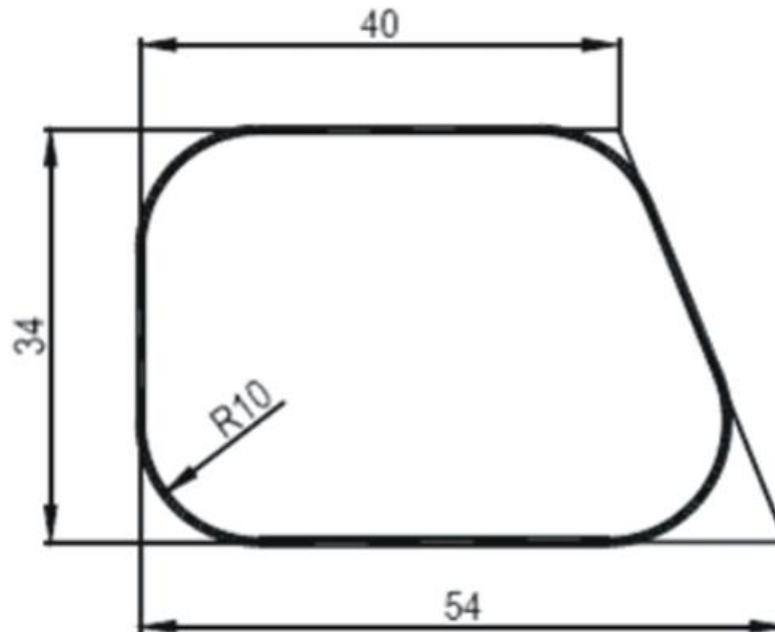
Compartiendo líneas

- Las cotas no deben compartir líneas auxiliares procedentes de vistas diferentes.



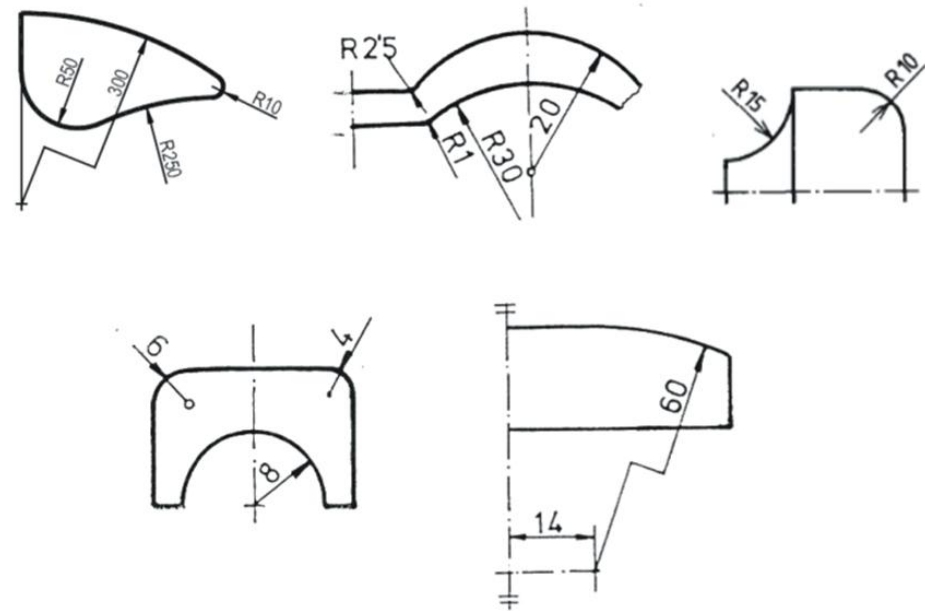
Aristas ficticias

- En caso de aristas que se cortan por medio de redondeados o chaflanes, se prolongan con línea fina continua (aristas ficticias) hasta hallar su intersección, a partir de la cual se traza la línea auxiliar de cota.



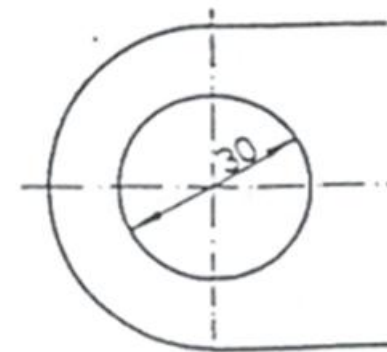
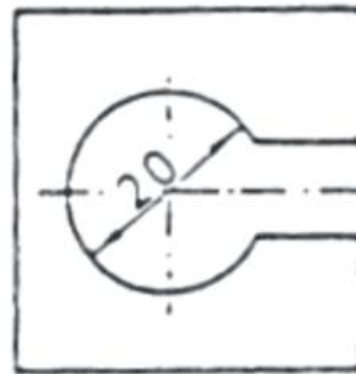
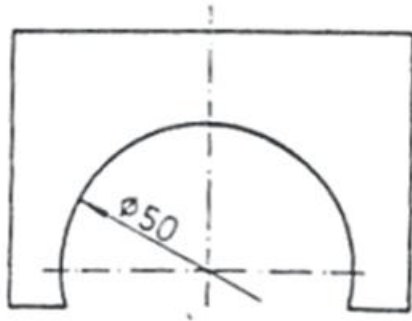
Arcos menores o iguales de 180º

- Deba acotarse su radio. Si no se hace indicación expresa del centro del arco, se precederá la cifra de cota con la letra R.
- La línea de cota de radio solo tiene una flecha.
- Si aparece, el centro del arco puede indicarse mediante un punto relleno o blanco o mediante el cruce de dos líneas de trazo y punto.
- Si está lejano, ese centro puede traerse al papel mediante una línea de cota interrumpida.



