

# Análisis del modelo de concordancia

TESIS DEL MÀSTER OFICIAL DE FÍSICA AVANÇADA  
(Esp. Astrofísica)

Joan Benavent i Gomar

Dirigida por el Dr. Diego Sáez Milán

Departament d'astronomia i astrofísica  
Universitat de València



VNIVERSITAT  
DE VALÈNCIA

10 de Agosto de 2010

# Índice

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Fondo cósmico de microondas. Coeficientes multipolares de la distribución de temperaturas producida por los llamados modos escalares</b>	<b>6</b>
2.1	Calculos previos para representar la función . . . . .	6
2.2	Modelo Wmap7 . . . . .	8
2.3	Modelo concordante . . . . .	9
2.4	Interpretación de resultados . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Supernovas Ia. Análisis de magnitudes en supernovae Ia</b>	<b>11</b>
3.1	Cálculos previos para representar la función . . . . .	11
3.2	Modelo Wmap7 . . . . .	13
3.3	Modelo concordante . . . . .	15
3.4	Interpretación de resultados . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Distribución de Galáxias. Análisis del espectro de potencias.</b>	<b>20</b>
4.1	Calculos previos para representar la función . . . . .	20
4.2	Modelo Wmap7 . . . . .	25
4.3	Modelo concordante . . . . .	30
4.4	Interpretación de resultados . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>35</b>
5.1	Análisis de resultados . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>38</b>
<b>A</b>	<b>Parámetros Wmap 7 years</b>	<b>40</b>
A.1	Tabla de parámetros cosmologicos . . . . .	40
A.2	Parámetros entrada CAMB para wmap7 . . . . .	41
A.3	Parámetros entrada CAMB para wmap7-b . . . . .	42
A.4	Datos para representar la función . . . . .	44
A.5	Resultados obtenidos por CAMB para wmap7 . . . . .	44

<b>B</b>	<b>Parámetros Concordancia 7 years</b>	<b>46</b>
B.1	Tabla de parámetros cosmologicos . . . . .	46
B.2	Parámetros entrada CAMB para concor7 . . . . .	46
B.3	Parámetros entrada CAMB para concor7-b . . . . .	48
B.4	Datos para representar la función . . . . .	50
B.5	Resultados obtenidos por CAMB para concor7 . . . . .	50
<b>C</b>	<b>Catálogo TT combined-binned</b>	<b>52</b>
<b>D</b>	<b>Catálogo de supernovae Ia</b>	<b>54</b>
<b>E</b>	<b>Catálogo de galáxias con <math>P(k)</math> y matriz de covarianzas</b>	<b>58</b>
E.1	Catálogo de galáxias con $P(k)$ . . . . .	58
E.2	Matriz de covarianzas . . . . .	59
<b>F</b>	<b>Código Octave implementado</b>	<b>60</b>

# 1 Introducción

En cosmología, el modelo más simple que explica las observaciones realizadas sobre las supernovas Ia, sobre el fondo de microondas, y sobre la estructura del universo a gran escala, es el modelo conocido como modelo concordante o modelo Lambda Cold Dark Matter.

Este modelo comunmente aceptado por la comunidad científica, basa sus explicaciones en la aceptación de:

- La existencia de una constante cosmológica  $\Lambda$  descrita en términos de fracción de densidad como  $\Omega_\Lambda$  y que representa a la energía oscura, responsable de la aceleración de la expansión del universo.
- Materia oscura fría, modelizada como materia no bariónica y no termalizada, es decir en ausencia de colisiones.
- Se asume un universo casi plano, con un espectro de perturbaciones primordiales que es casi invariante de escala, como corresponde a los modelos inflacionarios.

El modelo ofrece una serie de parámetros ajustados a los datos observacionales que actualmente se tienen. Esto permite situar las observaciones y contrastarlas con las predicciones realizadas por el modelo, para probar su validez. Los parámetros se muestran en los anexos A y B.

Estudiaremos los siguientes modelos:

- wmap 7 years: que se ajusta mejor a los datos del fondo de microondas, ya que los datos con los que se construyo provienen de las observaciones del CMB de los ultimos 7 años.
- concordancia 7 years: además tiene en cuenta los datos de las supernovas Ia, BAO y  $H_0$ .

El presente trabajo realiza un sencillo análisis de los modelos teóricos expuestos, con el que se comprueba que los datos observacionales coinciden razonablemente con los modelos. Un estudio similar puede servir para realizar tests sencillos con el fin de comprobar la convergencia con los datos observacionales de nuevos modelos de universo.

El análisis consta de tres partes diferenciadas:

- **Fondo de Microondas. Coeficientes multipolares de la distribución de temperaturas producida por los llamados modos escalares:** Se trata de hallar las relaciones de los coeficientes del multipolo escalar  $\frac{l(l+1)C_l^S}{2\pi}$  en *microKelvins*<sup>2</sup>( $\mu K^2$ ) y el índice  $l$ . Los modelos wmap 7 y concordancia 7 nos ofrecen una gráfica de predicción en función de los valores de los parámetros cosmológicos escogidos. Si realizamos un contraste de esta función con los datos reales observados, podemos encontrar una medida que nos indique los desajustes entre las medidas observadas y las predichas por los modelos. Esta medida, llamada  $\chi^2$ , cuando más pequeña sea, más ajusta el modelo a los datos reales.
- **Supernovas Ia. Magnitudes de supernovae para  $0 < z < 2$ :** Lo que nos interesa en este caso es hallar el valor de la magnitud de una supernovae Ia para diferentes  $z$ , ya que podemos considerarlas como candelas estandar. Procedemos de manera similar a la efectuada en el apartado anterior, considerando las observaciones y la curva de predicción obtenida de los modelos, volvemos a utilizar la medida  $\chi^2$  en el mismo sentido y con el mismo significado que el apartado anterior.
- **Distribución de Galáxias. Espectro de potencias y barionic acoustic oscillations BAO:** Por último analizaremos el llamado espectro de potencias en los casos wmap7 y concordancia7. Este espectro se obtiene a partir de los datos de grandes catálogos de galáxias, para la materia barionica. El espectro de potencias para toda la materia (barionica y oscura) produciria anisotropias en el fondo de microondas, y por tanto podria ser estimado con las observaciones de wmap.

Los dos espectros solo coinciden exactamente cuando no hay un bias entre materia barionica y materia oscura.

Volvemos a utilizar la medida  $\chi^2$  en el mismo sentido y con el mismo significado que los apartados anteriores.

Realizaremos también una estimación del parámetro  $\sigma_8$  de los distintos modelos y de los datos observacionales, para lo cual en primer lugar, encontraremos a partir de la teoría, la forma de calcularlo.

## 2 Fondo cósmico de microondas. Coeficientes multipolares de la distribución de temperaturas producida por los llamados modos escalares

Si tomamos un mapa de temperaturas desde un punto (satélite, etc.), podemos encontrar su temperatura media como  $\langle T \rangle$ , y además, ser capaces de generar un contraste de temperaturas angular si consideramos:

- **Vector unitario.**

$\vec{n}$ , unitario que apunta hacia una dirección en el espacio.

- **Contraste en la dirección de n.**

Para poder medir las diferentes correlaciones de T. Cada  $\vec{n}$  tiene asociado un contraste de temperatura.

$$\frac{T - \langle T \rangle}{\langle T \rangle} = \frac{\delta T}{T}(\vec{n}) \quad [2.1]$$

- **Correlación angular.**

Si tenemos dos direcciones  $\vec{n}$  y  $\vec{m}$ , unitarias, podemos definir la función  $C(\theta)$ , de tal manera que:

$$C(\theta) = \langle \frac{\delta T}{T}(\vec{n}) \frac{\delta T}{T}(\vec{m}) \rangle \quad [2.2]$$

siendo  $\theta = \arccos(\vec{n} \cdot \vec{m})$ . Esta función es un promedio del producto de contrastes en diferentes direcciones cuyo ángulo entre vectores es  $\theta$ , y que expresa la correlación a un ángulo  $\theta$ .

### 2.1 Cálculos previos para representar la función

Como es sabido la distribución de temperaturas es estadísticamente isotrópica, no depende de la dirección en la que apuntemos el ángulo.

- **Hacia los Cl.**

Si desarrollamos el contraste [2.1] en armónicos esféricos.

$$\frac{\delta T}{T}(\vec{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} a_{lm} Y_{lm} \quad [2.3]$$

Podemos reescribir la función [2.2] como:

$$C(\theta) = \langle \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} a_{lm} Y_{lm}(\vec{n}) * \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} a_{lm} Y_{lm}^*(\vec{m}) \rangle \quad [2.4]$$

donde el parametro  $a_{lm}$  depende del observador y los armónicos  $Y_{lm}$  son funciones bien conocidas.

Las características que han de cumplir las funciones  $a_{lm}$  cualquiera que sea el observador son:

– **media cero.**

$\langle a_{lm} \rangle = 0$  y además:

$\langle a_{lm} a_{l'm}^* \rangle = C_{lm} \delta_{l'l} \delta_{mm'}$  que nos indica que la distribución es gaussiana. Al tener la función  $\delta$ , solo tomará valores para  $l = l'$  y  $m = m'$ , el resto será cero para  $l \neq l'$  o  $m \neq m'$ .

– **dependencia solo de Cl.**

Por ser estadísticamente isotrópica, la función  $C_{lm}$  solo depende de la parte en  $l$ ,  $C_l$ .

• **Relación de los Cl con los C angulares.**

La relación [2.4], aplicando las características comentadas anteriormente, podemos expresarla como:

$$C(\theta) = \langle \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} C_{lm} Y_{lm}(\vec{n}) Y_{lm}^*(\vec{m}) \rangle \quad [2.5]$$

, y por ser  $C_{lm}$  estadísticamente isotrópica, solo depende de  $C_l$  por tanto, para todo  $m$  queda:

$$C(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} C_l \sum_{m=-l}^{+l} \langle Y_{lm}(\vec{n}) Y_{lm}^*(\vec{m}) \rangle \quad [2.6]$$

, que teniendo en cuenta las propiedades de los armónicos esféricos se obtiene:

$$C(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} C_l \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\cos(\theta)) \quad [2.7]$$

siendo los polinómios de Legendre  $P_l(\cos(\theta))$ .

Si invertimos la función obtenemos los  $C_l$  en función de los  $C(\theta)$

$$C_l = 2\pi \int_0^\pi C(\theta) P_l(\cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta \quad [2.8]$$

- **Unidades de representación.**

Para la representación gráfica, como es habitual, situamos en las abscisas  $l$ , y en las ordenadas  $\frac{l(l+1)C_l^S}{2\pi}$  en  $\mu K^2$ .

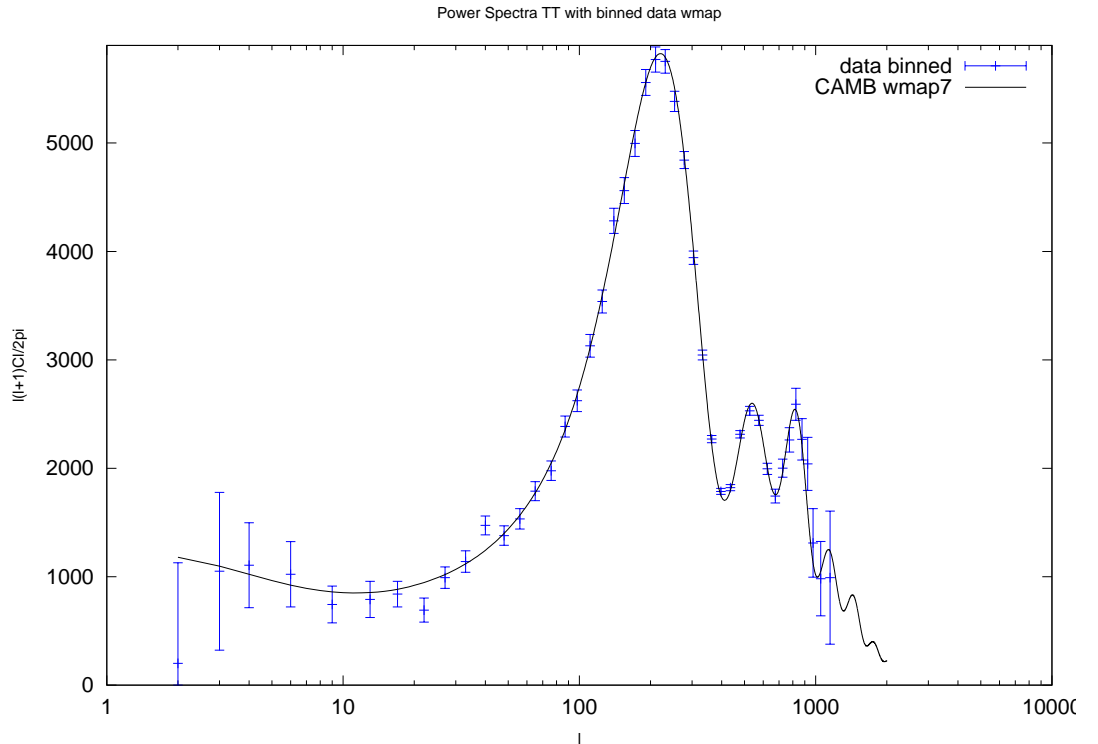
- **Función de dispersión**

$$\chi^2 = \sum_n \frac{(f(l)_{obs} - f(l)_{calc})^2}{\sigma_{nobs}^2} \quad [2.9]$$

donde la función  $f(l) = \frac{l(l+1)C_l^S}{2\pi}$  siendo  $C_l^S = C_l^{TT}$  el observado o el calculado en cada caso, y  $\sigma_{nobs}^2$  obtenida de los errores en las observaciones de cada medida.

## 2.2 Modelo Wmap7

La siguiente gráfica muestra la curva del modelo teórico junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo TT\_wmap7.m.