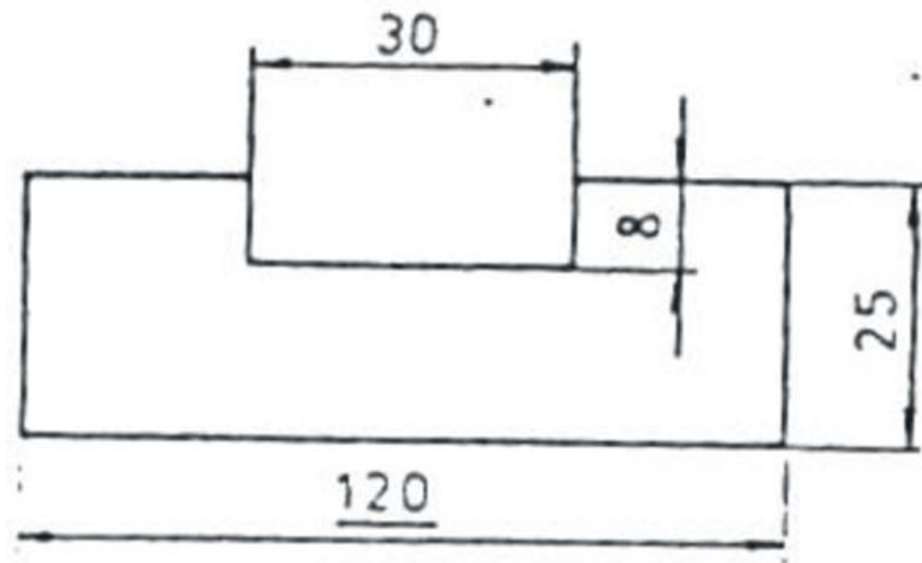
Arcos mayores de 180° y circunferencias

- En arcos mayores de 180° y circunferencias se debe acotar el diámetro. Si no es posible representar la línea de cota completa, se precede la cifra de cota con el símbolo de diámetro.

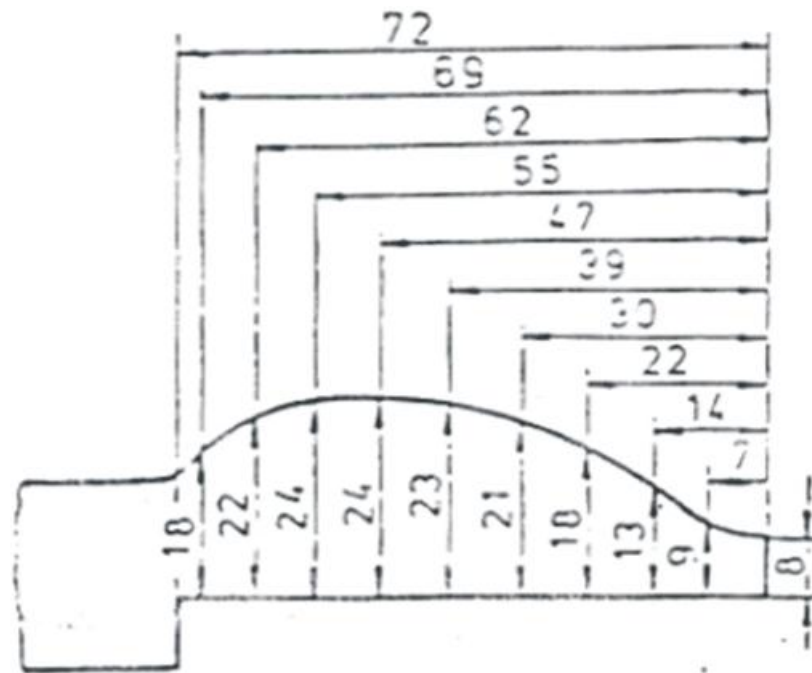


Cotas a diferente escala

- Si hay una cota que está a diferente escala (con lo cual aparecerá el dibujo deformado), aparecerá subrayada.

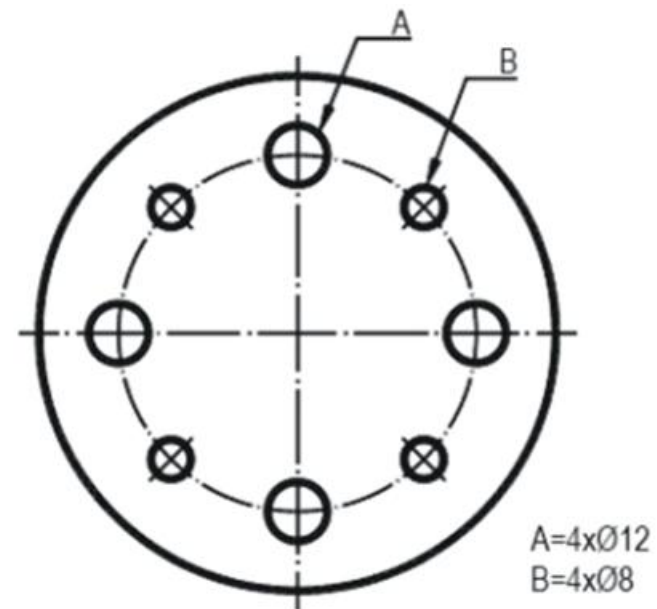
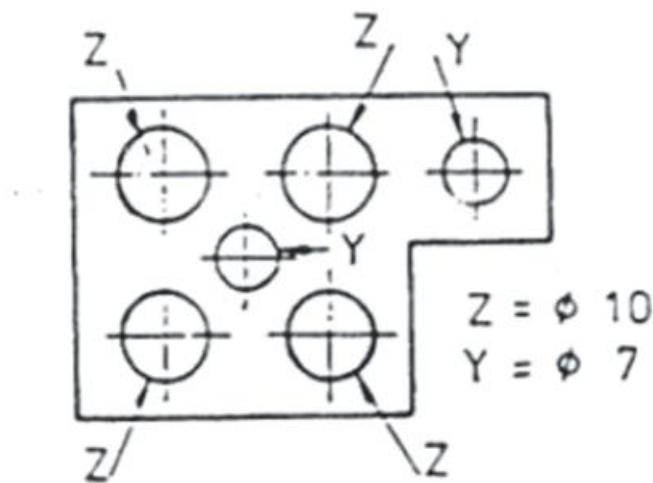


Contornos irregulares



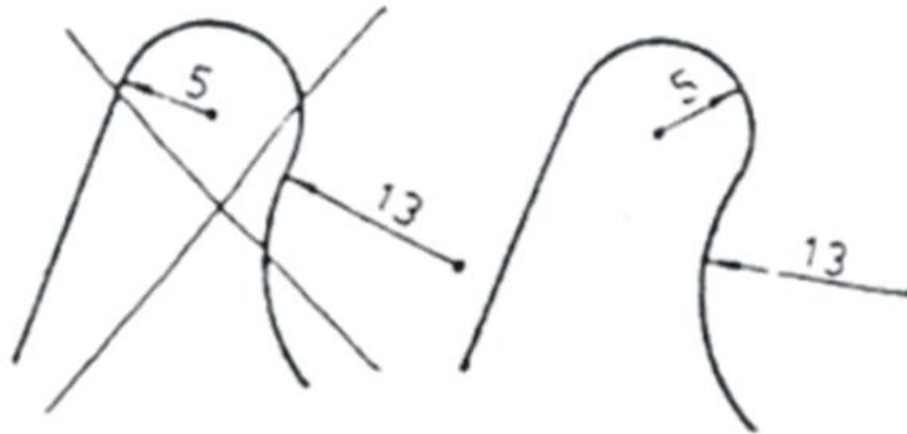
Repetición de cotas

- Si se repiten cotas, pueden sustituirse por referencias que aludan a una leyenda.



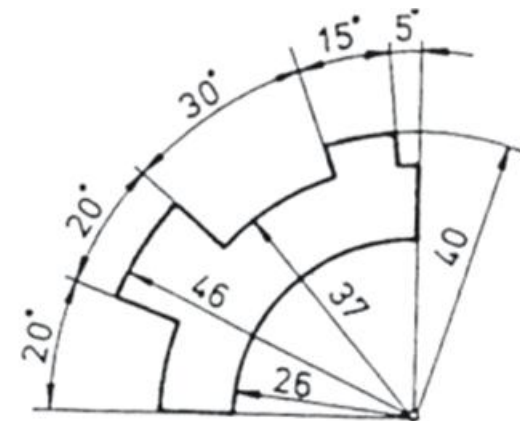
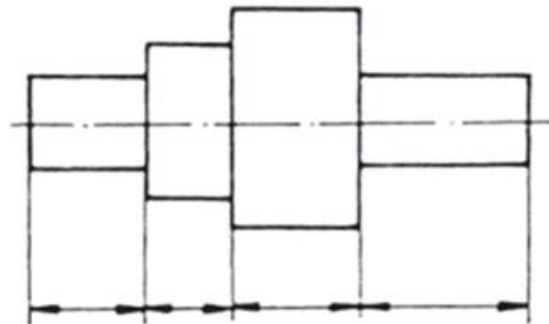
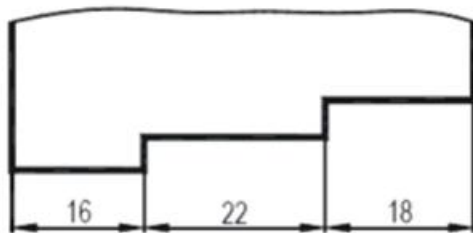
Acotación en tangencias

- Al acotar figuras con curvas tangentes, hay que evitar poner las flechas de cota en los puntos de tangencia.



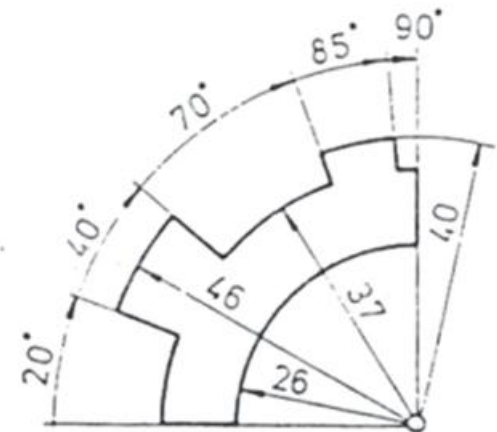
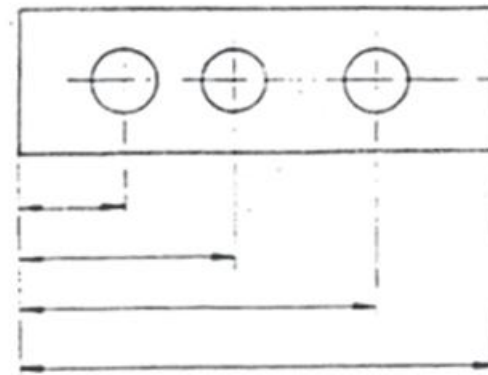
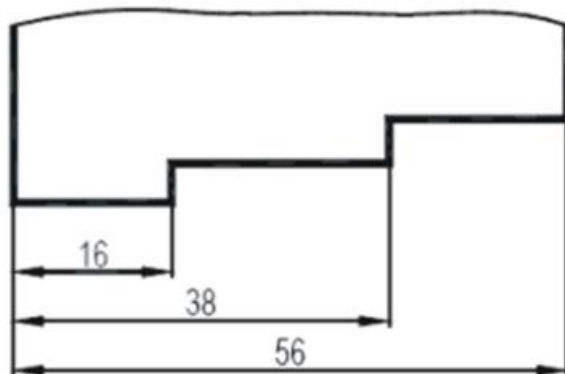
Acotación en serie