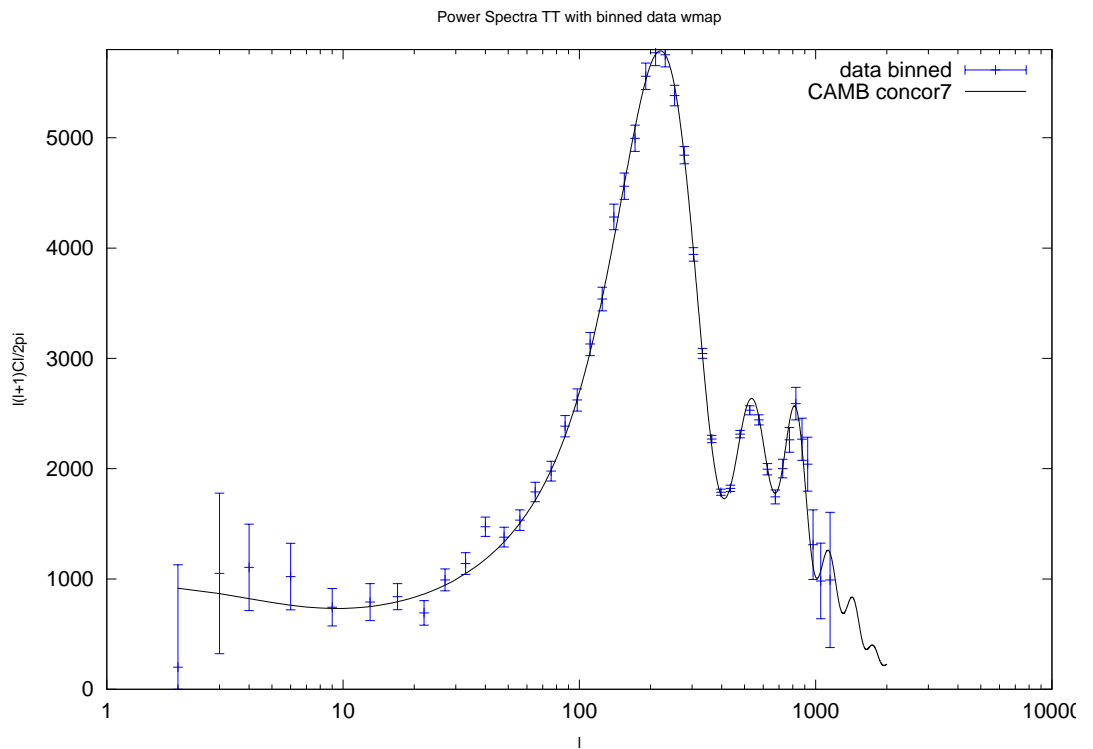


Donde los datos observados se representan mediante barras, y la curva teórica para este modelo de universo con línea continua negra.

La función  $\chi^2$  nos da un valor de 39,356. Ha sido calculado en Octave con la implementación del script anexo Chi\_TT.m.

### 2.3 Modelo concordante

La siguiente gráfica muestra la curva del modelo teórico junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo TT\_concor7.m.



Donde los datos observados se representan mediante barras, y la curva teórica para este modelo de universo con línea continua negra.

La función  $\chi^2$  nos da un valor de 41,977. Ha sido calculado en Octave con la implementación del script anexo Chi\_TT.m.

### 2.4 Interpretación de resultados

En la siguiente tabla mostramos los resultados obtenidos para la función  $\chi^2$  para los distintos modelos de universo.

Modelo	Valor $\chi^2$
Wmap7	39,356
Concordante7	41,977

En el caso de los coeficientes multipolares de la distribución de temperaturas producida por los llamados modos escalares, podemos resumir que los datos observados se adaptan mejor al modelo wmap7 que es más efectivo que el modelo concordante7.

### 3 Supernovas Ia. Análisis de magnitudes en supernovae Ia

El análisis consiste en probar los modelos propuestos con los datos de supernovas Ia disponible, y evaluarlo con la función  $\chi^2$  que después definiremos.

#### 3.1 Cálculos previos para representar la función

La relación entre  $\mu = m - M$  y  $z$  depende de los parámetros  $\Omega_\Lambda, \Omega_{m_0}, \Omega_k$  y  $H_0$  característicos de cada modelo.

La función a calcular representa la magnitud  $\mu = m - M$  frente a  $z$ , con  $0 < z < 2$ .

##### • Deducción de la fórmula de Mattig:

De la ecuación de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\mathfrak{R}g_{\mu\nu} \equiv G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad [3.1]$$

La componente 0-0 nos lleva a la ecuación de Friedmann:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_\Lambda) \quad [3.2]$$

siguiendo [Kolb & Turner, 1990, *The Early Univers*], siendo:

- $\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_C}$ , la densidad relativa de la energía oscura, con  $\rho_C = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$  la densidad crítica, y
- $\rho_m = \frac{\rho_{m_0} a_0^3}{a^3}$  la densidad de la materia, con  $a = \frac{a_0}{1+z}$ ,  $\dot{a} = \frac{da}{dt}$ , y
- considerando modelos genéricos con curvatura  $\Omega_\Lambda + \Omega_{m_0} + \Omega_K = 1$  donde  $\Omega_K = \frac{-K}{a_0^2 H_0^2}$  representa la densidad relativa debida a la curvatura, y
- considerando que  $\int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} =$ 
  - \*  $\sin^{-1}(r)$  si es un universo cerrado  $K = +1$
  - \*  $r$  si es un universo plano  $K = 0$
  - \*  $\sinh^{-1}(r)$  si es un universo abierto  $K = -1$

Desarrollamos la ecuación [3.2] hasta encontrar una ecuación diferencial que nos ligue  $dr$  con  $dz$ :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2(\Omega_m + \Omega_\Lambda - \Omega_K) \quad [3.3]$$

como  $\Omega_m = \Omega_{m_0} \frac{a_0^3}{a^3}$  queda

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right) = H_0 \sqrt{(\Omega_{m_0} \frac{a_0^3}{a^3} + \Omega_\Lambda - \Omega_K)} \quad [3.4]$$

como  $\frac{da}{a} = dt$  entonces  $da = -\frac{a_0}{(1+z)^2} dz$  porque  $a = \frac{a_0}{1+z}$  obtenemos

– Para un universo cerrado (K=+1)

$$\arcsin(r) = \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_a^{a_0} \frac{da}{H_0 a^2 \sqrt{\frac{\Omega_{m_0} a_0^3}{a^3} + \Omega_\Lambda - \Omega_K}} \quad [3.5]$$

transformando a z

$$\begin{aligned} \arcsin(r) &= H_0^{-1} \int_0^z \frac{a_0 dz}{(1+z)^2 \frac{a_0^2}{(1+z)^2} \sqrt{\Omega_{m_0}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda - \Omega_K(1+z)^2}} = \\ &= H_0^{-1} a_0^{-1} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{m_0}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda - \Omega_K(1+z)^2}} = \\ &= \sqrt{-\Omega_K} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{m_0}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda - \Omega_K(1+z)^2}} \text{ que pasando a forma} \\ &\text{diferencial queda} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-r^2}} dr = \sqrt{-\Omega_K} \left[ \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{m_0}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda - \Omega_K(1+z)^2}} \right] \quad [3.6]$$

con lo que ya tenemos dr en función de dz

$$dr = \sqrt{1-r^2} \sqrt{-\Omega_K} \left[ \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{m_0}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda - \Omega_K(1+z)^2}} \right] \quad [3.7]$$

Para un universo plano (K=0)

$$-a_0 r = \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = H_0^{-1} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(1-\Omega_\Lambda)(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad [3.8]$$

al no haber curvatura, en forma diferencial

$$d(a_0 r) = H_0^{-1} \frac{dz}{\sqrt{(1-\Omega_\Lambda)(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad [3.9]$$

Para un universo abierto (K=-1), los mismos calculos que para el caso cerrado, solo teniendo en cuenta que ahora el termino  $\Omega_K$  nos dara una cantidad positiva debido a que la densidad relativa total es menor que la unidad, y el parametro K=-1:

$$1 > \Omega = \Omega_\Lambda + \Omega_{m_0} = 1 - \Omega_K = 1 - \frac{-K}{H_0^2 a_0^2}$$

- **Relación de magnitudes:**

Ahora debemos obtener m-M en función de z, para lo cual utilizamos:

$$0.2(m - M) + 1 = \log_{10}(a_0 r(1 + z)) \quad [3.10]$$

- **Función teórica**

De las ecuaciones [3.7], [3.9] y [3.10] calculamos la predicción de los modelos. Su cálculo se realiza numéricamente. Se muestra el código implementado en Octave en los anexos.

- **Función de dispersión**

Para ponderar estas desviaciones, tomamos la función  $\chi^2$  que nos indica la desviación de las medias obtenidas observacionalmente con la función obtenida del modelo a testear. Cuando más se acerque a cero esta medida mejor ajustará el modelo a las observaciones.

En este caso, la función  $\chi^2$  se ha tomado como:

$\chi^2 = \sum_i \frac{(\mu_{obs} - \mu_{calc})^2}{\sigma_{\mu_b}^2 + \sigma_{int}^2}$ , siendo  $\sigma_{int} = 0.15$  según se detalla en (P. Astier et al. 2006).

Los cálculos se han realizado en la herramienta GNU Octave, el código generador se muestra en los anexos, cabe distinguir el código para el cálculo en universos planos (k=0), y en universos con curvatura (k=1, k=-1).

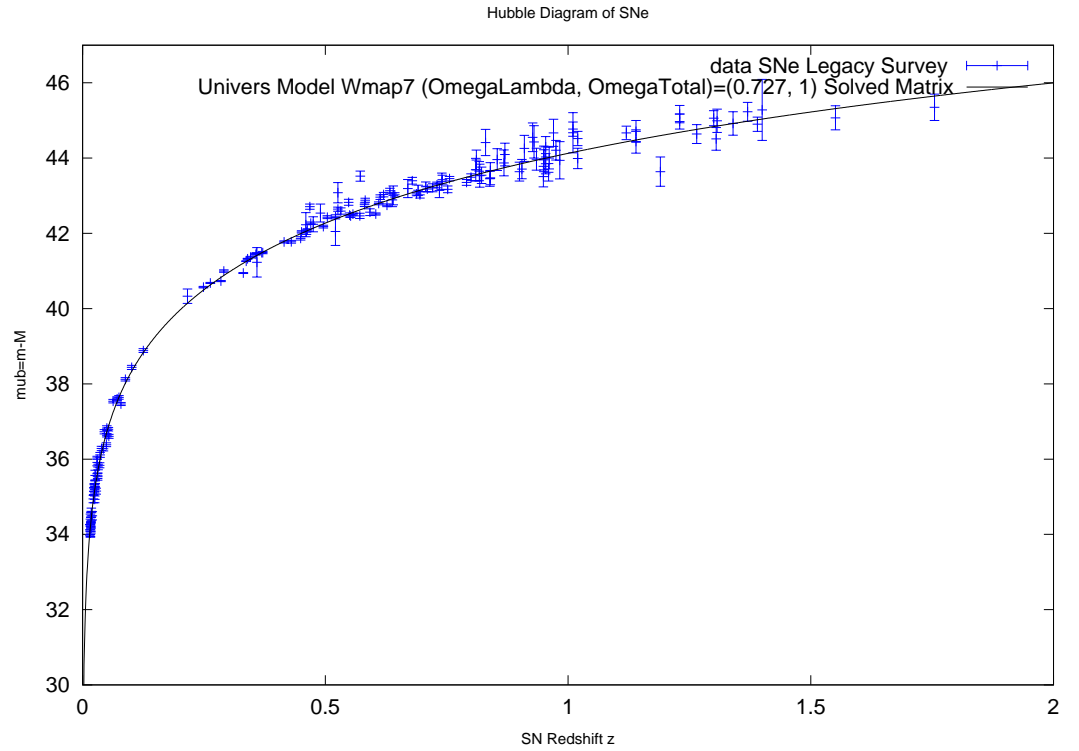
### 3.2 Modelo Wmap7

Si tomamos el modelo de universo propuesto según los datos de wmap 7 years, cuya descripción paramétrica se muestra en el anexo A, para ajustar la curva teórica de los valores de m-M frente a z (Diagrama de Hubble), y representamos también los valores del catálogo de supernovas Ia mostradas en el anexo D, obtenemos las siguientes curvas:

- **Modelo plano k=0:**

La siguiente gráfica muestra la curva del modelo teórico junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo:

genera\_Supernovae\_plano\_wmap7.m.



Donde los datos observados se representan mediante barras con error en azul, y la curva teórica para este modelo de universo en rojo.  $\Omega_{\Lambda} = 0.727$  y  $\Omega_{tot} = 1$ .

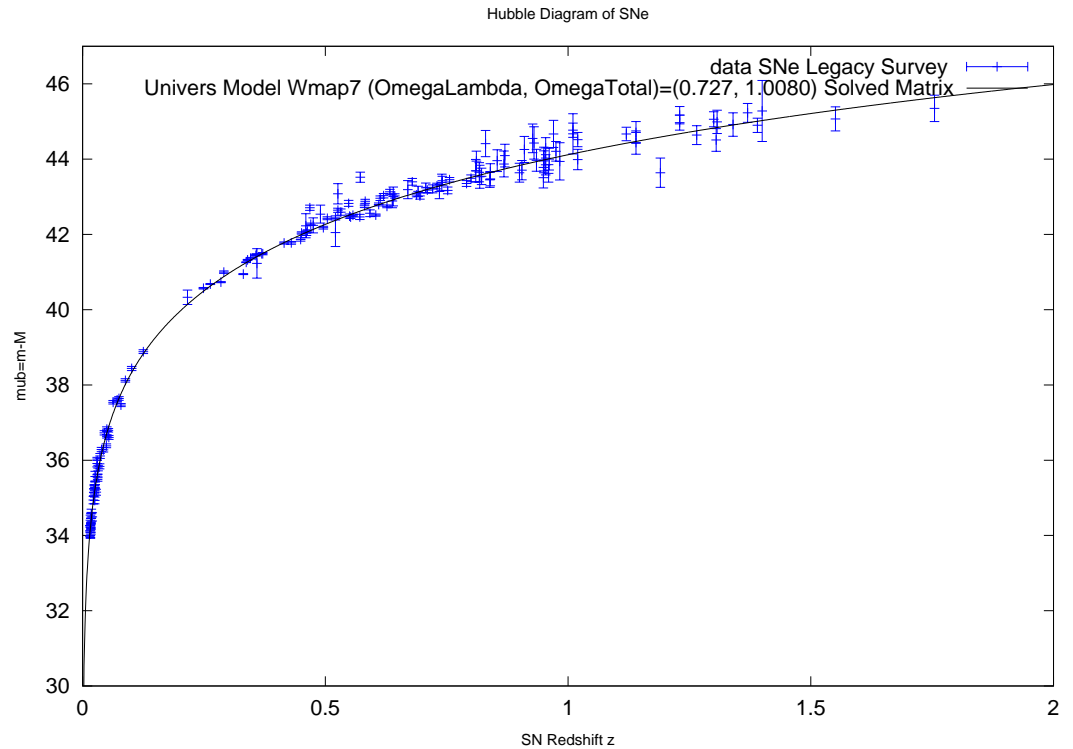
La función  $\chi^2$  nos da un valor de 166,38. Ha sido calculado en Octave con la implementación del script anexo:

genera\_Supernovae\_plano\_wmap7.m.

- **Modelo cerrado  $k=+1$ :**

La siguiente gráfica muestra la curva del modelo teórico junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo:

`genera_Supernovae_cerrado_wmap7.m`.



Donde los datos observados se representan mediante barras, y la curva teórica para este modelo de universo línea continua negra.  $\Omega_{\Lambda} = 0.727$  y  $\Omega_{tot} = 1.0080$ .

La función  $\chi^2$  nos da un valor de 167,62. Ha sido calculado en Octave con la implementación del script anexo:

`genera_Supernovae_cerrado_wmap7.m`.

### 3.3 Modelo concordante

Si tomamos el modelo de universo propuesto según los datos del modelo concordante 7 years, cuya descripción paramétrica se muestra en el anexo B, para ajustar la curva teórica de los valores de

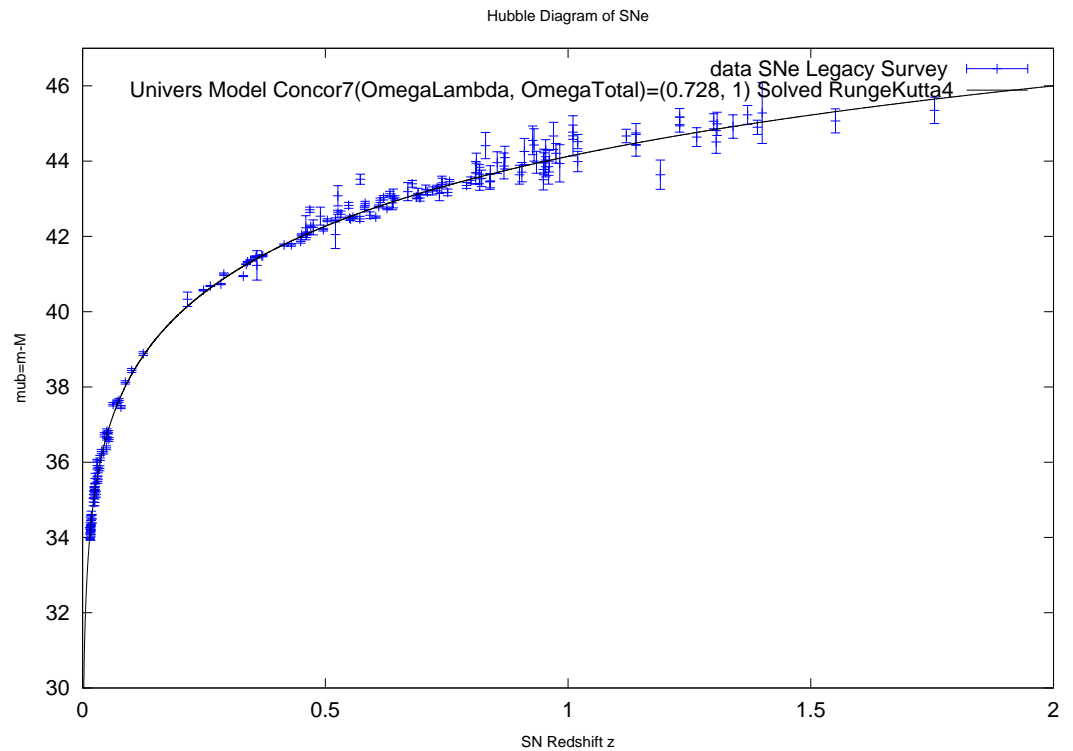
$m-M$  frente a  $z$  (Diagrama de Hubble), y representamos también los valores del catálogo de supernovas Ia mostradas en el anexo D, obtenemos las siguientes curvas:



- **Modelo plano k=0:**

La siguiente gráfica muestra la curva del modelo teórico junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo:

genera\_Supernovae\_plano\_concor7.m.



Donde los datos observados se representan mediante barras, y la curva teórica para este modelo de universo con línea continua negra.  $\Omega_\Lambda = 0.728$  y  $\Omega_{tot} = 1$ .

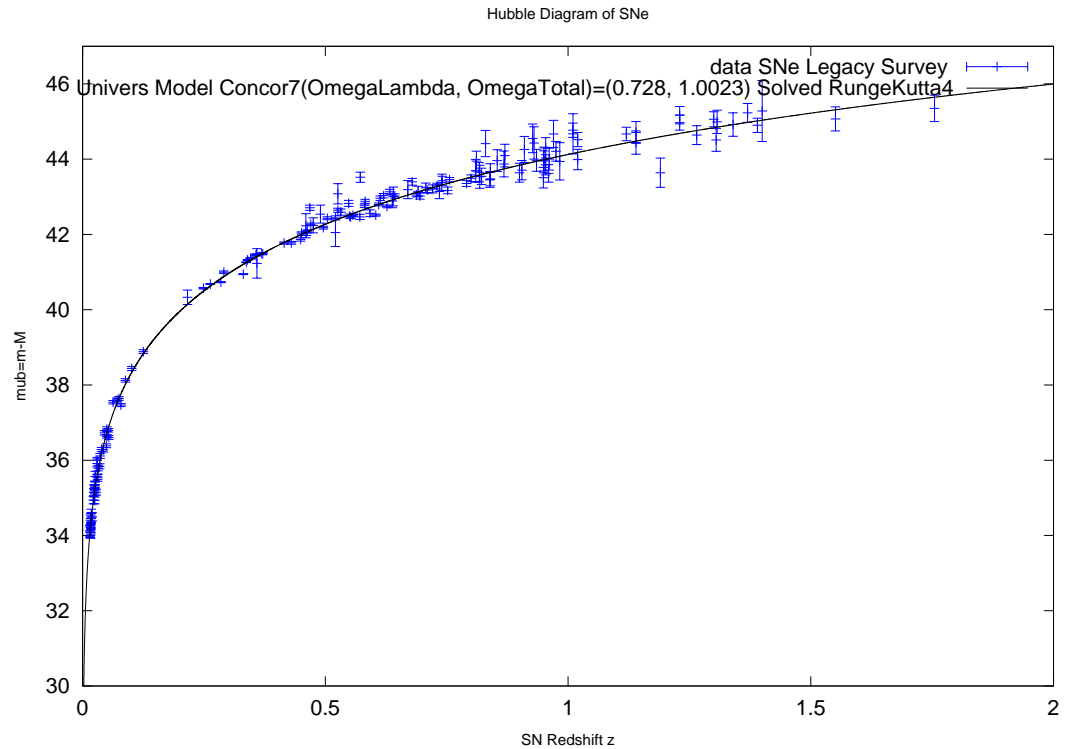
La función  $\chi^2$  nos da un valor de 166,29. Ha sido calculado en Octave con la implementación del script anexo:

genera\_Supernovae\_plano\_concor7.m.

- **Modelo cerrado  $k=+1$ :**

La siguiente gráfica muestra la curva del modelo teórico junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo:

genera\_Supernovae\_cerrado\_concor7.m.



Donde los datos observados se representan mediante barras, y la curva teórica para este modelo de universo con línea continua negra.  $\Omega_\Lambda = 0.728$  y  $\Omega_{tot} = 1.0023$ .

La función  $\chi^2$  nos da un valor de 166,62. Ha sido calculado en Octave con la implementación del script anexo:

genera\_Supernovae\_cerrado\_concor7.m.

### 3.4 Interpretación de resultados

En la siguiente tabla mostramos los resultados obtenidos para la función  $\chi^2$  para los distintos modelos de universo.

Modelo	Curvatura	Valor $\chi^2$
Wmap7	Plano	166,38
Wmap7	Cerrado	167,92
Concordante7	Plano	166,29
Concordante7	Cerrado	166,62

En el caso de las supernovas, podemos resumir que los datos observados se adaptan mejor a un modelo de universo con  $k=0$ , es decir, plano, y que el modelo concordante7 es ligeramente más efectivo que el modelo wmap7.

## 4 Distribución de Galáxias. Análisis del espectro de potencias.

### 4.1 Cálculos previos para representar la función

Vamos a trabajar con contrastes de densidades, que espacialmente podemos definir como:

$$\delta(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r}) - \rho_B}{\rho_B} \quad [4.1],$$

siendo  $\rho_B$  la densidad del Background y  $\rho(\vec{r})$  es la densidad en el punto cuyo vector de posición es  $\vec{r}$ .

Podemos hacer la transformada de Fourier de  $\delta(\vec{r})$  a la que llamaremos  $\delta_{\vec{k}}$ , que viene dada por la siguiente fórmula:

$$\delta_{\vec{k}} = V^{-1} \int_V \delta(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{r} \quad [4.2]$$

asi como la transformación inversa:

$$\delta(\vec{r}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int \delta_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3k \quad [4.3],$$

La distribución de densidad viene descrita tanto por  $\delta(\vec{x})$  como por  $\delta_{\vec{k}}$ .

Por tanto podemos trabajar tanto en el espacio de posiciones ( $\vec{r}$ ) como en el de momentos ( $\vec{k}$ ).

Para estudiar estadísticamente la distribución de densidad  $\rho(\vec{x})$  o del contraste de densidad  $\delta(\vec{x})$ , hemos de definir correlaciones.

Definimos la función de correlación a dos puntos, cuyo vector de posición relativo es  $\vec{x}$ , de la forma siguiente:

$$\xi(\vec{x}) = \langle \delta(\vec{r}) \delta(\vec{r} + \vec{x}) \rangle \quad [4.4]$$

Debido a que la distribución de densidad es estadísticamente isótropa, el valor medio de [4.4] no depende más que del módulo  $\vec{x}$ , por eso, de aqui en adelante denotaremos la función de correlación en la forma  $\xi(x)$ .

Podemos definir el espectro de potencias  $P(k)$  como la transformada de Fourier de  $\xi(x)$ , de acuerdo con la siguiente relación:

$$P(k) = \frac{1}{V} \int \xi(x) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} d^3x \quad [4.5].$$

haciendo la transformación inversa resulta:

$$\xi(x) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int P(k) e^{-i \vec{k} \cdot \vec{x}} d^3k \quad [4.6]$$

El espectro de potencias no depende de la dirección del vector  $\vec{k}$ , debido a la isotropía espacial. Solo depende del llamado número de onda  $k = |\vec{k}|$ .

El espectro de potencias también puede ser definido de la forma siguiente:

$$P(k) = \langle |\delta_{\vec{k}}|^2 \rangle \quad [4.7]$$

y cálculos sencillos permiten demostrar que este espectro satisface la ecuación [4.5]. Ver referencia [Byrd G.G. et al, 2007 *Cosmology*][Weinberg S., 2008 *Cosmology*] para más detalles.

Como es sabido  $P(k)$  define completamente la distribución de densidad, si esta es gaussiana, que es el caso que nos ocupa.

El espectro de potencias de los contrastes de materia barionica puede ser calculado a partir de grandes catálogos de galaxias (haciendo promedios en ellos que nos den las correlaciones).

El espectro de potencias de toda la materia (barionica más oscura), en un determinado modelo teórico, puede ser calculado mediante la aplicación CAMB on line:

([http://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb\\_camb\\_form.cfm](http://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb_camb_form.cfm)).

- **Hacia la medida de correlación.**

Podemos resolver la función de correlación  $\xi(r)$  por dos caminos, por aproximación (útil para cálculos analíticos) o por cálculo exacto.

- **Por aproximación.**

Ya hemos visto,  $P(\vec{k})$  es isótropa, luego podemos usar su simetría esférica para la integral.

Además, como  $\xi(r)$  es un número real, podemos tomar  $e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}}$  como  $\cos(kr \cos \theta)$  donde el ángulo  $\theta$  es el ángulo medido desde la dirección del vector  $\vec{k}$ , y tenemos:

$$\xi(r) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int P(k) k^2 dk \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \cos(kr \cos \theta) \sin \theta d\theta \quad [4.10],$$

que haciendo un pequeño cambio de variable:

$y = kr \cos \theta$ , se convierte en:

$$\begin{aligned}\xi(r) &= \frac{2V}{(2\pi)^2} \int P(k) k^2 dk \int_{-kr}^{kr} \cos y \frac{dy}{kr} = \\ &= \frac{2V}{(2\pi)^2} \int P(k) k^2 dk \left[ \frac{\sin(y)}{kr} \right]_{-kr}^{kr} = \\ &= \frac{2V}{(2\pi)^2} \int P(k) \frac{\sin(kr)}{kr} k^2 dk \quad [4.11].\end{aligned}$$

Si expresamos esta ecuación en la forma:

$$\frac{d\xi}{d\ln(k)} = k \frac{d\xi}{d(k)} \approx \frac{V}{2\pi^2} P(k) k^3 = \Delta_k^2 \quad [4.12],$$

cuando  $\frac{\sin(kr)}{kr} \approx 1$  ( $r = k^{-1}$ ) entonces  $\Delta_k^2$  representa una medida de rugosidad en la escala  $r = k^{-1}$ . Para mayor discusión ver [Byrd G.G. et al, 2007 *Cosmology*].

Por tanto, podemos hallar el contraste de densidad de forma aproximada a un determinado R, sin mas que calcular  $\Delta_k^2$ , de forma que:

$$\begin{aligned}\langle \delta_R^2 \rangle &\approx \Delta_k \\ \sigma_R &= \langle \delta_R^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \quad [4.13]\end{aligned}$$

– **Por cálculo exacto.**

Definimos la función densidad

$$\rho = \langle \rho \rangle + \Delta\rho \quad [4.14]$$

entonces llamamos  $\delta_{\vec{k}}$  a la función:

$$\delta_{\vec{k}} = \frac{\int \Delta\rho(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} d^3x}{V} \quad [4.15]$$

Entonces, si centramos una esfera en  $x_0$  (posición  $\vec{r} = \vec{x}_0$ ), el exceso de masa que contiene es:

$$M(x_0) = \int_x \Delta\rho(\vec{x}) d^3x = \frac{V}{(2\pi)^3} \int_x \int d^3k e^{-i\vec{k}\vec{x}} \delta_{\vec{k}} d^3x \quad [4.16],$$

si llamamos  $V$  al volumen de integración y definimos dentro de él  $\vec{x} = \vec{x}' + \vec{x}_0$ , la función anterior se puede escribir como:

$$M(\vec{x}_0) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int_x \int d^3k e^{-i\vec{k}(\vec{x}_0 - \vec{x}')} \delta_{\vec{k}} d^3x' = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k e^{-i\vec{k}\vec{x}_0} \delta_{\vec{k}} \int_x e^{-i\vec{k}\vec{x}'} d^3x'$$

con lo que

$$\begin{aligned}\delta M^2(\vec{x}_0) &= \frac{V^2}{(2\pi)^6} \left\{ \int d^3k e^{-i\vec{k}\vec{x}_0} \delta_{\vec{k}} \int_{x'} e^{-i\vec{k}\vec{x}'} d^3x' \right\} \left\{ \int d^3k' e^{-i\vec{k}'\vec{x}_0} \delta_{\vec{k}'} \int_x e^{-i\vec{k}'\vec{x}'} d^3x'' \right\} = \\ &= \frac{V^2}{(2\pi)^6} \int d^3k d^3k' \delta_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}'} e^{-i\vec{x}_0(\vec{k} - \vec{k}')} \int_x d^3x' e^{-i\vec{k}\vec{x}'} \int_x d^3x'' e^{-i\vec{k}'\vec{x}''}\end{aligned}$$

que si promediamos en  $\vec{x}_0$ , tenemos

$$\delta M^2 = \frac{V \langle \rho \rangle^2}{(2\pi)^3} \int d^3 k |\delta_{\vec{k}}|^2 \int_x d^3 x' e^{-i\vec{k}\vec{x}'} \int_x d^3 x'' e^{-i\vec{k}\vec{x}''} \quad [4.17]$$

como  $M^2 = \langle \rho \rangle^2 V_\rho^2$  podemos obtener

$$\frac{\delta M^2}{M^2} = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3 k |\delta_{\vec{k}}|^2 W_k \quad [4.18],$$

siendo  $W_k$  una función ventana definida como:

$$W_k = \left[ \frac{\int_x d^3 x' e^{-i\vec{k}\vec{x}'}}{\int_x d^3 x'} \right]^2 \quad [4.19] ,$$

que después de integrar se puede escribir como  $\frac{9}{y^6} [\sin(y) - y \cos(y)]^2$ , siendo  $y = kx$ .