- Cuando se acota en serie, cada elemento se acota con respecto al elemento contiguo. Las líneas de cota se dibujan alineadas.
- Este sistema tiene el inconveniente de que los errores de acotación se acumulan, así que sólo se usa si todas las cotas son funcionales.

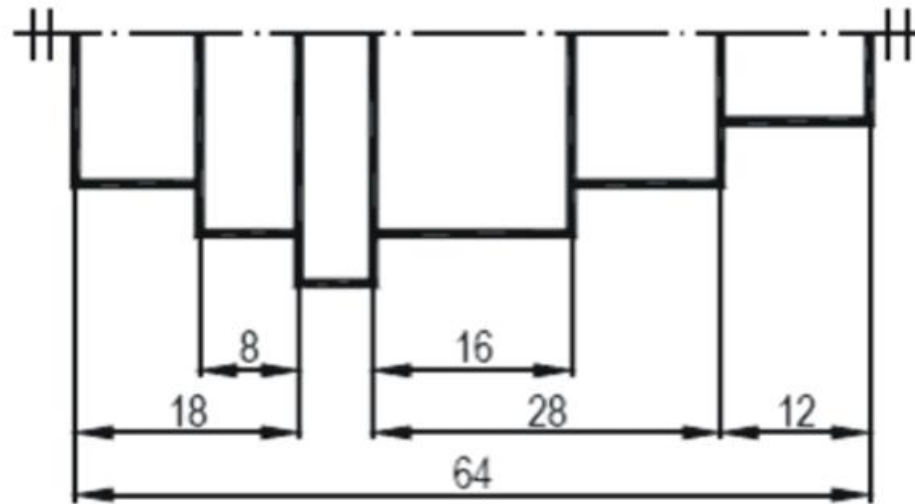


Acotación en paralelo

- En este sistema todos los elementos que se acotan en la misma dirección están referenciados a un mismo plano de referencia. Las líneas de cota se separan al menos 5 mm. Las más cortas se colocan más cercanas a la figura.

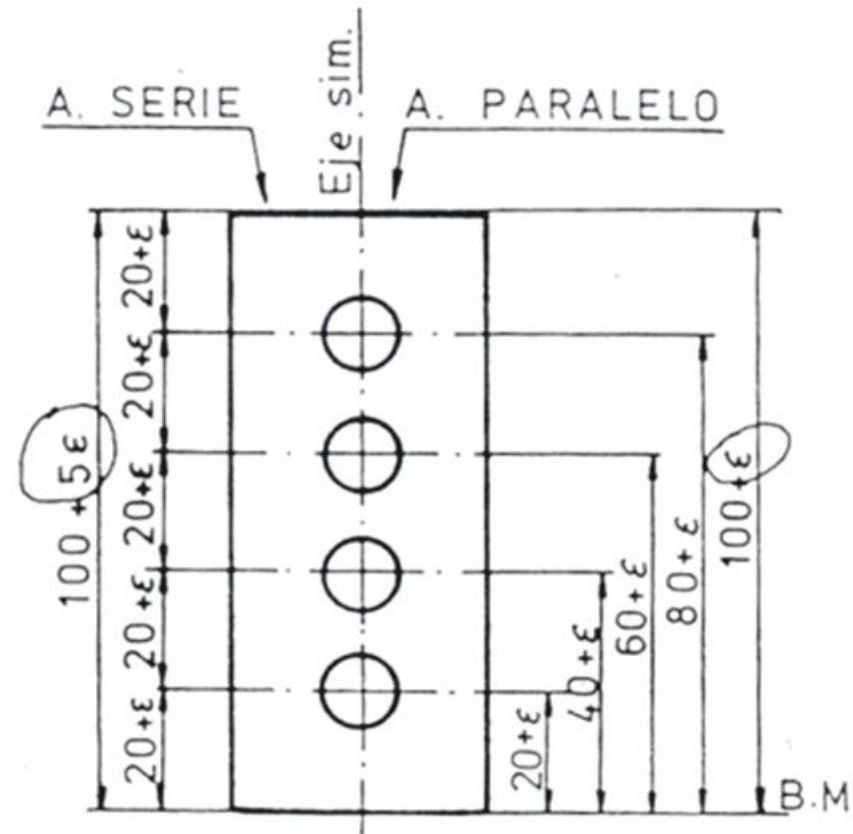


Combinación serie-paralelo



Comparación de errores en los dos sistemas

- En la acotación en serie los errores son acumulativos, mientras que en la acotación en paralelo el error es el mismo en cada cota.



12. SIMBOLOGÍA

12.1. Normas ISO y UNE

Las normas internacionales ISO (International Organization for Standardization) y IEC (International Electrotechnical Commission), que afectan por igual a sajones y latinos, han sido traducidas y numeradas con un sistema propio español denominándose UNE (Unificación de Normativas Españolas).