*Nota:* en este momento se puede también hacer aproximaciones en esta función (aunque no hacen falta ya que se ha resultado numéricamente), ya que, si observamos la variable  $y = kx$  vemos que los resultados de la función toman los siguientes valores:

- \* La función  $W$  tiende a 1 para  $y \leq 1$  luego  $kx < 1$  que significa para  $x \leq k^{-1}$ . Podemos considerarla uno e integrar hasta  $x = k^{-1}$ .
- \* La función  $W$  tiende a  $y^{-4}$  para  $y \gg 1$  para  $x > k^{-1}$ . Podemos despreciar los términos en los que  $x > k^{-1}$ .

Con lo cual desaparece la función ventana y la integral la resolvemos para  $x \leq k^{-1}$ , obteniendo una buena aproximación.

No obstante, seguiremos con esta función completa. Si tenemos en cuenta la isotropía comentada en apartados anteriores, y queremos trabajar en  $k$  como escalar, teniendo en cuenta que  $d^3 k = k^3 \sin^2 \theta dk d\theta d\varphi$ , la función quedaría como:

$$\sigma_R^2 = \frac{\delta M^2}{M^2} = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3 k |\delta_{\vec{k}}|^2 W_k = \frac{V}{2\pi^2} \int k^2 |\delta_{\vec{k}}|^2 W_k dk = \frac{V}{2\pi^2} \int k^2 P(k) W_k dk \quad [4.20].$$

Esta función la usaremos para los cálculos numéricos realizados. Si consideramos el cambio de variable  $y = kx$ , la función se puede escribir como:

$$\sigma_x^2 = \frac{V}{2\pi^2} \int \frac{y^2}{x^2} P\left(\frac{y}{x}\right) \left[ \frac{9}{y^6} [\sin(y) - y \cos(y)]^2 \right] dy \quad [4.21] ,$$

que si consideramos que  $x$  es fijo cuando se calcula y que el volumen de integración  $V$  está contenido ya con los datos proporcionados por CAMB en  $P(k)$ , tenemos:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{x^3} \int_0^\infty P\left(\frac{y}{x}\right) y^2 \left[ \frac{9}{y^6} [\sin(y) - y\cos(y)]^2 \right] dy \quad [4.22],$$

que se ha calculado numéricamente.

- **Parámetro sigma8.**

Otro parámetro comunmente utilizado para caracterizar la distribución de densidad es  $\sigma_R$ , que concretandolo para  $R = 8/h$ , es el conocido como  $\sigma_8$ .

En nuestro caso, el modelo wmap7, con  $h = 0.704$  predice un  $\sigma_8 = 0,8056$ , entrando dentro de los límites que establece wmap ( $\sigma_8 = 0,801 \pm 0,030$ ), mientras que el modelo concordancia7, con  $h = 0.704$  predice  $\sigma_8 = 0,809$ , tambien dentro de los límites establecidos  $\sigma_8 = 0,809 \pm 0,024$ .

- **Método aproximado.**

Del modelo aproximado [4.11] tenemos que:

$$\sigma_R^2 = \xi(R) = \frac{V}{2\pi^2} \int P(k) k^2 \frac{\sin(kr)}{kr} dk = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\frac{1}{R}} P_V(k) k^2 dk,$$

y como resulta más cómodo de calcular usar la función [4.12]:

$$\frac{d\xi}{d\ln(k)} = k \frac{d\xi}{d(k)} \approx \frac{V}{2\pi^2} P(k) k^3 = \Delta_k^2 = \frac{1}{2\pi^2} P_V(k) k^3,$$

conociendo la aproximación [4.13]:

$$\Delta_k \approx \langle \delta_R^2 \rangle, \text{ entonces para } R = 8, k = \frac{h}{8}:$$

$$\sigma_8 = \sqrt{\sqrt{\Delta_{\frac{h}{8}}^2}}, \text{ obtenemos:}$$

- \* **wmap7.**

$$\sigma_8 = \sqrt{\sqrt{\Delta_{\frac{h}{8}}^2}} = 0.804$$

- \* **concordancia7.**

$$\sigma_8 = \sqrt{\sqrt{\Delta_{\frac{h}{8}}^2}} = 0.812$$

- \* **datos reales del catálogo de galáxias.**

$$\sigma_8 = \sqrt{\sqrt{\Delta_{\frac{h}{8}}^2}} = 0.846$$

Estas aproximaciones concuerdan bastante bien con los datos teóricos. De los datos del catálogo de galáxias, hemos obtenido un  $\sigma_8$  diferente, con lo que se ha intentado ajustar unos mejores modelos wmap y concordancia, variando



la amplitud escalar de las fluctuaciones hasta encontrar la mejor aproximación a  $\sigma_8 = 0,846$ . Con estos nuevos modelos que hemos llamado wmap7-b y concor7-b, comprobamos que se minoran las funciones  $\chi^2$ .

– **Método calculado.**

Del modelo calculado [4.22] podemos obtener:

$\sigma_8^2 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{x^3} \int_0^\infty P(\frac{y}{x}) y^2 \left[ \frac{9}{y^6} [\sin(y) - y\cos(y)]^2 \right] dy$ , tras realizar los siguientes cambios:

- \*  $y = kx$ ,
- \*  $x = constante = \frac{8}{h}$
- \*  $dy = xdk$  de lo que  $dk = \frac{1}{x} dy$

realizando la integral numéricamente, y sin detenernos en  $y = 1$ ,  $k = \frac{1}{x}$  obtenemos:

- \* **wmap7.**  
 $\sigma_8 = 0.796$
- \* **concordancia7.**  
 $\sigma_8 = 0.814$
- \* **datos reales del catálogo de galáxias.**  
 $\sigma_8 = 0.785$

Los valores calculados entran dentro de los errores permitidos por los modelos. Se ha observado que a partir de ciertos valores por encima de R el calculo numérico sufre pocos cambios. El código que se ha implementado para resolverla esta en los scripts anexos de Octave.

• **Función de dispersión**

$\chi^2 = \sum_n \frac{(P(k)_{obs} - P(k)_{calc})^2}{\sigma_{nobs}^2}$  donde la función  $P(k) = \langle |\delta_k|^2 \rangle$  siendo el observado o el calculado en cada caso, y  $\sigma_{nobs}^2$  obtenida de los errores en las observaciones de cada medida.

**4.2 Modelo Wmap7**

Representamos en una curva el power spectrum  $P(k)$  en función del número de onda  $k$ , tomando las unidades de  $P(k)$  en  $h^{-3} Mpc^3$  y el número de onda en  $h Mpc^{-1}$ , donde los datos observados se representan mediante barras con error, y la curva teórica para este modelo de universo en línea continua.

La curva teórica ha sido obtenida con el programa CAMB, tomando como entrada los parametros wmap7 y wmap7-b mostrados en los anexos.

Los datos observados han sido obtenidos de:

<http://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/lrgdr/> .

Se muestran 3 gráficas en diferentes intervalos apropiados que permiten observar diferentes características:

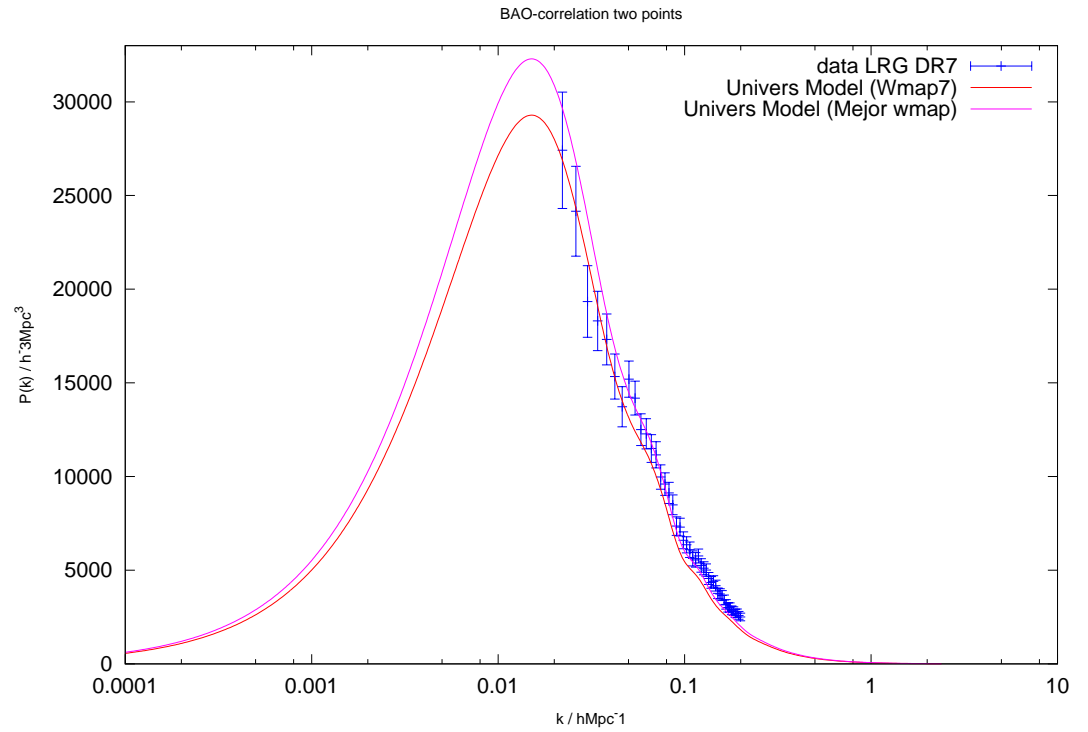
Vista general.

Vista  $0.02 < k < 2$ .

Vista  $0.03 < k < 0.2$ . Vista BAO.

- **Vista general del espectro de potencias**

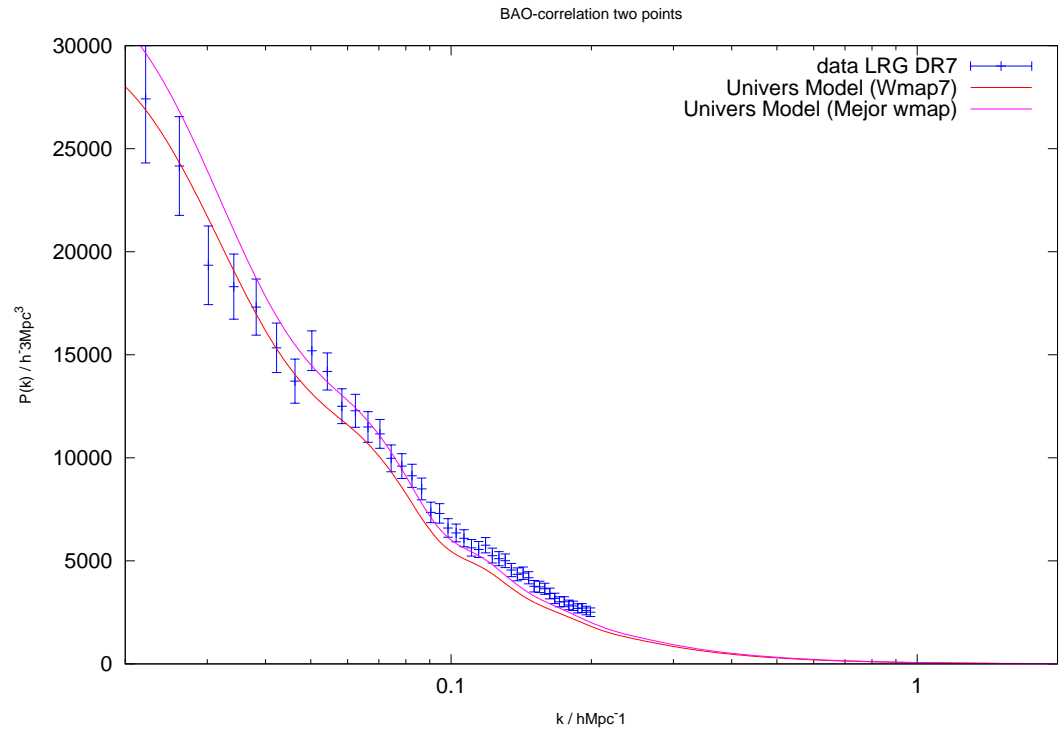
La siguiente gráfica muestra las curvas del modelo teórico y del modelo mejorado junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo Bao1\_wmap7.m.



Vista general de los datos y los modelos wmap 7 y wmap 7-b.

- **Espectro de potencias para  $0.02 < k < 2$**

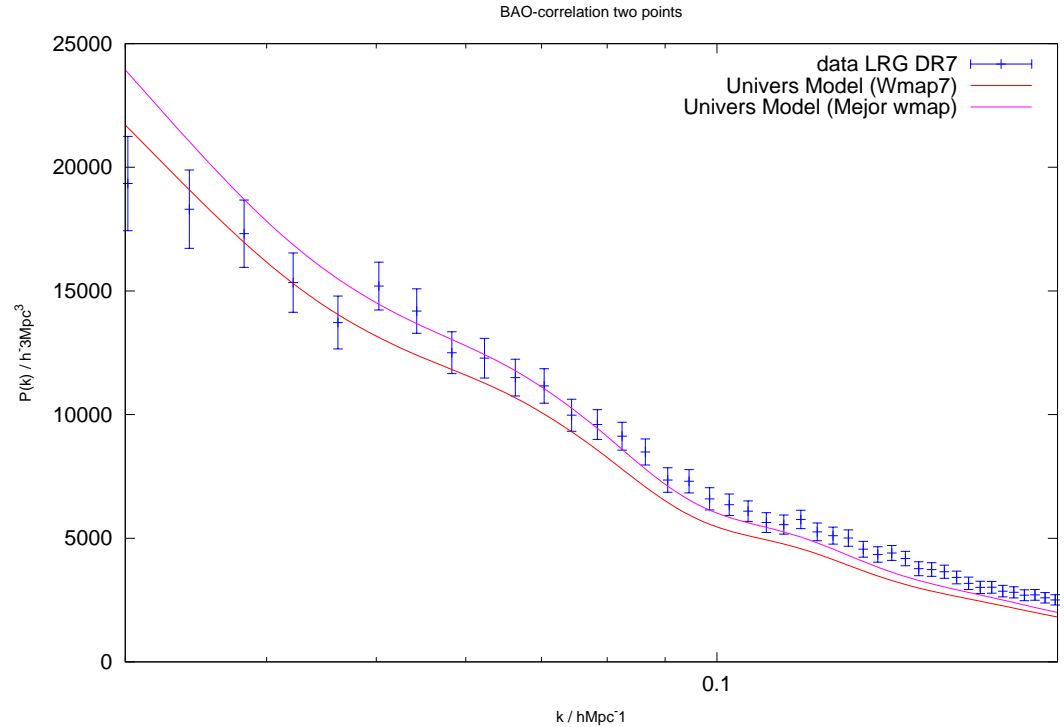
La siguiente gráfica muestra las curvas del modelo teórico y del modelo mejorado junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo Bao1\_wmap7.m.



Vista central de los datos y los modelos wmap 7 y wmap 7-b.

- **Espectro de potencias para  $0.03 < k < 0.2$ . Vista BAO**

La siguiente gráfica muestra las curvas del modelo teórico y del modelo mejorado junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo Bao1\_wmap7.m.



Vista detallada centrada en BAO de los datos y los modelos wmap 7 y wmap 7-b.

Donde los datos observados se representan mediante barras con error, la curva teórica para este modelo de universo en rojo, y el modelo mejorado en magenta.

La función  $\chi^2$  nos da un valor de 256,73. Para el modelo wmap adaptado a  $\sigma_8$  el valor de  $\chi^2$  es 105,74. Han sido calculados en Octave con la implementación del script anexo Bao1\_wmap7.m.

### 4.3 Modelo concordante

Representamos en una curva el power spectrum  $P(k)$  en función del número de onda  $k$ , tomando las unidades de  $P(k)$  en  $h^{-3}Mpc^3$  y el número de onda en  $hMpc^{-1}$ , donde los datos observados se representan mediante barras con error, y la curva teórica para este modelo de universo en línea continua.

La curva teórica ha sido obtenida con el programa CAMB, tomando como entrada los parámetros de `concor7` y `concor7-b` mostrados en los anexos.

Los datos observados han sido obtenidos de:

<http://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/lrgdr/> .

Se muestran 3 gráficas en diferentes intervalos apropiados que permiten observar diferentes características:

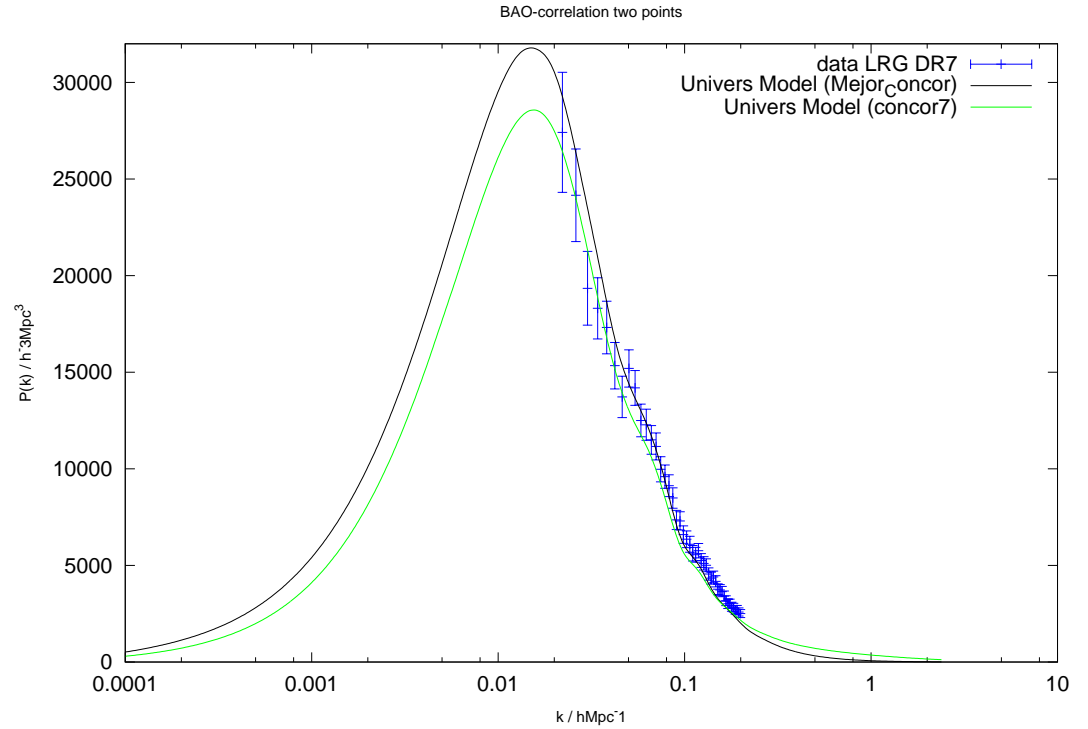
Vista general.

Vista  $0.02 < k < 2$ .

Vista  $0.03 < k < 0.2$ . Vista BAO.

- **Vista general del espectro de potencias**

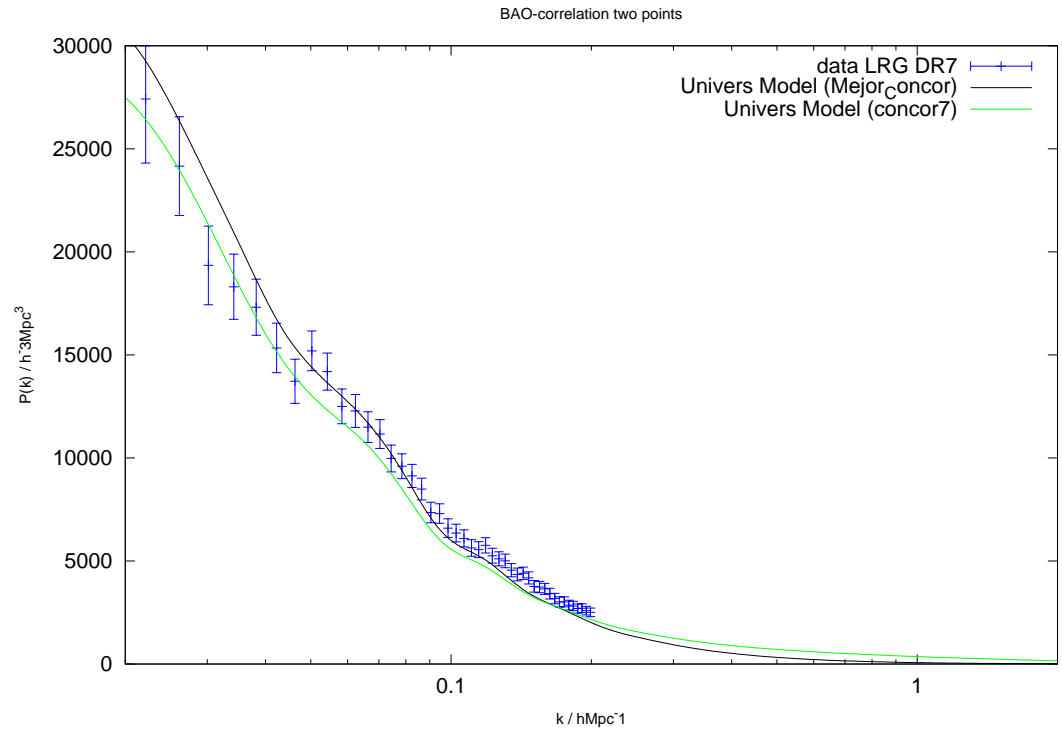
La siguiente gráfica muestra las curvas del modelo teórico y del modelo mejorado junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo Bao1\_concor7.m.



Vista general de los datos y los modelos concor7 y concor7-b.

- **Espectro de potencias para  $0.02 < k < 2$**

La siguiente gráfica muestra las curvas del modelo teórico y del modelo mejorado junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo Bao1\_concor7.m.

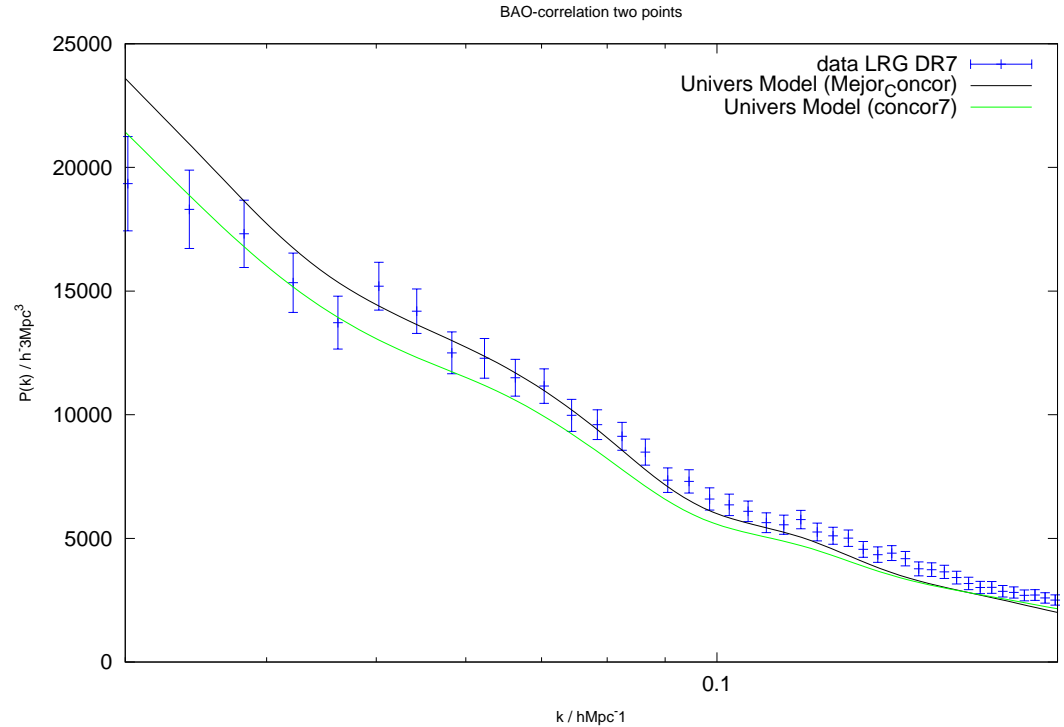


Vista central de los datos y los modelos concor7 y concor7-b.



- **Espectro de potencias para  $0.03 < k < 0.2$ . Vista BAO**

La siguiente gráfica muestra las curvas del modelo teórico y del modelo mejorado junto con los datos observacionales. Ha sido generada en Octave con la implementación del script anexo Bao1\_concor7.m.



Vista detallada centrada en BAO de los datos y los modelos concor7 y concor7-b.

Donde los datos observados se representan mediante barras con error en azul, la curva teórica para este modelo de universo en verde y en negro para el modelo mejorado.

La función  $\chi^2$  nos da un valor de 154,63. Para el modelo concor7 adaptado a  $\sigma_8$  el valor de  $\chi^2$  es 104,30. Han sido calculados en Octave con la implementación del script anexo Bao1\_concor7.m.

#### 4.4 Interpretación de resultados

En la siguiente tabla mostramos los resultados obtenidos para la función  $\chi^2$  para los distintos modelos de universo.

Modelo	Valor $\chi^2$
Wmap7	256,73
wmap7-b	105,74
concor7	154,63
concor7-b	104,30

En el caso del power spectrum, podemos resumir que los datos observados se adaptan mejor al modelo concordante que es ligeramente más efectivo que el modelo wmap7.

En ambos modelos de Universo, podemos detectar un abombamiento en la gráfica alrededor de  $k=0.06286$ , que corresponde a un  $L$  de 100, ya que  $k = \frac{2\pi}{L}$ . Esta fluctuación corresponde a las oscilaciones barión-fotón antes del desacoplamiento (Barionic acoustic oscillation (BAO)).

## 5 Conclusiones

### 5.1 Análisis de resultados

Vamos a analizar los resultados obtenidos en las secciones precedentes, comprobando la bondad de los modelos teóricos expuestos frente a los datos observacionales.

Para medirlos, nos fijamos en la función  $\chi^2$  calculada para cada modelo y realizaremos un pequeño contraste de hipótesis:

- **Hipótesis nula:**

$$H_0$$

Lanzamos la hipótesis nula de que los datos observacionales ajustan al modelo evaluado.

- **Hipótesis alternativa:**

$$H_1$$

Que los datos observacionales no ajustan al modelo evaluado.

Analizando la hipótesis  $H_0$  con el test para  $\chi^2$  para las muestras (contraste de temperatura, catálogo de supernovas y catálogo de galaxias) obtenemos la siguiente tabla:

Muestra	$\chi^2$	$n$	p-valor	Valor crítico
Modos escalares TT (wmap)	39,356	45	0,71	61,66
Modos escalares TT (concor)	41,977	45	0,60	61,66
SN cerrado (wmap)	167,92	158	0,28	188,33
SN cerrado (concordancia)	166,66	158	0,3	188,33
SN plano (wmap)	166,38	158	0,31	188,33
SN plano (concordancia)	166,29	158	0,31	188,33
Power Spectrum (wmap)	256,73	45	0	61,66
Power Spectrum (wmap ajustado a $\sigma_8$ )	105,74	45	0	61,66
Power Spectrum (concordancia)	154,63	45	0	61,66
Power Spectrum (concor ajustado a $\sigma_8$ )	104,30	45	0	61,66

- **p-valor**

Calculamos el p-valor con el test  $\chi^2$  con  $n$  grados de libertad, nos indica el tanto por uno que obtendríamos al escoger una distribución al azar, que esta esté igual o más alejada del modelo supuesto en la hipótesis nula.

- **valor crítico**

El valor crítico con un nivel de significación 0,05, nos dice el valor máximo de  $\chi^2$  a partir del cual se debe rechazar la hipótesis nula.

### **Interpretación**

- **Modos escalares wmap 7**

Probabilidad 0,71 de obtener una muestra al azar más alejada que la actual del modelo teórico, además, con un nivel de significación 0,05 el valor crítico 61,66 está por encima del valor de  $\chi^2 = 39,356$  y el p-valor 0,71 por encima del nivel de significación 0,05. Por tanto, *NO* se debe *RECHAZAR* la hipótesis nula.

- **Modos escalares concordancia 7**

Probabilidad 0,60 de obtener una muestra al azar más alejada que la actual del modelo teórico, además, con un nivel de significación 0,05 el valor crítico 61,66 está por encima del valor de  $\chi^2 = 41,977$  y el p-valor 0,6 por encima del nivel de significación 0,05. Por tanto, *NO* se debe *RECHAZAR* la hipótesis nula.