Norma ISO	Norma UNE	Tema
ISO 31	UNE 5-100	Signos y símbolos matemáticos utilizados en las ciencias físicas en tecnología.
ISO 1000	UNE 5-002	Unidades SI y recomendaciones para el empleo de sus múltiplos y submúltiplos y de algunas otras unidades.
IEC 27	UNE 21 405	Símbolos literales utilizados en electrotécnia.
IEC 375	UNE 21 336	Convenciones relativas a los circuitos eléctricos y magnéticos.

12.2. Escritura de símbolos

Al expresar cantidades, el número debe ir seguido del símbolo normalizado de su unidad, no de alguna abreviatura de la unidad, dejando un espacio entre el valor numérico y el símbolo de la unidad. Esta regla se debe aplicar a cualquier símbolo que siga a un número, no solo aquellos símbolos de unidades.

Correcto: 5 s, 3 %,

Incorrecto: 5s, 5 seg, (3% no es incorrecto)

Los símbolos de las unidades siempre deben escribirse con caracteres rectos independientemente del tipo de letra empleada en el texto. Deben ser escritos sin punto final (salvo exigencias de la puntuación normal, como final de frase), y sin modificación alguna en el uso del plural (UNE 5 002 apartado 4.5.1).

Correcto: 4 m

Incorrecto: 4 *m*.

Los símbolos de las unidades deben estar escritos en minúsculas, pero si el nombre de la unidad deriva de un nombre propio la primera letra debe ser mayúscula (UNE 5 002 apartado 4.5).

por ejemplo: N (newton), W (vatio), Hz (hercio), etc..

Cuando se usa el nombre completo de las unidades fundamentales y derivadas o de sus múltiplos y submúltiplos, debe escribirse con minúscula incluso si procede de un nombre propio (ej.: pascal, newton, joule). Se exceptúa Celsius en "grado Celsius".

Los símbolos de los prefijos también deben escribirse en tipos rectos (romanos), pero sin dejar espacio entre el prefijo y el símbolo de la unidad. Los prefijos de los múltiplos y submúltiplos de las unidades iguales o inferiores a 10^3 se escriben en minúscula, es decir desde k (kilo) hacia abajo, y superiores a 10^3 en mayúsculas, es decir desde M (mega) hacia arriba (tabla 5 de UNE 5 002). Un error muy frecuente es escribir el símbolo del kilogramo o kilovatio con primera letra mayúscula:

Correcto: kg, kW

Incorrecto: Kg, KW

Los prefijos deben utilizarse aisladamente, no se pueden combinar para usar prefijos compuestos

Correcto: GHz (gigahercio)

Incorrecto: kMHz (kilomegahercio)

No deben usarse prefijos con la unidad °C

El símbolo de la unidad se sitúa detrás del símbolo del prefijo sin espacio alguno, formando un nuevo símbolo. Que al igual que el símbolo de la unidad se puede elevar a un exponente.

Nota: km^2 significa $(\text{km})^2$ y nunca k(m)^2

El producto de los símbolos de dos o más unidades se indica por medio de un punto entre ambos símbolos, o un espacio entre ambos, nunca por medio de un aspa x.

Por ejemplo: Newton por metro

Correcto: N·m, Nm

Incorrecto: Nxm o mN que significa milinewton.

Cuando una unidad derivada sea cociente de otras dos, debe utilizarse barra horizontal, barra oblicua (/) entre ellas, o bien el uso de potencias negativas para evitar el denominador. Jamás deben utilizarse en una misma línea más de una barra oblicua, a no ser que se añadan paréntesis a fin de evitar toda ambigüedad. En los casos complejos es recomendable el uso de potencias negativas.

Correcto: m/s, m·s

Incorrecto: m/s/s

En intervalo de medidas no es correcto suprimir la unidad del primer miembro del intervalo.

Correcto: 25 m – 40 m o bien (25 – 40) m

Incorrecto: 25 – 40 m

12.3. Escritura de números

La lectura los números de muchas cifras se puede facilitar separándose en grupos apropiados, preferentemente de tres cifras, a contar desde el signo decimal en uno u otro sentido; los grupos deben ir separados por un espacio, pero nunca por un punto u otro signo de puntuación (UNE 5 100 apartado 3.3.1).

Correcto: 1 000

Incorrecto: 1,000 o 1.000 (este último caso es costumbre sajona)

El signo decimal es una coma en la parte baja de la línea, no un punto o una coma en la parte superior (apóstrofe) como viene siendo habitual. Si el valor absoluto de un número es inferior a la unidad, el signo decimal debe ir precedido de un cero (UNE 5 100 apartado 3.3.2)

Correcto: 2,13

Incorrecto: 2'13 o 2.13 (como los sajones)

El signo de multiplicar es un aspa (x) o un punto a media línea (·) (UNE 5 100 apartado 3.3.3). Debe evitarse el uso de * para la multiplicación.

Cuando en el texto se mencione una unidad sin que vaya precedida de un número, debe escribirse con todas las letras. Por el contrario siempre que se indique un número aunque sea pequeño, debe ir seguido del símbolo de su unidad, no del nombre completo y además el número debe escribirse en cifras.

Correcto: valores en metros, 2 m

Incorrecto: valores en m, 2 metros o dos m

Los adjetivos numerales inferiores a treinta se escriben con letras.

Correcto: motor de cuatro tiempos

Incorrecto: motor de 4 tiempos

12.4. Símbolos literales normalizados (UNE 21 405).

Los símbolos de unidades se escriben en caracteres romanos (verticales, normales y sin cursiva).

Ejemplos: W (vatio), m (metro)

Los símbolos de las magnitudes se escriben en cursiva.