- **Supernovas Ia (wmap7 plano)**

Probabilidad 0,31 de obtener una muestra al azar más alejada que la actual del modelo teórico, además, con un nivel de significación 0,05 el valor crítico 188,33 está por encima del valor de  $\chi^2 = 166,38$  y el p-valor 0,31 por encima del nivel de significación 0,05. Por tanto, *NO* se debe *RECHAZAR* la hipótesis nula.

- **Supernovas Ia (wmap7 cerrado)**

Probabilidad 0,28 de obtener una muestra al azar más alejada que la actual del modelo teórico, además, con un nivel de significación 0,05 el valor crítico 188,33 está por encima del valor de  $\chi^2 = 167,92$  y el p-valor 0,28 por encima del nivel de significación 0,05. Por tanto, *NO* se debe *RECHAZAR* la hipótesis nula.

- **Supernovas Ia (concor7 plano)**

Probabilidad 0,31 de obtener una muestra al azar más alejada que la actual del modelo teórico, además, con un nivel de significación 0,05 el valor crítico 188,33 está por encima del valor

de  $\chi^2 = 166,29$  y el p-valor 0,31 por encima del nivel de significación 0,05. Por tanto, *NO* se debe *RECHAZAR* la hipótesis nula.

- **Supernovas Ia (concor7 cerrado)**

Probabilidad 0,30 de obtener una muestra al azar más alejada que la actual del modelo teórico, además, con un nivel de significación 0,05 el valor crítico 188,33 está por encima del valor de  $\chi^2 = 166,66$  y el p-valor 0,30 por encima del nivel de significación 0,05. Por tanto, *NO* se debe *RECHAZAR* la hipótesis nula.

- **Power spectrum**

Probabilidad 0 de obtener una muestra al azar más alejada que la actual del modelo teórico, además, con un nivel de significación 0,05 el valor crítico 188,33 está por debajo del valor de  $\chi^2$  de todos los modelos analizados y el p-valor 0 por debajo del nivel de significación 0,05. Por tanto, se debe *RECHAZAR* la hipótesis nula.

Debemos significar que el modelo wmap7 se aleja mucho más que el modelo concordante, por tanto ajusta mejor el concordante.

El hecho de tener que rechazar la hipótesis nula en el espectro de potencias puede ser debido a que la muestra (catálogo de galáxias) solo tiene en cuenta la estimación de materia bariónica a partir de medidas de luminosidad, mientras que el modelo P(K), obtenido del fondo de microondas, no distingue los efectos de la materia, bariónica u oscura. Por tanto, el bias entre materia bariónica y oscura puede ser el causante de tener que rechazar la hipótesis nula en el espectro de potencias.

En resumen:

Como cabria esperar, el modelo wmap7 estudiado se ajusta mejor a los datos observacionales en los  $cl$ , ya que estos han sido proporcionados sin tener en cuenta supernovas ni otros datos. En cambio, el modelo concordante además de dar una explicación satisfactoria de los  $cl$ 's, también ofrece una mejor explicación a las observaciones de Supernovas Ia y distribución de galáxias.

## 6 Bibliografia

Weinberg, Steven (2008), *Cosmology* (New York, Oxford University Press).

Durrer, Ruth (2008), *The Cosmic Microwave Background* (Cambridge, Cambridge University Press)

Byrd, G. G., Chermin, A. D., Valtonen M, J.(2007), *Cosmology. Foundations and frontiers* (Moscu, ed. URSS)

Peacock, J.A. (2000) *Cosmological Physics* (Cambridge, Cambridge University Press)

Kolb, E.W. & Turner, M.S. (1990) *The Early Universe* (Addison-Wesley Publishing Company)

Peebles, P.J.E. (1976) *The Large-Scale Structure of the Universe* (New Jersey, Priceton University Press)

Peebles, P.J.E. (1976) *Principles of Physical Cosmology* (New Jersey, Priceton University Press)

Adler, Ronald et al (1965) *Introduction to General Relativity* (USA, McGraw-Hill, Inc)

Wald, Robert M. (1984) *General Relativity* (Chicago, The university of Chicago press)

Kowalski, M. et al.(2008) in ApJ, 686:749-778 Improved cosmological constraints from new, old and combined supernovae data sets.

Astier, P. et al. (2006) in A&A DOI 10.1051/0004-6361:20054185 The supernovae legacy survey: mesurament of  $\Omega_M, \Omega_\Lambda$  and w from the first year data set

Riess, Adam G. et al. (2004) in ApJ 607:665-687 Type 1a supernova discoveries at  $z>1$  from the Hubble Space Telescope: evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution

Riess, Adam G. et al. (2006) in ApJ 611572v2 New Hubble space telescope discoveries of type Ia supernovae at  $z \geq 1$ : Narrowing constraints on the early behaviour of dark energy

Foley, R.J. et al. (2009) in AnJ 137:3731-3742 Spectroscopy of high-redshift supernovae from the essence project the first four years

Eisenstein, D.J. et al. (2004) in ApJ Detection of the baryon acoustic peak in the large scale correlation function of sdss luminous red galaxies.

Ballard, C. et al. (2009) in A&A The ESO/VLT 3 rd type 1a supernova data set from the supernova legalicy Survey

Parnovsky, S.L. (2007) in *Astronomy Letters* Vol 34 n 7 Determination of the Combination of Cosmological Parameters.

## A Parámetros Wmap 7 years

### A.1 Tabla de parámetros cosmologicos

WMAP Cosmological Parameters			
Model: lcdm+sz+lens			
Data: wmap7			
$10^2\Omega_b h^2$	$2.258^{+0.057}_{-0.056}$	$1 - n_s$	$0.037 \pm 0.014$
$1 - n_s$	$0.0079 < 1 - n_s < 0.0642$ (95% CL)	$A_{\text{BAO}}(z = 0.35)$	$0.463^{+0.021}_{-0.020}$
$C_{220}$	$5763^{+38}_{-40}$	$d_A(z_{\text{eq}})$	$14281^{+158}_{-161}$ Mpc
$d_A(z_*)$	$14116^{+160}_{-163}$ Mpc	$\Delta_{\mathcal{R}}^2$	$(2.43 \pm 0.11) \times 10^{-9}$
$h$	$0.710 \pm 0.025$	$H_0$	$71.0 \pm 2.5$ km/s/Mpc
$k_{\text{eq}}$	$0.00974^{+0.00041}_{-0.00040}$	$\ell_{\text{eq}}$	$137.5 \pm 4.3$
$\ell_*$	$302.44 \pm 0.80$	$n_s$	$0.963 \pm 0.014$
$\Omega_b$	$0.0449 \pm 0.0028$	$\Omega_b h^2$	$0.02258^{+0.00057}_{-0.00056}$
$\Omega_c$	$0.222 \pm 0.026$	$\Omega_c h^2$	$0.1109 \pm 0.0056$
$\Omega_\Lambda$	$0.734 \pm 0.029$	$\Omega_m$	$0.266 \pm 0.029$
$\Omega_m h^2$	$0.1334^{+0.0056}_{-0.0055}$	$r_{\text{hor}}(z_{\text{dec}})$	$285.5 \pm 3.0$ Mpc
$r_s(z_d)$	$153.2 \pm 1.7$ Mpc	$r_s(z_d)/D_v(z = 0.2)$	$0.1922^{+0.0072}_{-0.0073}$
$r_s(z_d)/D_v(z = 0.35)$	$0.1153^{+0.0038}_{-0.0039}$	$r_s(z_*)$	$146.6^{+1.5}_{-1.6}$ Mpc
$R$	$1.719 \pm 0.019$	$\sigma_8$	$0.801 \pm 0.030$
$A_{\text{SZ}}$	$0.97^{+0.68}_{-0.97}$	$t_0$	$13.75 \pm 0.13$ Gyr
$\tau$	$0.088 \pm 0.015$	$\theta_*$	$0.010388 \pm 0.000027$
$\theta_*$	$0.5952 \pm 0.0016$ °	$t_*$	$379164^{+5187}_{-5243}$ yr
$z_{\text{dec}}$	$1088.2 \pm 1.2$	$z_d$	$1020.3 \pm 1.4$
$z_{\text{eq}}$	$3196^{+134}_{-133}$	$z_{\text{reion}}$	$10.5 \pm 1.2$
$z_*$	$1090.79^{+0.94}_{-0.92}$		



## A.2 Parámetros entrada CAMB para wmap7

```
output_root = /server/lambda/htdocs/camb/output/camb_50561773
  number_of_threads = 0
  get_scalar_cls = T
  get_vector_cls = F
  get_tensor_cls = F
  get_transfer = T
  do_lensing = F
  do_nonlinear = 0
  simul_type = 0
  nsmax = 512
  fwhm_arcmin = 420
  iseed = 0
  l_max_scalar = 2000
  k_eta_max_scalar = 4000
  l_max_tensor = 1500
  k_eta_max_tensor = 3000
  use_physical = T
  hubble = 70.4
  temp_cmb = 2.725
  ombh2 = 0.0228
  omch2 = 0.112257024
  omnuh2 = 0
  omk = 0
  nu_mass_eigenstates = 1
  nu_mass_degeneracies = 0
  nu_mass_fractions = 1
  omega_baryon = 0.046
  omega_cdm = 0.224
  omega_lambda = 0.73
  omega_neutrino = 0
  helium_fraction = 0.24
  massless_neutrinos = 3.04
  massive_neutrinos = 0
  w = -1 cs2_lam = 1
  reionization = T
  re_use_optical_depth = T
  re_optical_depth = 0.087
  re_redshift = 11
  re_delta_redshift = 0.5
  re_ionization_frac = 1
  initial_power_num = 1
  scalar_amp(1) = 2.471539e-9
  scalar_spectral_index(1) = 0.96
  scalar_nrun(1) = -1e-17
```

```

tensor_spectral_index(1) = 0
initial_ratio(1) = 0
initial_condition = 1
initial_vector = -1 0 0 0
vector_mode = 0
COBE_normalize = F
CMB_outputscale = 7.43e12
pivot_scalar = 0.002
pivot_tensor = 0.002
transfer_high_precision = T
transfer_interp_matterpower = T
transfer_kmax = 2
transfer_k_per_logint = 5
transfer_num_redshifts = 1
transfer_redshift(1) = 0
feedback_level = 1
lensing_method = 1
accurate_BB = F
accurate_reionization = F
do_tensor_neutrinos = F
massive_nu_approx = 0
accurate_polarization = T
do_late_rad_truncation = T
RECFAST_fudge = 1.14
RECFAST_fudge_He = 0.86
RECFAST_Heswitch = 6
accuracy_boost = 1
l_accuracy_boost = 1
l_sample_boost = 1
scalar_output_file = scalcls.dat
vector_output_file = vectcls.dat
tensor_output_file = tenscls.dat
total_output_file = totcls.dat
lensed_output_file = lensedcls.dat
lensed_total_output_file = lensedtotcls.dat
FITS_filename = scalcls.fits
transfer_filename(1) = transfer_out_z0.dat
transfer_matterpower(1) = matterpower_z0.dat

```

### A.3 Parámetros entrada CAMB para wmap7-b

```

output_root = /server/lambda/htdocs/camb/output/camb_91240533
number_of_threads = 0
get_scalar_cls = T
get_vector_cls = F
get_tensor_cls = F

```

```
get_transfer = T
do_lensing = F
do_nonlinear = 0
simul_type = 0
nsmax = 512
fwhm_arcmin = 420
iseed = 0
l_max_scalar = 2000
k_eta_max_scalar = 4000
l_max_tensor = 1500
k_eta_max_tensor = 3000
use_physical = T
hubble = 70.4
temp_cmb = 2.725
ombh2 = 0.0228
omch2 = 0.112257024
omnuh2 = 0 omk = 0
nu_mass_eigenstates = 1
nu_mass_degeneracies = 0
nu_mass_fractions = 1
omega_baryon = 0.046
omega_cdm = 0.224
omega_lambda = 0.73
omega_neutrino = 0
helium_fraction = 0.24
massless_neutrinos = 3.04
massive_neutrinos = 0
w = -1
cs2_lam = 1
reionization = T
re_use_optical_depth = T
re_optical_depth = 0.087
re_redshift = 11
re_delta_redshift = 0.5
re_ionization_frac = 1
initial_power_num = 1
scalar_amp(1) = 2.725e-9
scalar_spectral_index(1) = 0.96
scalar_nrun(1) = 0
tensor_spectral_index(1) = 0
initial_ratio(1) = 0
initial_condition = 1
initial_vector = -1 0 0 0
vector_mode = 0
COBE_normalize = F
CMB_outputscale = 7.43e12
```

```

pivot_scalar = 0.002
pivot_tensor = 0.002
transfer_high_precision = T
transfer_interp_matterpower = T
transfer_kmax = 2
transfer_k_per_logint = 5
transfer_num_redshifts = 1
transfer_redshift(1) = 0
feedback_level = 1
lensing_method = 1
accurate_BB = F
accurate_reionization = F
do_tensor_neutrinos = F
massive_nu_approx = 0
accurate_polarization = T
do_late_rad_truncation = T
RECFAST_fudge = 1.14
RECFAST_fudge_He = 0.86
RECFAST_Heswitch = 6
accuracy_boost = 1
l_accuracy_boost = 1
l_sample_boost = 1
scalar_output_file = scalcls.dat
vector_output_file = vectcls.dat
tensor_output_file = tenscls.dat
total_output_file = totcls.dat
lensed_output_file = lensedcls.dat
lensed_total_output_file = lensedtotcls.dat
FITS_filename = scalcls.fits
transfer_filename(1) = transfer_out_z0.dat
transfer_matterpower(1) = matterpower_z0.dat

```

#### A.4 Datos para representar la función

Ver fichero adjunto wmap7i.txt, donde aparecen en la primera columna  $l$ , y en la segunda  $\frac{l(l+1)}{2\pi}C_l^{TT}$ .