Ejemplos: *P* (potencia), *V* (tensión)

12.5. Sistema internacional de unidades.

El Sistema Internacional de Unidades (SI) creado en 1960 por el BIPM y el RD 2032/2009 publicado en el BOE N°18 de fecha 21/ENE/2010 determina el conjunto de unidades, reglas de nomenclatura y prefijos, múltiplos y submúltiplos, internacionalmente adoptados para cualquier proceso de medición. Existen en el SI dos tipos de unidades: las unidades base, a partir de las cuales se puede expresar cualquier otra, y las derivadas con las que se establece un conjunto de unidades, junto con las base, suficiente en todo tipo de medición. A continuación se muestran 5 tablas en las que aparecen las unidades y prefijos aceptadas por el SI.

Unidades SI básicas

Magnitud	Nombre de la unidad	Símbolo de la unidad
Longitud.	Metro.	m
Masa.	Kilogramo.	kg
Tiempo, duración.	Segundo.	s
Corriente eléctrica.	Amperio.	A
Temperatura termodinámica.	Kelvin.	K
Cantidad de sustancia.	Mol.	mol
Intensidad luminosa.	Candela.	cd

Tabla 12.1. *Unidades base del SI.*

Magnitud derivada		Unidad SI derivada coherente	
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
Área, superficie.	A	Metro cuadrado.	m ²
Volumen.	V	Metro cúbico.	m ³
Velocidad.	v	Metro por segundo.	m/s
Aceleración.	a	Metro por segundo cuadrado.	m/s ²
Número de ondas.	σ , $\tilde{\nu}$	Metro a la potencia menos uno.	m ⁻¹
Densidad, masa en volumen.	ρ	Kilogramo por metro cúbico.	kg/m ³
Densidad superficial.	ρ_A	Kilogramo por metro cuadrado.	kg/m ²
Volumen específico.	v	Metro cúbico por kilogramo.	m ³ /kg
Densidad de corriente.	j	Amperio por metro cuadrado.	A/m ²
Campo magnético.	H	Amperio por metro.	A/m
Concentración de cantidad de sustancia ^(a) , concentración.	c	Mol por metro cúbico.	mol/m ³
Concentración másica.	ρ , γ	Kilogramo por metro cúbico.	kg/m ³
Luminancia.	L _v	Candela por metro cuadrado.	cd/m ²
Índice de refracción ^(b) .	N	Uno.	1
Permeabilidad relativa ^(b) .	μ_r	Uno.	1

Tabla 12.2. Unidades derivadas del SI en función de unidades base.

Magnitud derivada	Unidad SI derivada coherente (a)			
	Nombre	Símbolo	Expresión mediante otras unidades SI	Expresión en unidades SI básicas
Ángulo plano.	Radián ^(b) .	rad	1 ^(b)	m/m
Ángulo sólido.	Estereorradián ^(b) .	sr ^(c)	1 ^(b)	m ² /m ²
Frecuencia.	Hercio ^(d) .	Hz	—	s ⁻¹
Fuerza.	Newton.	N	—	m kg s ⁻²
Presión, tensión.	Pascal.	Pa	N/m ²	m ⁻¹ kg s ⁻²
Energía, trabajo, cantidad de calor.	Julio.	J	N m	m ² kg s ⁻²
Potencia, flujo energético.	Vatio.	W	J/s	m ² kg s ⁻³
Carga eléctrica, cantidad de electricidad.	Culombio.	C	—	s A
Diferencia de potencial eléctrico, fuerza electromotriz.	Voltio.	V	W/A	m ² kg s ⁻³ A ⁻¹
Capacidad eléctrica.	Faradio.	F	C/V	m ⁻² kg ⁻¹ s ⁴ A ²
Resistencia eléctrica.	Ohmio.	Ω	V/A	m ² kg s ⁻³ A ⁻²
Conductancia eléctrica.	Siemens.	S	A/V	m ⁻² kg ⁻¹ s ³ A ²
Flujo magnético ^(g) .	Weber.	Wb	V s	m ² kg s ⁻² A ⁻¹
Densidad de flujo magnético ^(h) .	Tesla.	T	Wb/m ²	kg s ⁻² A ⁻¹
Inductancia.	Henrio.	H	Wb/A	m ² kg s ⁻² A ⁻²
Temperatura celsius.	Grado celsius ^(e) .	°C	—	K
Flujo luminoso.	Lumen.	lm	cd sr ^(c)	cd
Iluminancia.	Lux.	lx	lm/m ²	m ⁻² cd
Actividad de un radionucleido ^(f) .	Becquerel ^(d) .	Bq	—	s ⁻¹
Dosis absorbida, energía másica (comunicada), kerma.	Gray.	Gy	J/kg	m ² s ⁻²
Dosis equivalente, dosis equivalente ambiental, dosis equivalente direccional, dosis equivalente individual.	Sievert.	Sy	J/kg	m ² s ⁻²
Actividad catalítica.	Katal.	kat	—	s ⁻¹ mol

Tabla 12.3. Unidades derivadas del SI y sus nombres y símbolos propios.

Magnitud derivada	Unidad SI derivada coherente		
	Nombre	Símbolo	Expresión en unidades SI básicas
Viscosidad dinámica.	Pascal segundo.	Pa s	m ⁻¹ kg s ⁻¹
Momento de una fuerza.	Newton metro.	N m	m ² kg s ⁻²
Tensión superficial.	Newton por metro.	N/m	kg s ⁻²
Velocidad angular.	Radián por segundo.	rad/s	m m ⁻¹ s ⁻¹ = s ⁻¹
Aceleración angular.	Radián por segundo cuadrado.	rad/s ²	m m ⁻¹ s ⁻² = s ⁻²
Densidad superficial de flujo térmico, irradiancia.	Vatio por metro cuadrado.	W/m ²	kg s ⁻³
Capacidad térmica, entropía.	Julio por kelvin.	J/K	m ² kg s ⁻² K ⁻¹
Capacidad térmica másica, entropía másica.	Julio por kilogramo y kelvin.	J/(kg K)	m ² s ⁻² K ⁻¹
Energía másica.	Julio por kilogramo.	J/kg	m ² s ⁻²
Conductividad térmica.	Vatio por metro y kelvin.	W/(m K)	m kg s ⁻³ K ⁻¹
Densidad de energía.	Julio por metro cúbico.	J/m ³	m ⁻¹ kg s ⁻²
Campo eléctrico.	Voltio por metro.	V/m	m kg s ⁻³ A ⁻¹
Densidad de carga eléctrica.	Culombio por metro cúbico.	C/m ³	m ⁻³ s A
Densidad superficial de carga eléctrica.	Culombio por metro cuadrado.	C/m ²	m ⁻² s A
Densidad de flujo eléctrico, desplazamiento eléctrico.	Culombio por metro cuadrado.	C/m ²	m ⁻² s A
Permitividad.	Faradio por metro.	F/m	m ⁻³ kg ⁻¹ s ⁴ A ²
Permeabilidad.	Henrio por metro.	H/m	m kg s ⁻² A ⁻²
Energía molar.	Julio por mol.	J/mol	m ² kg s ⁻² mol ⁻¹
Entropía molar, capacidad calorífica molar.	Julio por mol y kelvin.	J/(mol K)	m ² kg s ⁻² K ⁻¹ mol ⁻¹
Exposición (rayos x y γ).	Culombio por kilogramo.	C/kg	Kg ⁻¹ s A
Tasa de dosis absorbida.	Gray por segundo.	Gy/s	m ² s ⁻³
Intensidad radiante.	Vatio por estereorradián.	W/sr	m ⁴ m ⁻² kg s ⁻³ = m ² kg s ⁻³
Radiancia.	Vatio por metro cuadrado y estereorradián.	W/(m ² sr)	m ² m ⁻² kg s ⁻³ = kg s ⁻³
Concentración de actividad catalítica.	Katal por metro cúbico.	kat/m ³	m ⁻³ s ⁻¹ mol

Tabla 12.4. Unidades derivadas del SI con nombres y símbolos derivados.

Prefijos SI					
Prefijos SI ^(a)					
Factor	Nombre	Símbolo	Factor	Nombre	Símbolo
10 ¹	Deca.	da	10 ⁻¹	Deci.	d
10 ²	Hecto.	h	10 ⁻²	Centi.	c
10 ³	Kilo.	k	10 ⁻³	Mili.	m
10 ⁶	Mega.	M	10 ⁻⁶	Micro.	μ
10 ⁹	Giga.	G	10 ⁻⁹	Nano.	n
10 ¹²	Tera.	T	10 ⁻¹²	Pico.	p
10 ¹⁵	Peta.	P	10 ⁻¹⁵	Femto.	f
10 ¹⁸	Exa.	E	10 ⁻¹⁸	Atto.	a
10 ²¹	Zetta.	Z	10 ⁻²¹	Zepto.	z
10 ²⁴	Yotta.	Y	10 ⁻²⁴	Yocto.	y

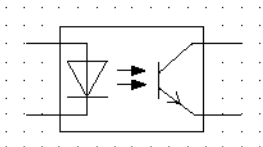
(a) Los prefijos SI representan estrictamente potencias de 10. No deben utilizarse para expresar potencias de 2 (por ejemplo, un kilobit representa 1000 bits y no 1024 bits). Los prefijos adoptados para las potencias binarias no pertenecen al SI. Los nombres y símbolos utilizados para los prefijos correspondientes a 2¹⁰, 2²⁰, 2³⁰, 2⁴⁰, 2⁵⁰ y 2⁶⁰ son, respectivamente, kibi, Ki; mebi, Mi; gibi, Gi; tebi, Ti; pebi, Pi; y exbi, Ei. Así, por ejemplo, un kibibyte se escribe: 1 KiB = 2¹⁰ B = 1024 B. Estos prefijos pueden emplearse en el campo de la tecnología de la información a fin de evitar un uso incorrecto de los prefijos SI.

Tabla 12.3. Prefijos del SI.

12.6. Simbología electrónica y eléctrica estándar básica.

Los símbolos gráficos que se debe utilizar en los diagramas electrónicos vienen determinados por la norma IEC 60617 dictada por el organismo IEC (International Electrotechnical Commission). Esta norma contiene una base de datos de cerca de 1400 símbolos gráficos. Cada uno de ellos está descrito por una ficha como la que se presenta en la figura 12.1.

S00691



Name:

Optocoupler; Photocoupler; Opto isolator

Status:

Released

Date of release:

2001-07-01

Publication ref:

IEC 60617-5 (ed.2.0) 05-06-08

Keywords:

coupling devices, isolators, photo-sensitive devices

Applying:

S00642, S00687

Shape class:

Arrows, Equilateral triangles, Lines , Rectangles

Function class:

T Converting but maintaining kind

Application class:

Circuit diagrams

Remarks:

The symbol is shown with light-emitting diode and photo-transistor.

Figura 112.1. Ejemplo de ficha de símbolo de la IEC 60617

Esta base de datos contiene diversos tipos de componentes como conductores, conectores, componentes pasivos, semiconductores y tubos electrónicos, elementos de generación y conversión de la energía eléctrica, interruptores, elementos de protección, instrumentos de medida, lámparas y señalizadores luminosos, elementos de transmisión, conmutación y periféricos en telecomunicaciones, diagramas topológicos y de arquitectura de sistemas, circuitos digitales y analógicos, etc., que se actualiza constantemente mediante peticiones y sugerencias enviadas por los miembros del IEC.