#### A.5 Resultados obtenidos por CAMB para wmap7

- **wmap7**

```

===== CAMB Processing =====
Age of universe/GYr = 13.746
Reion redshift = 10.963
Om_b h^2 = 0.022800

```

```

Om_c h^2 = 0.112257
Om_nu h^2 = 0.000000
Om_Lambda = 0.727497
Om_K = 0.000000
Om_m (1-Om_K-Om_L) = 0.272503
100 theta (CosmoMC) = 1.039335
tau_recomb/Mpc = 284.68
tau_now/Mpc = 14349.8
tau_recomb/Mpc = 284.65
tau_now/Mpc = 14349.8
at z = 0.000000E+00 sigma8 (all matter)= 0.8056573
===== SYNFAST Processing =====
SYNFAST 2.15a *** Synthesis of a Temperature (and Polarisation) map
from its power spectrum *** Single precision outputs Interactive mode.
1) Temperature only

```

- **wmap7-b**

```

===== CAMB Processing =====
Age of universe/GYr = 13.746
Reion redshift = 10.963
Om_b h^2 = 0.022800
Om_c h^2 = 0.112257
Om_nu h^2 = 0.000000
Om_Lambda = 0.727497
Om_K = 0.000000
Om_m (1-Om_K-Om_L) = 0.272503
100 theta (CosmoMC) = 1.039335
tau_recomb/Mpc = 284.68
tau_now/Mpc = 14349.8
tau_recomb/Mpc = 284.65
tau_now/Mpc = 14349.8
at z = 0.000000E+00 sigma8 (all matter)= 0.8459601
===== SYNFAST Processing =====
SYNFAST 2.15a *** Synthesis of a Temperature (and Polarisation) map
from its power spectrum *** Single precision outputs Interactive mode.
1) Temperature only

```

## B Parámetros Concordancia 7 years

### B.1 Tabla de parámetros cosmológicos

Table 8. WMAP Seven-year Cosmological Parameter Summary

Description	Symbol	WMAP-only	WMAP+BAO+ $H_0$
Parameters for Standard $\Lambda$ CDM Model <sup>a</sup>			
Age of universe	$t_0$	$13.75 \pm 0.13$ Gyr	$13.75 \pm 0.11$ Gyr
Hubble constant	$H_0$	$71.0 \pm 2.5$ km/s/Mpc	$70.4^{+1.3}_{-1.4}$ km/s/Mpc
Baryon density	$\Omega_b$	$0.0449 \pm 0.0028$	$0.0496 \pm 0.0016$
Physical baryon density	$\Omega_b A^2$	$0.02278^{+0.00057}_{-0.00056}$	$0.02280 \pm 0.00053$
Dark matter density	$\Omega_c$	$0.222 \pm 0.026$	$0.227 \pm 0.014$
Physical dark matter density	$\Omega_c A^2$	$0.1109 \pm 0.0056$	$0.1123 \pm 0.0035$
Dark energy density	$\Omega_\Lambda$	$0.734 \pm 0.029$	$0.728^{+0.025}_{-0.030}$
Curvature fluctuation amplitude, $k_0 = 0.002$ Mpc <sup>-1</sup> <sup>b</sup>	$\Delta_{\mathcal{L}}^2$	$(2.43 \pm 0.11) \times 10^{-9}$	$(2.441^{+0.086}_{-0.092}) \times 10^{-9}$
Fluctuation amplitude at $8h^{-1}$ Mpc	$\sigma_8$	$0.801 \pm 0.030$	$0.809 \pm 0.024$
Scalar spectral index	$n_s$	$0.963 \pm 0.014$	$0.963 \pm 0.012$
Redshift of matter-radiation equality	$z_{eq}$	$3196^{+136}_{-135}$	$3232 \pm 87$
Angular diameter distance to matter-radiation eq. <sup>c</sup>	$d_A(z_{eq})$	$14281^{+128}_{-101}$ Mpc	$14238^{+128}_{-120}$ Mpc
Redshift of decoupling	$z_*$	$1089.79^{+0.94}_{-0.92}$	$1089.89^{+0.98}_{-0.99}$
Age at decoupling	$t_*$	$379164^{+5187}_{-5243}$ yr	$377730^{+3236}_{-3210}$ yr
Angular diameter distance to decoupling <sup>c,d</sup>	$d_A(z_*)$	$14116^{+100}_{-103}$ Mpc	$14073^{+129}_{-130}$ Mpc
Sound horizon at decoupling <sup>d</sup>	$r_s(z_*)$	$146.6^{+1.5}_{-1.6}$ Mpc	$146.2 \pm 1.1$ Mpc
Acoustic scale at decoupling <sup>d</sup>	$l_A(z_*)$	$302.44 \pm 0.80$	$302.40 \pm 0.73$
Reionization optical depth	$\tau$	$0.088 \pm 0.015$	$0.087 \pm 0.014$
Redshift of reionization	$z_{reion}$	$10.5 \pm 1.2$	$10.4 \pm 1.2$
Parameters for Extended Models <sup>a</sup>			
Total density <sup>e</sup>	$\Omega_{tot}$	$1.080^{+0.003}_{-0.071}$	$1.0023^{+0.0060}_{-0.0064}$
Equation of state <sup>e</sup>	$w$	$-1.12^{+0.22}_{-0.40}$	$-0.980 \pm 0.053$
Tensor to scalar ratio, $k_0 = 0.002$ Mpc <sup>-1</sup> <sup>b,h</sup>	$r$	$< 0.36$ (95% CL)	$< 0.24$ (95% CL)
Running of spectral index, $k_0 = 0.002$ Mpc <sup>-1</sup> <sup>b,h</sup>	$dn_s/d\ln k$	$-0.034 \pm 0.026$	$-0.022 \pm 0.020$
Neutrino density <sup>i</sup>	$\Omega_\nu A^2$	$< 0.014$ (95% CL)	$< 0.0062$ (95% CL)
Neutrino mass <sup>j</sup>	$\sum m_\nu$	$< 1.3$ eV (95% CL)	$< 0.58$ eV (95% CL)
Number of light neutrino families <sup>k</sup>	$N_{eff}$	$> 2.7$ (95% CL)	$4.34^{+0.80}_{-0.88}$

<sup>a</sup>The parameters reported in the first section assume the 6 parameter flat  $\Lambda$ CDM model, first using WMAP data only (Larson et al. 2010), then using WMAP+BAO+ $H_0$  data (Komatsu et al. 2010). The  $H_0$  data consists of a Gaussian prior on the present-day value of the Hubble constant,  $H_0 = 74.2 \pm 3.6$  km s<sup>-1</sup> Mpc<sup>-1</sup> (Riess et al. 2009), while the BAO priors on the distance ratio  $r_s(z_d)/D_V(z)$  at  $z = 0.2, 0.3$  are obtained from the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7 (Percival et al. 2009). Uncertainties are 68% CL unless otherwise noted.

<sup>b</sup> $k = 0.002$  Mpc<sup>-1</sup>  $\longleftrightarrow l_{eq} \approx 30$ .

### B.2 Parámetros entrada CAMB para concor7

output\_root = concor7

```
get_scalar_cls = T
get_vector_cls = F
get_tensor_cls = F
COBE_normalize = F
CMB_outputscale = 1
get_transfer = T
do_nonlinear = 1
l_max_scalar = 2000
k_eta_max_scalar = 4000
do_lensing = F
w = -1
cs2_lam = 1
hubble = 70.4
use_physical = T
ombh2 = 0.0226
omch2 = 0.1123
omnuh2 = 0
omk = -0.0023
temp_cmb = 2.726
helium_fraction = 0.24
massless_neutrinos = 3.04
massive_neutrinos = 0
nu_mass_eigenstates = 1
nu_mass_degeneracies = 0
nu_mass_fractions = 1
transfer_high_precision = T
transfer_kmax = 2
transfer_k_per_logint = 5
transfer_num_redshifts = 1
transfer_interp_matterpower = T
transfer_power_var = 7
transfer_redshift(1) = 0
transfer_filename(1) = transfer_out.dat
transfer_matterpower(1) = matterpower.dat
reionization = T
re_use_optical_depth = T
re_optical_depth = 0.087
re_delta_redshift = 1.5
re_ionization_frac = -1
pivot_scalar = 0.05
pivot_tensor = 0.05
initial_power_num = 1
scalar_spectral_index(1) = 0.963
scalar_nrun(1) = -0.022
scalar_amp(1) = 2.1955e-9
RECFAST_fudge = 1.14
```

```
RECFAST_fudge_He = 0.86
RECFAST_Heswitch = 6
initial_condition = 1
scalar_output_file = cls.dat
lensed_output_file = lensedCls.dat
accurate_polarization = T
accurate_reionization = T
accurate_BB = F
do_late_rad_truncation = T
do_tensor_neutrinos = F
feedback_level = 1
massive_nu_approx = 3
number_of_threads = 0
accuracy_boost = 1
l_accuracy_boost = 1
l_sample_boost = 1
```

### B.3 Parámetros entrada CAMB para concor7-b

```
output_root = /server/lambda/htdocs/camb/output/camb_70459056
number_of_threads = 0
get_scalar_cls = T
get_vector_cls = F
get_tensor_cls = F
get_transfer = T
do_lensing = F
do_nonlinear = 0
simul_type = 0
nsmax = 512
fwhm_arcmin = 420
iseed = 0
l_max_scalar = 2000
k_eta_max_scalar = 4000
l_max_tensor = 1500
k_eta_max_tensor = 3000
use_physical = T
hubble = 70.4
temp_cmb = 2.725
ombh2 = 0.0226
omch2 = 0.1123
omnuh2 = 0
omk = -0.0023
nu_mass_eigenstates = 1
nu_mass_degeneracies = 0
nu_mass_fractions = 1
omega_baryon = 0.046
```



```
omega_cdm = 0.224
omega_lambda = 0.73
omega_neutrino = 0
helium_fraction = 0.24
massless_neutrinos = 3.04
massive_neutrinos = 0
w = -1 cs2_lam = 1
reionization = T
re_use_optical_depth = F
re_optical_depth = 0.09
re_redshift = 11
re_delta_redshift = 0.5
re_ionization_frac = 1
initial_power_num = 1
scalar_amp(1) = 2.6649e-9
scalar_spectral_index(1) = 0.963
scalar_nrun(1) = 0
tensor_spectral_index(1) = 0
initial_ratio(1) = 0
initial_condition = 1
initial_vector = -1 0 0 0
vector_mode = 0
COBE_normalize = F
CMB_outputscale = 7.43e12
pivot_scalar = 0.002
pivot_tensor = 0.002
transfer_high_precision = F
transfer_interp_matterpower = T
transfer_kmax = 2
transfer_k_per_logint = 5
transfer_num_redshifts = 1
transfer_redshift(1) = 0
feedback_level = 1
lensing_method = 1
accurate_BB = F
accurate_reionization = F
do_tensor_neutrinos = F
massive_nu_approx = 0
accurate_polarization = T
do_late_rad_truncation = T
RECFAST_fudge = 1.14
RECFAST_fudge_He = 0.86
RECFAST_Heswitch = 6
accuracy_boost = 1
l_accuracy_boost = 1
l_sample_boost = 1
```

```

scalar_output_file = scalcls.dat vector_
output_file = vectcls.dat
tensor_output_file = tenscls.dat
total_output_file = totcls.dat
lensed_output_file = lensedcls.dat
lensed_total_output_file = lensedtotcls.dat
FITS_filename = scalcls.fits
transfer_filename(1) = transfer_out_z0.dat
transfer_matterpower(1) = matterpower_z0.dat

```

## B.4 Datos para representar la función

Ver fichero adjunto conc7.txt, donde aparecen en la primera columna  $l$ , y en la segunda  $\frac{l(l+1)}{2\pi} C_l^{TT}$ .

## B.5 Resultados obtenidos por CAMB para concor7

- **concor7**

```

===== CAMB Processing =====
Age of universe/GYr = 13.762
Om_b h^2 = 0.022600
Om_c h^2 = 0.112300
Om_nu h^2 = 0.000000
Om_Lambda = 0.730113
Om_K = -0.002300
Om_m (1-Om_K-Om_L) = 0.272187
100 theta (CosmoMC) = 1.043589
tau_recomb/Mpc = 284.71
tau_now/Mpc = 14365.2
tau_recomb/Mpc = 284.90
tau_now/Mpc = 14365.2
at z = 0.000000E+00 sigma8 (all matter)= 0.809
===== SYNFAST Processing =====
SYNFAST 2.1.0 *** Synthesis of a Temperature (and Polarisation) map
from its power spectrum *** Single precision outputs Interactive mode.
1) Temperature only

```

- **concor7-b**

```

===== CAMB Processing =====
Age of universe/GYr = 13.762

```

Om\_b h^2 = 0.022600  
Om\_c h^2 = 0.112300  
Om\_nu h^2 = 0.000000  
Om\_Lambda = 0.730113  
Om\_K = -0.002300  
Om\_m (1-Om\_K-Om\_L) = 0.272187  
100 theta (CosmoMC) = 1.043589  
tau\_recomb/Mpc = 284.71  
tau\_now/Mpc = 14365.2  
tau\_recomb/Mpc = 284.90  
tau\_now/Mpc = 14365.2  
at z = 0.000000E+00 sigma8 (all matter)= 0.8456038  
===== SYNFAST Processing =====  
SYNFAST 2.1.0 \*\*\* Synthesis of a Temperature (and Polarisation) map  
from its power spectrum \*\*\* Single precision outputs Interactive mode.  
1) Temperature only

## C Catálogo TT combined-binned

```
# Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) 7-year data release.
# WMAP 7-Year Binned Combined TT Power Spectrum, version 4.0 (January 2010)
#
# References: - WMAP Explanatory Supplement: http://lambda.gsfc.nasa.gov/
# - Larson, et.al. (2010)
#
# Column 1 = mean multipole moment  $l$  for the bin
# Column 2 = smallest  $l$  contributing to the bin
# Column 3 = largest  $l$  contributing to the bin
# Column 4 = mean value of TT power spectrum ( $= l(l+1)/2\pi * C_l$ ) in the bin,
# units =  $\mu\text{K}^2$ . The mean is unweighted.
# Column 5 = 'Error' for binned value, as computed from diagonal terms of the
# Fisher matrix, units =  $\mu\text{K}^2$ .
# Included only as an estimate of their magnitude. The
# multipole moments are slightly coupled, so a correct
# treatment of errors requires use of the entire Fisher matrix.
# Column 6 = portion of column5 error attributed to measurement errors,
# in " $2\text{SN} + \text{NN}$ " form, units =  $\mu\text{K}^2$ .
# Column 7 = portion of column5 error attributed to cosmic variance,
# assuming the best-fit LCDM
#
2 2 2 200.8669 928.2459 4.8058 928.2335
3 3 3 1050.6552 727.6663 5.1563 727.6481
4 4 5 1105.4456 391.8586 3.9213 391.8390
6 6 7 1021.8688 301.2368 4.2569 301.2067
9 8 11 743.2494 169.6312 3.3772 169.5975
13 12 14 790.5558 167.3106 4.4160 167.2523
17 15 19 839.5955 118.0181 3.8949 117.9538
22 20 24 692.2186 111.6831 4.5122 111.5919
27 25 30 991.5222 99.4586 4.7491 99.3451
33 31 36 1139.8510 99.1764 5.4525 99.0264
40 37 44 1473.3108 87.2213 5.4592 87.0503
48 45 52 1379.4624 89.9444 6.3323 89.7212
56 53 60 1533.5916 93.5872 7.2482 93.3061
65 61 70 1788.8237 88.1761 7.4620 87.8598
76 71 81 1977.7253 89.8763 8.2787 89.4942
87 82 92 2385.0540 96.7725 9.5928 96.2958
98 93 104 2622.6660 100.2655 10.6078 99.7028
111 105 117 3130.0854 104.7617 11.7911 104.0961
125 118 132 3538.0659 106.4838 12.7642 105.7160
140 133 147 4282.5312 115.6255 14.7795 114.6770
```