La norma está formada, en la actualidad, por 13 partes editadas por separado y cuya relación y títulos aparecen en la tabla 6.

IEC 60617-1 (1985)	Graphical symbols for diagrams - Part 1: General information, general index. Cross-reference tables
IEC 60617-2 (1996)	Graphical symbols for diagrams - Part 2: Symbol elements, qualifying symbols and other symbols having general application
IEC 60617-3 (1996)	Graphical symbols for diagrams - Part 3: Conductors and connecting devices
IEC 60617-4 (1996)	Graphical symbols for diagrams - Part 4: Passive components
IEC 60617-5 (1996)	Graphical symbols for diagrams - Part 5: Semiconductors and electron tubes
IEC 60617-6 (1996)	Graphical symbols for diagrams - Part 6: Production and conversion of electrical energy
IEC 60617-7 (1996)	Graphical symbols for diagrams -Part 7: Switchgear, controlgear and protective devices
IEC 60617-8 (1996)	Graphical symbols for diagrams - Part 8: Measuring instruments, lamps and signalling devices
IEC 60617-9 (1996)	Graphical symbols for diagrams - Part 9: Telecommunications: Switching and peripheral equipment
IEC 60617-10 (1996)	Graphical symbols for diagrams - Part 10: Telecommunications: Transmission
IEC 60617-11 (1996)	Graphical symbols for diagrams - Part11: Architectural and topographical installation plans and diagrams
IEC 60617-12 (1991)	Graphical symbols for diagrams - Part 12: Binary logic elements
IEC 60617-13 (1993)	Graphical symbols for diagrams - Part 13: Analogue elements (IEC 61734 (1997) Application of IEC60617-12 and IEC 60617-13 standards)

Tabla 112.4. Relación de partes de la norma IEC 60617.

En las figuras 12.2 y 12.3 se pueden ver los símbolos normalizados que corresponden a algunos de los componentes electrónicos de uso común.

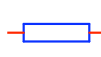
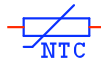
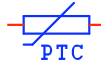
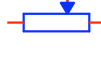
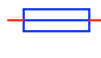
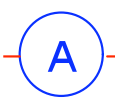
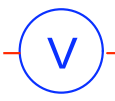
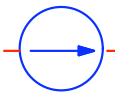
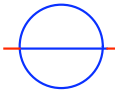
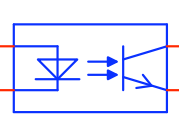
	CONDENSADOR NO POLARIZADO		TRANSISTOR PNP
	CONDENSADOR POLARIZADO		TRANSISTOR NPN
	CRISTAL		MOSFET P
	RESISTENCIA		MOSFET N
	RESISTENCIA VARIABLE		TIRISTOR
	RESISTENCIA NTC		TRIAC
	RESISTENCIA PTC		RELÉ
	POTENCIÓMETRO		CONMUTADOR
	FUSIBLE		PULSADOR
	INDUCTOR SIN NÚCLEO		LÁMPARA
	INDUCTOR CON NÚCLEO		TRANSFORMADOR
	BATERÍA		AMPERÍMETRO
	DIODO		VOLTÍMETRO
	DIODO SCHOTTKY		FUENTE DE CORRIENTE
	DIODO ZENER		FUENTE DE TENSIÓN
	DIODO LED		OPTOACOPLADOR

Figura 112.2. Símbolos de los componentes discretos electrónicos más comunes.

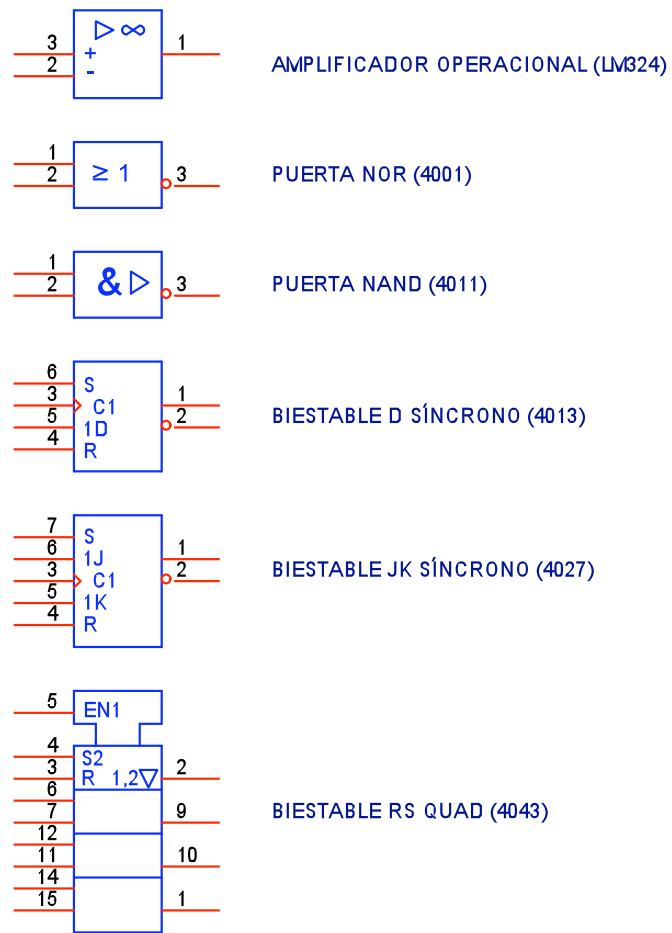


Figura 112.3. Símbolos de los circuitos integrados más comunes.