155 148 163 4561.4619 119.8608 16.3881 118.7352  
172 164 181 4995.6836 119.0967 17.6034 117.7885  
191 182 200 5558.1929 119.4071 19.3382 117.8307  
210 201 220 5770.3506 116.0891 20.9167 114.1892  
231 221 241 5752.3320 108.8057 22.2124 106.5143  
253 242 265 5383.3643 93.1592 22.1600 90.4852  
278 266 290 4842.7690 78.6900 22.5466 75.3907  
304 291 317 3942.5508 61.5808 21.8793 57.5629  
332 318 347 3045.0010 45.0409 20.4181 40.1470  
363 348 379 2269.0959 33.6662 19.4597 27.4724  
397 380 415 1786.4948 27.7600 19.2944 19.9586  
436 416 456 1821.6323 28.5434 21.7262 18.5121  
479 457 502 2313.3291 33.9680 26.9987 20.6130  
526 503 550 2529.5752 40.9222 34.3858 22.1865  
575 551 600 2442.4521 46.3907 41.8649 19.9857  
625 601 650 1994.8179 51.9465 48.8109 17.7747  
675 651 700 1744.0881 63.4158 61.5892 15.1107  
725 701 750 2001.0618 83.8945 82.3407 16.0716  
775 751 800 2261.4739 112.3234 110.8238 18.2933  
825 801 850 2590.2556 147.7460 146.5799 18.5257  
875 851 900 2266.9851 190.7841 190.1394 15.6712  
925 901 950 2040.6460 244.5337 244.2712 11.3276  
975 951 1000 1311.3544 315.7274 315.6260 8.0046  
1050 1001 1100 982.1179 342.5657 342.5279 5.0877  
1150 1101 1200 991.1779 613.2487 613.2262 5.2472

## D Catálogo de supernovae Ia

```
# Datos Supernovas Ia, catalogo P. Astier et Al
# A&A 447, 31-48 (2006)
# name;z;mub;error
1990af 0.05 36.632 0.045
1990O 0.031 35.532 0.091
1992ae 0.075 37.642 0.049
1992ag 0.026 35.353 0.094
1992aq 0.101 38.437 0.055
1992bc 0.020 34.494 0.111
1992bh 0.045 36.728 0.057
1992bl 0.043 36.276 0.059
1992bo 0.018 34.576 0.121
1992bp 0.079 37.465 0.041
1992br 0.088 38.121 0.046
1992bs 0.063 37.540 0.046
1992P 0.026 35.565 0.141
1993ag 0.050 36.827 0.060
1993B 0.071 37.604 0.048
1993H 0.025 35.192 0.092
1993O 0.053 36.794 0.047
1994M 0.024 35.228 0.094
1994S 0.016 34.071 0.146
1995ac 0.049 36.383 0.051
1995bd 0.016 34.083 0.138
1996ab 0.125 38.885 0.049
1996bl 0.035 35.837 0.069
1996bo 0.016 34.405 0.133
1996bv 0.017 34.319 0.133
1996C 0.030 35.822 0.210
1997dg 0.030 35.994 0.080
1997Y 0.017 34.452 0.136
1998ab 0.028 35.150 0.079
1998dx 0.054 36.606 0.054
1998eg 0.024 35.250 0.102
1998V 0.017 34.216 0.128
1999aw 0.039 36.284 0.057
1999cc 0.032 35.789 0.074
1999ek 0.018 34.489 0.124
1999gp 0.026 35.342 0.084
2000ca 0.025 34.931 0.091
2000cf 0.036 36.113 0.066
2000cn 0.023 35.146 0.094
2000dk 0.016 34.129 0.133
2000fa 0.022 34.941 0.101
```

2001ba 0.031 35.558 0.075  
2001cn 0.015 34.118 0.142  
2001cz 0.017 34.162 0.127  
SNLS-03D1au 0.504 42.429 0.039  
SNLS-03D1aw 0.582 42.881 0.054  
SNLS-03D1ax 0.496 42.180 0.038  
SNLS-03D1bp 0.346 41.367 0.021  
SNLS-03D1cm 0.870 44.095 0.301  
SNLS-03D1co 0.679 43.398 0.088  
SNLS-03D1ew 0.868 43.871 0.344  
SNLS-03D1fc 0.331 40.946 0.013  
SNLS-03D1fl 0.688 43.046 0.049  
SNLS-03D1fq 0.800 43.490 0.090  
SNLS-03D1gt 0.548 42.825 0.080  
SNLS-03D3af 0.532 42.592 0.083  
SNLS-03D3aw 0.449 41.866 0.044  
SNLS-03D3ay 0.371 41.488 0.030  
SNLS-03D3ba 0.291 40.999 0.033  
SNLS-03D3bh 0.249 40.571 0.020  
SNLS-03D3cc 0.463 42.089 0.034  
SNLS-03D3cd 0.461 42.031 0.058  
SNLS-03D4ag 0.285 40.731 0.015  
SNLS-03D4at 0.633 43.133 0.064  
SNLS-03D4aud 0.468 42.708 0.069  
SNLS-03D4bcd 0.572 43.521 0.135  
SNLS-03D4cn 0.818 43.532 0.304  
SNLS-03D4cx 0.949 43.507 0.272  
SNLS-03D4cy 0.927 44.553 0.380  
SNLS-03D4cz 0.695 43.023 0.086  
SNLS-03D4dh 0.627 42.746 0.035  
SNLS-03D4di 0.905 43.708 0.258  
SNLS-03D4dy 0.604 42.515 0.029  
SNLS-03D4fd 0.791 43.353 0.076  
SNLS-03D4gf 0.581 42.761 0.047  
SNLS-03D4gg 0.592 42.562 0.090  
SNLS-03D4gl 0.571 42.465 0.070  
SNLS-04D1ag 0.557 42.511 0.029  
SNLS-04D1aj 0.721 43.209 0.106  
SNLS-04D1ak 0.526 42.644 0.055  
SNLS-04D2cf 0.369 41.485 0.016  
SNLS-04D2fp 0.415 41.772 0.027  
SNLS-04D2fs 0.357 41.441 0.018  
SNLS-04D2gb 0.430 41.776 0.038  
SNLS-04D2gc 0.521 42.439 0.054  
SNLS-04D2gp 0.707 43.237 0.129  
SNLS-04D2iu 0.691 43.144 0.136

SNLS-04D2ja 0.741 43.427 0.117  
SNLS-04D3co 0.620 43.030 0.060  
SNLS-04D3cp 0.830 44.414 0.347  
SNLS-04D3cy 0.643 43.023 0.059  
SNLS-04D3dd 1.010 44.673 0.533  
SNLS-04D3df 0.470 42.268 0.032  
SNLS-04D3do 0.610 42.796 0.039  
SNLS-04D3ez 0.263 40.682 0.013  
SNLS-04D3fk 0.358 41.474 0.013  
SNLS-04D3fq 0.730 43.287 0.075  
SNLS-04D3gt 0.451 42.038 0.030  
SNLS-04D3gx 0.910 44.259 0.346  
SNLS-04D3hn 0.552 42.461 0.035  
SNLS-04D3is 0.710 43.176 0.077  
SNLS-04D3ki 0.930 44.430 0.430  
SNLS-04D3kr 0.337 41.259 0.010  
SNLS-04D3ks 0.752 43.170 0.090  
SNLS-04D3lp 0.983 43.941 0.496  
SNLS-04D3lu 0.822 43.544 0.218  
SNLS-04D3ml 0.950 43.954 0.268  
SNLS-04D3nc 0.817 43.652 0.254  
SNLS-04D3nh 0.340 41.323 0.012  
SNLS-04D3nr 0.960 43.622 0.234  
SNLS-04D3ny 0.810 43.691 0.301  
SNLS-04D3oe 0.756 43.453 0.058  
SNLS-04D4an 0.613 42.961 0.061  
SNLS-04D4bk 0.840 43.475 0.185  
SNLS-04D4bq 0.550 42.487 0.056  
SNLS-04D4dm 0.811 43.950 0.264  
SNLS-04D4dw 0.961 44.000 0.290  
1997ff 1.755 45.35 0.35  
2002dc 0.475 42.24 0.20  
2002dd 0.950 43.98 0.34  
2003aj 1.307 44.99 0.31  
2002fx 1.400 45.28 0.81  
2003eq 0.840 43.67 0.21  
2003es 0.954 44.30 0.27  
2003az 1.265 44.64 0.25  
2002kc 0.216 40.33 0.19  
2003eb 0.900 43.64 0.25  
2003XX 0.935 43.97 0.29  
2002hr 0.526 43.08 0.27  
2003bd 0.670 43.19 0.24  
2002kd 0.735 43.14 0.19  
2003be 0.640 43.01 0.25  
2003dy 1.340 44.92 0.31



2002ki 1.140 44.71 0.29  
2003ak 1.551 45.07 0.32  
2002hp 1.305 44.51 0.30  
2002fw 1.300 45.06 0.20  
HST04Pat 0.970 44.67 0.36  
HST04Mcg 1.370 45.23 0.25  
HST05Fer 1.020 43.99 0.27  
HST05Koe 1.230 45.17 0.23  
HST05Dic 0.638 42.89 0.18  
HST04Gre 1.140 44.44 0.31  
HST04Omb 0.975 44.21 0.26  
HST05Red 1.190 43.64 0.39  
HST05Lan 1.230 44.97 0.20  
HST04Tha 0.954 43.85 0.27  
HST04Rak 0.740 43.38 0.22  
HST05Zwi 0.521 42.05 0.37  
HST04Hawk 0.490 42.54 0.24  
HST04Kur 0.359 41.23 0.39  
HST04Yow 0.460 42.23 0.32  
HST04Man 0.854 43.96 0.29  
HST05Spo 0.839 43.45 0.20  
HST04Eag 1.020 44.52 0.19  
HST05Gab 1.120 44.67 0.18  
HST05Str 1.010 44.77 0.19  
HST04Sas 1.390 44.90 0.19

## E Catálogo de galáxias con $P(k)$ y matriz de covarianzas

### E.1 Catálogo de galáxias con $P(k)$

```
# LRG DR7  $P(k)$ : Percival et al., in prep
#  $k / h\text{Mpc}^{-1}$ ,  $k_{lo}$ ,  $k_{hi}$ , LRG DR7  $P(k) / h^{-3}\text{Mpc}^3$ , -1.0, -1.0
0.0221168 0.0221168 0.0221168 27415.6 -1.0 -1.0
0.0261381 0.0261381 0.0261381 24159.4 -1.0 -1.0
0.0301593 0.0301593 0.0301593 19343.3 -1.0 -1.0
0.0341805 0.0341805 0.0341805 18306.4 -1.0 -1.0
0.0382018 0.0382018 0.0382018 17316.1 -1.0 -1.0
0.042223 0.042223 0.042223 15337.7 -1.0 -1.0
0.0462442 0.0462442 0.0462442 13723.3 -1.0 -1.0
0.0502655 0.0502655 0.0502655 15196.3 -1.0 -1.0
0.0542867 0.0542867 0.0542867 14187.5 -1.0 -1.0
0.058308 0.058308 0.058308 12502.9 -1.0 -1.0
0.0623292 0.0623292 0.0623292 12280.6 -1.0 -1.0
0.0663504 0.0663504 0.0663504 11496.4 -1.0 -1.0
0.0703717 0.0703717 0.0703717 11158 -1.0 -1.0
0.0743929 0.0743929 0.0743929 9974.59 -1.0 -1.0
0.0784142 0.0784142 0.0784142 9597.41 -1.0 -1.0
0.0824354 0.0824354 0.0824354 9126.21 -1.0 -1.0
0.0864566 0.0864566 0.0864566 8488.66 -1.0 -1.0
0.0904779 0.0904779 0.0904779 7353.85 -1.0 -1.0
0.0944991 0.0944991 0.0944991 7302.75 -1.0 -1.0
0.0985203 0.0985203 0.0985203 6593.69 -1.0 -1.0
0.102542 0.102542 0.102542 6355.78 -1.0 -1.0
0.106563 0.106563 0.106563 6096.31 -1.0 -1.0
0.110584 0.110584 0.110584 5633.13 -1.0 -1.0
0.114605 0.114605 0.114605 5552.01 -1.0 -1.0
0.118627 0.118627 0.118627 5759.69 -1.0 -1.0
0.122648 0.122648 0.122648 5256.03 -1.0 -1.0
0.126669 0.126669 0.126669 5104.34 -1.0 -1.0
0.13069 0.13069 0.13069 5006.89 -1.0 -1.0
0.134711 0.134711 0.134711 4556.21 -1.0 -1.0
0.138733 0.138733 0.138733 4343.27 -1.0 -1.0
0.142754 0.142754 0.142754 4404.3 -1.0 -1.0
0.146775 0.146775 0.146775 4177.85 -1.0 -1.0
0.150796 0.150796 0.150796 3768.07 -1.0 -1.0
0.154818 0.154818 0.154818 3734.03 -1.0 -1.0
0.158839 0.158839 0.158839 3646.47 -1.0 -1.0
0.16286 0.16286 0.16286 3413.91 -1.0 -1.0
0.166881 0.166881 0.166881 3177.12 -1.0 -1.0
0.170903 0.170903 0.170903 3014.29 -1.0 -1.0
```

```
0.174924 0.174924 0.174924 3016.86 -1.0 -1.0
0.178945 0.178945 0.178945 2859.49 -1.0 -1.0
0.182966 0.182966 0.182966 2814.11 -1.0 -1.0
0.186988 0.186988 0.186988 2694.97 -1.0 -1.0
0.191009 0.191009 0.191009 2710.63 -1.0 -1.0
0.19503 0.19503 0.19503 2589.69 -1.0 -1.0
0.199051 0.199051 0.199051 2507.45 -1.0 -1.0
```

## **E.2 Matriz de covarianzas**

La matriz inversa de covarianzas de los datos mostrados en la subsección anterior se encuentra en el fichero anexo lrgdr7\_invcov.txt. De la raíz de la diagonal de su inversa se han obtenido las desviaciones típicas de las medidas de la subsección anterior.

## F Código Octave implementado

Los scripts utilizados en la generación de los resultados del presente trabajo se encuentran en el soporte informático adjunto, y se corresponden según la siguiente tabla:

Modelo	Generación de gráfica	Cálculo de $\chi^2$
wmap7 (Cl)	TT_wmap7.m	ChiTT.m
concor7 (Cl)	TT_concor7.m	ChiTT.m
SNe Plano wmap7	generaSupernovae_plano_wmap7.m	generaSupernovae_plano_wmap7.m
SNe Plano concor7	generaSupernovae_plano_concor7.m	generaSupernovae_plano_concor7.m
SNe Cerrado wmap7	generaSupernovae_cerrado_wmap7.m	generaSupernovae_cerrado_wmap7.m
SNe Cerrado concor7	generaSupernovae_cerrado_concor7.m	generaSupernovae_cerrado_concor7.m
Bao wmap7	Bao1_wmap7.m	Bao1_wmap7.m
Bao concor7	Bao1_concor7.m	Bao1_concor7.m